6 Esercizi di Analisi Matematica 2 - Lista 6

Integrali Tripli.

Esercizio 6.1. Calcolare

$$\iiint_E z\,dx\,dy\,dz$$

con $E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, x^2+y^2 \le 1,\, -1 \le z \le 1-\sqrt{x^2+y^2}\}$.

Esercizio 6.2. Calcolare

$$\iiint_E xz^2\,dx\,dy\,dz$$

con $E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, x^2+y^2+z^2 \le 1,\, z \ge x^2+y^2\}$.

Esercizio 6.3. Calcolare

$$\iiint_E (x^2+y^2)\,dx\,dy\,dz$$

con $E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \,:\, \frac{1}{4} \le x^2+y^2+z^2 \le 1\}$.

Integrali Superficiali.

Esercizio 6.4. Calcolare l'area della porzione di superficie

$$\Sigma = \{z = 9-x^2-y^2, \quad x^2+y^2 \le \frac{1}{2}\}$$

Esercizio 6.5. Calcolare l'integrale

$$\int_\Sigma \frac{1}{1+4z}\,d\sigma$$

dove Σ è la porzione di paraboloide avente equazione $z = x^2+y^2$ che si proietta sul piano xy nel disco $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \,|\, x^2+y^2 \le 1\}$.

Esercizio 6.6. Calcolare l'integrale

$$\int_\Sigma xy(z-3)\,d\sigma$$

dove Σ è la porzione di sfera $z = 3+\sqrt{49-x^2-y^2}$ interna al cilindro $x^2+y^2 = 4$.

Esercizio 6.7. Calcolare l'integrale

$$\int_\Sigma \frac{d\sigma}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$$

dove Σ è la calotta sferica $x^2+y^2+z^2=4$ contenuta nel primo ottante.

Esercizio 6.8. Calcolare gli integrali superficiali:

1) $\displaystyle\int_\Sigma (x+2y+z-4)\,d\sigma$ dove $\Sigma = \{z = 2-x-y, \quad x^2+y^2 \le \tfrac{1}{16}\}$

2) $\displaystyle\int_\Sigma \arctan\frac{y}{x}\,d\sigma$ dove $\Sigma = \{z = x^2+y^2, \quad 1 \le z \le 4\}$