Esercitazione n. 5 - Numeri complessi

Matematica 1 • Corso di Laurea in Chimica

Operazioni con i numeri complessi in forma algebrica. Rappresentazione geometrica dei numeri complessi nel piano di Gauss. Forma trigonometrica di un numero complesso. Operazioni con i numeri complessi in forma trigonometrica. Forma esponenziale di un numero complesso.

1.

Si considerino i seguenti numeri complessi in forma algebrica:

$$z_1 = 2\sqrt{3} + 2i, \quad z_2 = 1 - \sqrt{3}\,i, \quad z_3 = 1 - i, \quad z_4 = 1 + i, \quad z_5 = -5i,$$

$$z_6 = -2, \quad z_7 = \sqrt{2} - \sqrt{2}\,i, \quad z_8 = \sqrt{3} - 3i, \quad z_9 = 2i, \quad z_{10} = 4.$$

a) Rappresentarli nel piano di Gauss.

b) Scrivere il loro opposto e coniugato.

c) Scriverli in forma trigonometrica.

d) Scriverli in forma esponenziale.

e) Usando la forma trigonometrica eseguire le seguenti operazioni:

$$z = (z_1)^2, \qquad z = (z_2)^3, \qquad z = (z_3)^4, \qquad z = (z_4)^4, \qquad z = (z_7)^8$$

f) Scrivere il risultato delle precedenti operazioni in forma esponenziale.

2. Calcolare il valore delle seguenti espressioni e scrivere il risultato in forma algebrica:

a) $\dfrac{1-2i}{2+i} + \dfrac{2-3i}{5}$

b) $(2-i)(2+i) - \dfrac{1+i}{1-i}$

c) $3 + 2i - \dfrac{5}{4} - \left(\dfrac{2}{5} - \dfrac{1}{3}\right) i - \left(2 - \dfrac{1}{2}\right) + \dfrac{16}{15} i$

d) $(3+2i)(3-2i) + (2-4i)3i - (6+2i)^2$

e) $(2+3i)(2-3i) - (3+i)^2 + i\overline{(3+2i)} - 6(i+2)$

f) $\dfrac{9+7i}{2+i} + \dfrac{-2i^4 + 3i^3 - 2i^2 + 3i}{3-2i}$

3. Risolvere le seguenti equazioni algebriche nel campo complesso

a) $z^2 + 2z + 5 = 0, \quad -4z^2 + 4z - 3 = 0, \quad 2z^2 - 6z + 5 = 0$

b) $z^2 + iz + 2 = 0, \quad z^2 + 6z + 25 = 0, \quad z^4 - 2z^2 - 8 = 0$

c) $z^4 - 8z^2 - 9 = 0, \quad z^4 + 3z^2 - 4 = 0, \quad z^4 + 5z^2 + 4 = 0$