1 Geometria analitica, equazioni e disequazioni fondamentali

Esercizio 1.1. Trovare l'equazione della retta parallela ad $y = x + 2$ passante per il punto $Q = (3, 3)$.

Esercizio 1.2. Sia γ la circonferenza di centro l'origine e raggio $\sqrt{2}$.

- Scrivere l'eq. di γ.
- Trovarne l'espressione dopo una traslazione verso l'alto di 1 e verso destra di 3. (*Suggerimento:* applicare la traslazione al centro e poi scrivere l'equazione della nuova circonferenza.)

Esercizio 1.3. Disegnare nel piano cartesiano il seguente insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + 10x + 2 \leq y < 2x + 2\}$$

Esercizio 1.4. Disegnare nel piano cartesiano il seguente insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 6y^2 - 1 + x^2 \geq 5\}$$

Dire se il punto $(1, \frac{1}{2}) \in A$

Esercizio 1.5. Disegnare nel piano cartesiano il seguente insieme

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 3(x^2 - 4) < 4y^2\}$$

Dire se il punto $(1, \frac{1}{2}) \in A$

Esercizio 1.6. Vero o falso?

a. La disequazione $x^2 \geq 0$ è verificata per ogni $x \in \mathbb{R}$

b. La disequazione $x^2 \leq 0$ è verificata se e solo se $x = 0$

c. La disequazione $x^2 - 1 \geq 0$ è verificata per $x \leq 1 \wedge x \geq 1$

d. La disequazione $x^2 + 4 > 0$ è verificata per $x \leq 2 \vee x \geq 2$

e. La disequazione $-x^2 + 2x - 1 < 0$ è verificata per ogni $x \in \mathbb{R}$

Esercizio 1.7. Inventa:

a. un'equazione di secondo grado impossibile;

b. un'equazione di secondo grado che abbia come insieme delle soluzioni $\mathcal{S} = \{0\}$;

c. un'equazione di secondo grado che abbia come insieme delle soluzioni $\mathcal{S} = \{0, 1\}$;

Esercizio 1.8. Risolvi graficamente la seguente disequazione:

$$9 - 25x^2 < 0$$

Esercizio 1.9. Risolvi nei numeri reali l'equazione:

$$2x^2 - 3x = -7$$

Esercizio 1.10. Risolvi nei numeri reali la disequazione:

$$-4x^2 + 2x - 1 > 0$$