FORMULARIO DI FONDAMENTI DI BIOELETTRONICA

A.A. 2026-2027

Il presente formulario può essere utilizzato durante le prove d'esame, privo di qualsivoglia modifica. **Formulari modificati con appunti personali saranno requisiti.**

COSTANTI (da utilizzarsi qualora il testo non le specificasse altrimenti)

Costanti universali

Costante	Simbolo	Unità di misura	Valore
Costante dielettrica del vuoto	ϵ_0	$\mathrm{F/cm}$	$8.85 \cdot 10^{-14}$
Costante di Boltzmann	k_B	$\mathrm{J/K}$	$1.38 \cdot 10^{-23}$
Carica elementare	q	C	$1.6 \cdot 10^{-19}$

Proprietà del Silicio e dei suoi composti (valori a temperatura ambiente, ove necessario)

Proprietà	Simbolo	Unità di misura	Valore
Densità intrinseca dei portatori	n_i	cm^{-3}	$1.45 \cdot 10^{10}$
Costante dielettrica	$\epsilon_{r,Si}$		11.9
Costante dielettrica dell'ossido di Silicio	$\epsilon_{r,ox}$		3.5
Band gap	E_g	eV	1.12
Affinità elettronica	χ	eV	4.05
Densità effettiva degli stati in banda di valenza	N_V	cm^{-3}	$4.53 \cdot 10^{19}$
Densità effettiva degli stati in banda di conduzione	N_C	cm^{-3}	$2.8 \cdot 10^{19}$

Proprietà del Germanio (valori a temperatura ambiente, ove necessario)

Proprietà	Simbolo	Unità di misura	Valore
Densità intrinseca dei portatori	n_i	cm^{-3}	$2.4 \cdot 10^{13}$
Costante dielettrica	$\epsilon_{r,Ge}$		16
Band gap	E_g	eV	0.66
Affinità elettronica	χ	eV	4.0
Densità effettiva degli stati in banda di valenza	N_V	cm^{-3}	$6.0 \cdot 10^{18}$
Densità effettiva degli stati in banda di conduzione	N_C	cm^{-3}	$1.12 \cdot 10^{19}$

Proprietà dell'Arseniuro di Gallio (valori a temperatura ambiente, ove necessario)

Proprietà	Simbolo	Unità di misura	Valore
Densità intrinseca dei portatori	n_i	cm^{-3}	$1.79 \cdot 10^{6}$
Costante dielettrica	$\epsilon_{r,GaAs}$		13.1
Band gap	E_g	eV	1.424
Affinità elettronica	χ	eV	4.07
Densità effettiva degli stati in banda di valenza	N_V	cm^{-3}	$7.0 \cdot 10^{18}$
Densità effettiva degli stati in banda di conduzione	N_C	cm^{-3}	$3.45 \cdot 10^{17}$

FORMULE PER I SEMICONDUTTORI

Descrizione	Unità di Misura	Formula
Densità intrinseca dei portatori	cm^{-3}	$n_i = \sqrt{N_C N_V}\exp\left(-\frac{E_G}{2k_BT}\right)$
Densità dei donori in funzione della posizione del livello di Fermi	cm^{-3}	$N_D = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_BT}\right)$
Densità degli accettori in funzione della posizione del livello di Fermi	cm^{-3}	$N_A = N_V \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{k_BT}\right)$
Densità degli elettroni in funzione della posizione del livello di Fermi	cm^{-3}	$n = N_C \exp\left(-\frac{E_C - E_F}{k_BT}\right) = n_i \exp\left(\frac{E_F - E_i}{k_BT}\right)$
Densità delle lacune in funzione della posizione del livello di Fermi	cm^{-3}	$p = N_V \exp\left(-\frac{E_F - E_V}{k_BT}\right) = n_i \exp\left(\frac{E_i - E_F}{k_BT}\right)$
Distanza tra livello di Fermi e bottom banda di conduzione in un semiconduttore drogato n (ipotesi di completa ionizzazione)	eV	$E_C - E_F = k_BT \ln\left(\frac{N_C}{N_D}\right)$
Distanza tra livello di Fermi e top della banda di valenza in un semiconduttore drogato p (ipotesi di completa ionizzazione)	eV	$E_F - E_V = k_BT \ln\left(\frac{N_V}{N_A}\right)$
Distanza tra livello di Fermi e livello intrinseco in un semiconduttore drogato n (ipotesi di completa ionizzazione)	eV	$E_F - E_i = k_BT \ln\left(\frac{N_D}{n_i}\right)$
Distanza tra livello di Fermi e livello intrinseco in un semiconduttore drogato p (ipotesi di completa ionizzazione)	eV	$E_i - E_F = k_BT \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right)$
Diffusività in base alla legge di Einstein	cm^2/s	$D = \frac{k_BT}{q}\mu$
Tempo di ricombinazione	s	$\tau_r = \frac{1 + \frac{2n_i}{n_n}\cosh\left(\frac{E_t - E_i}{k_BT}\right)}{v_{th}\sigma_0 N_t}$
Tempo di generazione	s	$\tau_g = \frac{2\cosh\left(\frac{E_t - E_i}{k_BT}\right)}{v_{th}\sigma_0 N_t}$
Funzione lavoro (drogaggio p)	eV	$q\Phi_{S,p} = q\chi + E_g - \lvert E_F - E_V\rvert_p = q\chi + E_g - k_BT\ln\left(\frac{N_V}{N_A}\right)$ $= q\chi + \frac{E_g}{2} + \lvert E_i - E_F\rvert_p = q\chi + \frac{E_g}{2} + k_BTln\left(\frac{N_A}{n_i}\right)$
Funzione lavoro (drogaggio n)	eV	$q\Phi_{S,n} = q\chi + \lvert E_C - E_F\rvert_n = q\chi + k_BT\ln\left(\frac{N_C}{N_D}\right)$ $= q\chi + \frac{E_g}{2} - \lvert E_F - E_i\rvert_n = q\chi + \frac{E_g}{2} - k_BTln\left(\frac{N_D}{n_i}\right)$
Lunghezza di diffusione dei minoritari	cm	$L = \sqrt{D\tau}$
Resistività semiconduttore drogato N_B	$\Omega \cdot cm$	$\rho = \frac{1}{qN_B\mu}$

LA GIUNZIONE PN

Descrizione	Unità di Misura	Formula
Potenziale di built-in (generale)	V	$V_{bi} = \frac{k_B T}{q} ln\left(\frac{N_A N_D}{n_i^2}\right)$
Campo massimo (giunzione brusca polarizzata)	V/cm	$\boldsymbol{E_{max}} = \frac{qN_A}{\epsilon_S} x_p = \frac{qN_D}{\epsilon_S} x_n = \frac{2(V_{bi} - V_A)}{W}$
Regione di svuotamento (giunzione brusca polarizzata)	cm	$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_S}{q} \frac{N_A + N_D}{N_A N_D} (V_{bi} - V_A)}$
Estensione della regione di svuotamento nel lato n	cm	$x_n = \frac{N_A}{N_A + N_D} W$
Estensione della regione di svuotamento nel lato p	cm	$x_p = \frac{N_D}{N_A + N_D} W$
Capacità di svuotamento (giunzione brusca polarizzata)	F/cm^2	$C_j = \sqrt{\frac{q\epsilon_S}{2} \frac{N_A N_D}{N_A + N_D} \frac{1}{(V_{bi} - V_A)}}$
Regione di svuotamento (giunzione brusca simmetrica polarizzata, $\boldsymbol{N_A = N_D = N_B}$)	cm	$W = \sqrt{\frac{4\epsilon_S}{qN_B} (V_{bi} - V_A)}$
Capacità di svuotamento (giunzione brusca simmetrica polarizzata, $\boldsymbol{N_A = N_D = N_B}$)	F/cm^2	$C_j = \sqrt{\frac{q\epsilon_S N_B}{4} \frac{1}{(V_{bi} - V_A)}}$
Regione di svuotamento (giunzione brusca fortemente asimmetrica, polarizzata, con $\boldsymbol{N_B = \mathbf{min}(N_A, N_D)}$)	cm	$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_S}{qN_B} (V_{bi} - V_A)}$
Capacità di svuotamento (giunzione brusca fortemente asimmetrica, polarizzata, con $\boldsymbol{N_B = \mathbf{min}(N_A, N_D)}$)	F/cm^2	$C_j = \sqrt{\frac{q\epsilon_S}{2} \frac{N_B}{(V_{bi} - V_A)}}$
Potenziale di buit-in (giunzione a gradiente lineare)	V	$V_{bi} = \frac{2k_B T}{q} ln\left(\frac{aW}{2n_i}\right)$
Campo massimo (giunzione a gradiente lineare)	V/cm	$\boldsymbol{E_{max}} = \frac{qaW^2}{8\epsilon_{Si}}$
Regione di svuotamento (giunzione a gradiente lineare polarizzata)	cm	$W = \sqrt[3]{\frac{12\epsilon_S}{qa} (V_{bi} - V_A)}$
Capacità di svuotamento (giunzione a gradiente lineare polarizzata)	F/cm^2	$C_j = \sqrt[3]{\frac{qa\epsilon_S^2}{12} \frac{1}{(V_{bi} - V_A)}}$
Caratteristica corrente-tensione nella giunzione p-n ideale	A/cm^2	$J = J_S \left[\exp\left(\frac{qV_A}{k_B T}\right) - 1\right]$
Densità di corrente di saturazione inversa	A/cm^2	$J_S = qn_i^2 \left[\frac{D_p}{L_p N_D} \operatorname{cotanh}\left(\frac{w_n - x_n}{L_p}\right) + \frac{D_n}{L_n N_A} \operatorname{cotanh}\left(\frac{\lvert w_p - x_p \rvert}{L_n}\right)\right]$
Approssimazione base lunga (dimensione fisica del lato *w*, estensione regione di svuotamento in quel lato al potenziale dato *x*, lunghezza		$\operatorname{cotanh}\left(\frac{\lvert w - x \rvert}{L}\right) \approx 1$

diffusione minoritari in quel lato *L*)		
Approssimazione base corta (dimensione fisica del lato *w*, estensione regione di svuotamento in quel lato al potenziale dato *x*, lunghezza diffusione minoritari in quel lato *L*)		$\text{cotanh}\left(\frac{\lvert w-x\rvert}{L}\right) \approx \frac{L}{\lvert w-x\rvert}$
Resistenza della regione neutra (dimensione fisica del lato *w*, estensione regione di svuotamento in quel lato al potenziale dato *x*, resistività del lato $\boldsymbol{\rho}$)	$\Omega \cdot cm^2$	$R = \rho \cdot \lvert w-x\rvert$
Densità di corrente di generazione	A/cm^2	$J_{gen} = \frac{qWn_i}{\tau_g}$
Densità di corrente di ricombinazione	A/cm^2	$J_{rec} = \frac{qWn_i}{2\tau_r}\left[\exp\left(\frac{qV_A}{2k_BT}\right)-1\right]$
Caratteristica corrente-tensione nella giunzione p-n con fattore di idealità	A/cm^2	$J = J_S\left[\exp\left(\frac{qV_A}{\eta k_BT}\right)-1\right]$
Caratteristica corrente-tensione nella giunzione p-n con effetto delle resistenze delle regioni neutre	A/cm^2	$J = J_S\left\{\exp\left[\frac{q(V_A-RJ)}{\eta k_BT}\right]-1\right\}$
Conduttanza equivalente alla giunzione PN di area $\boldsymbol{A}$, al potenziale $\boldsymbol{V_A = V_A^*}$	S	$g(V_A = V_A^*) = \frac{q}{k_BT}AJ_S\exp\left(\frac{qV_A^*}{k_BT}\right)$
Potenziale di breakdown per una giunzione brusca asimmetrica (con $\boldsymbol{N_B}$ drogaggio del lato meno drogato)	V	$V_B = \frac{1}{2}\boldsymbol{E_{cr}}W \approx \frac{\boldsymbol{E_{cr}^2}\epsilon_S}{qN_B}$
Potenziale di breakdown per una giunzione a gradiente lineare	V	$V_B = \frac{2}{3}\boldsymbol{E_{cr}}W \approx \frac{4}{3}\boldsymbol{E_{cr}^{3/2}}\left(\frac{2\epsilon_S}{qa}\right)^{1/2}$

IL CONTATTO METALLO SEMICONDUTTORE

Descrizione	Unità di Misura	Contatto M-Sn	Contatto M-Sp
Potenziale di built-in	V	$V_{bi} = \Phi_M - \Phi_{S,n}$	$V_{bi} = \Phi_{S,p} - \Phi_M$
Altezza di barriera	eV	$q\Phi_{B,n} = q\Phi_M - q\chi$	$q\Phi_{B,p} = E_g - q\Phi_{B,n}$
Campo massimo	V/cm	$\boldsymbol{E_{max}} = \frac{2(V_{bi} - V_A)}{W}$	
Regione di svuotamento	cm	$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_S}{qN_D}(V_{bi} - V_A)}$	$W = \sqrt{\frac{2\epsilon_S}{qN_A}(V_{bi} - V_A)}$
Capacità di svuotamento	F/cm^2	$C_j = \sqrt{\frac{q\epsilon_S}{2}\frac{N_D}{(V_{bi} - V_A)}}$	$C_j = \sqrt{\frac{q\epsilon_S}{2}\frac{N_A}{(V_{bi} - V_A)}}$
Caratteristica corrente-tensione	A/cm^2	$J = J_S\left[\exp\left(\frac{qV_A}{k_BT}\right) - 1\right]$	
Densità di corrente di saturazione inversa	A/cm^2	$J_S = A^*T^2\exp\left(-\frac{q\Phi_{B,n}}{k_BT}\right)$	$J_S = A^*T^2\exp\left(-\frac{q\Phi_{B,p}}{k_BT}\right)$
Densità di corrente dei minorati	A/cm^2	$J_p = \frac{qn_i^2D_p}{L_pN_D}\operatorname{cotanh}\left(\frac{\lvert w_n - W\rvert}{L_p}\right)\left[\exp\left(\frac{qV_A}{k_BT}\right) - 1\right]$	$J_n = \frac{qn_i^2D_n}{L_nN_A}\operatorname{cotanh}\left(\frac{\lvert w_p - W\rvert}{L_n}\right)\left[\exp\left(\frac{qV_A}{k_BT}\right) - 1\right]$
Approssimazione base lunga		$\operatorname{cotanh}\left(\frac{\lvert w_n - W\rvert}{L_n}\right) \approx 1$	$\operatorname{cotanh}\left(\frac{\lvert w_p - W\rvert}{L_p}\right) \approx 1$
Approssimazione base corta		$\operatorname{cotanh}\left(\frac{\lvert w_n - W\rvert}{L_n}\right) \approx \frac{L_n}{\lvert w_n - W\rvert}$	$\operatorname{cotanh}\left(\frac{\lvert w_p - W\rvert}{L_p}\right) \approx \frac{L_p}{\lvert w_p - W\rvert}$
Densità di corrente di ricombinazione	A/cm^2	$J_{rec} = \frac{qWn_i}{2\tau_r}\exp\left(\frac{qV_A}{2k_BT}\right)$	
Resistenza specifica di contatto	$\Omega \cdot cm^2$	$R_c = \frac{k_BT}{qA^*T^2}\exp\left(\frac{q\Phi_{B,n}}{k_BT}\right)$	$R_c = \frac{k_BT}{qA^*T^2}\exp\left(\frac{q\Phi_{B,p}}{k_BT}\right)$

Costanti di Richardson efficaci (A/K^2)

Semiconduttore	Drogaggio p	Drogaggio n
Si	32	110
GaAs	72	8

CAPACITORE MOS

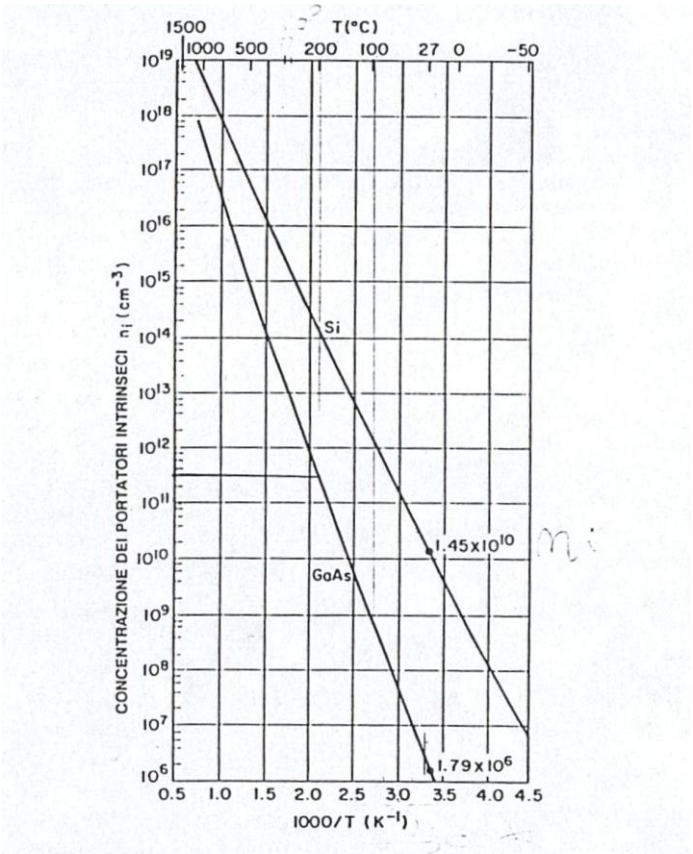
Descrizione	Unità di Misura	MOS substrato p	MOS substrato n
Caratteristica Capacità-Tensione (in svuotamento)	F/cm^2	$C = \frac{C_{ox}}{\sqrt{1 + \frac{2\epsilon_{ox}^2}{qN_A\epsilon_s d^2} V_A}}$	$C = \frac{C_{ox}}{\sqrt{1 + \frac{2\epsilon_{ox}^2}{qN_D\epsilon_s d^2} V_A}}$
Potenziale di inversione	V	$\psi_S^{inv} = 2\psi_B = \frac{2k_B T}{q} \ln\left(\frac{N_A}{n_i}\right)$	$\psi_S^{inv} = 2\psi_B = \frac{2k_B T}{q} \ln\left(\frac{N_D}{n_i}\right)$
Capacità minima	F/cm^2	$C_{min} = \frac{C_{ox}}{1 + \sqrt{\frac{2\epsilon_{ox}^2}{qN_A\epsilon_s d^2}(2\psi_B)}}$	$C_{min} = \frac{C_{ox}}{1 + \sqrt{\frac{2\epsilon_{ox}^2}{qN_D\epsilon_s d^2}(2\psi_B)}}$
Tensione di banda piatta (x = posizione della carica rispetto all'interfaccia metallo-isolante)	V	$V_{FB} = \phi_M - \phi_{S,p} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} \frac{x}{d_{ox}}$	$V_{FB} = \phi_M - \phi_{S,n} - \frac{Q_{ox}}{C_{ox}} \frac{x}{d_{ox}}$
Tensione di soglia	V	$V_T = V_{FB} + 2\psi_B + \frac{\sqrt{2qN_A\epsilon_s(2\psi_B)}}{C_{ox}}$	$V_T = V_{FB} - 2\psi_B - \frac{\sqrt{2qN_D\epsilon_s(2\psi_B)}}{C_{ox}}$

IL MOSFET

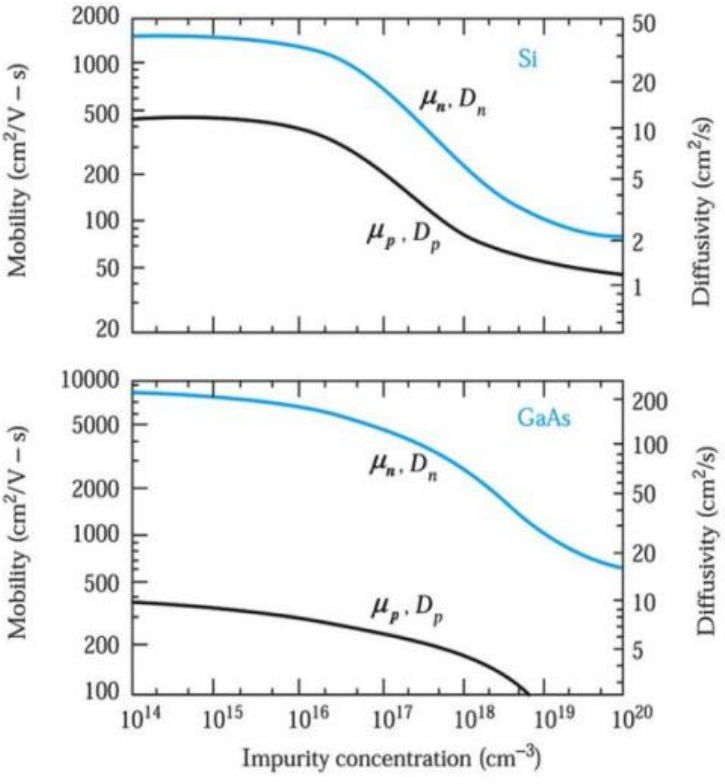
Descrizione	Unità di Misura	MOSFET a canale n	MOSFET a canale p
Caratteristica (valida per $V_{DS} < V_{DS,sat}$)	A	$I_D = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L}\left[(V_{GS} - V_{Tn})V_{DS} - \frac{V_{DS}^2}{2}\right]$	$I_D = \mu_p C_{ox} \frac{W}{L}\left[(V_{SG} - V'_{Tp})V_{SD} - \frac{V_{SD}^2}{2}\right]$
Approssimazione in regione lineare	A	$I_{D,lin} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L}(V_{GS} - V_{Tn})V_{DS}$	$I_{D,lin} = \mu_p C_{ox} \frac{W}{L}(V_{SG} - V'_{Tp})V_{SD}$
Corrente di saturazione ($V_{DS} > V_{DS,sat}$)	A	$I_{D,sat} = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox} \frac{W}{L}(V_{GS} - V_{Tn})^2$	$I_{D,sat} = \frac{1}{2}\mu_p C_{ox} \frac{W}{L}(V_{SG} - V'_{Tp})^2$
Conduttanza di canale	S	$g_{D,lin} = \left.\frac{\partial I_{D,lin}}{\partial V_{DS}}\right\|_{V_{GS}\equiv cost} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L}(V_{GS} - V_{Tn})$	$g_{D,lin} = \left.\frac{\partial I_{D,lin}}{\partial V_{SD}}\right\|_{V_{SG}\equiv cost} = \mu_p C_{ox} \frac{W}{L}(V_{SG} - V'_{Tp})$
Transconduttanza in regione lineare	S	$g_{m,lin} = \left.\frac{\partial I_{D,lin}}{\partial V_{GS}}\right\|_{V_{DS}\equiv const} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L} V_{DS}$	$g_{m,lin} = \left.\frac{\partial I_{D,lin}}{\partial V_{SG}}\right\|_{V_{SD}\equiv const} = \mu_p C_{ox} \frac{W}{L} V_{SD}$
Transconduttanza in saturazione	S	$g_{m,sat} = \left.\frac{\partial I_{D,sat}}{\partial V_{GS}}\right\|_{V_{DS}\equiv const} = \mu_n C_{ox} \frac{W}{L}(V_{GS} - V_{Tn})$	$g_{m,sat} = \left.\frac{\partial I_{D,sat}}{\partial V_{SG}}\right\|_{V_{SD}\equiv const} = \mu_p C_{ox} \frac{W}{L}(V_{SG} - V'_{Tp})$
Corrente sottosoglia	A	$I_{D,sub} = qn_i D_n \frac{W}{L}\exp\left(-\frac{q\psi_B}{k_B T}\right)\left[1 - \exp\left(-\frac{qV_{DS}}{k_B T}\right)\right]\exp\left[\frac{q(V_{GS} - V_{Tn})}{k_B T}\right]$	$I_{D,sub} = qn_i D_p \frac{W}{L}\exp\left(-\frac{q\psi_B}{k_B T}\right)\left[1 - \exp\left(-\frac{qV_{SD}}{k_B T}\right)\right]\exp\left[\frac{q(V_{SG} - V'_{Tp})}{k_B T}\right]$
Corrente di saturazione in condizioni di modulazione della lunghezza di canale	A	$I_{D,sat} = \frac{1}{2}\mu_n C_{ox} \frac{W}{L}(V_{GS} - V_{Tn})^2(1 + \lambda V_{DS})$	$I_{D,sat} = \frac{1}{2}\mu_p C_{ox} \frac{W}{L}(V_{SG} - V'_{Tp})^2(1 + \lambda V_{DS})$
Tensione di soglia	V	$V_{Tn} = V_{FB} + 2\psi_B + \frac{\sqrt{2qN_A\epsilon_s(2\psi_B)}}{C_{ox}}$	$V'_{Tp} = -V_{FB} + 2\psi_B + \frac{\sqrt{2qN_D\epsilon_s(2\psi_B)}}{C_{ox}}$
Effetto body	V	$V_{Tn} = V_{FB} + 2\psi_B + \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A(2\psi_B - V_{BS})}}{C_{ox}}$ $\Delta V_{Tn} = \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_A}}{C_{ox}}\left[\sqrt{2\psi_B - V_{BS}} - \sqrt{2\psi_B}\right]$	$V'_{Tp} = -V_{FB} + 2\psi_B + \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_D(2\psi_B - V_{SB})}}{C_{ox}}$ $\Delta V'_{Tp} = \frac{\sqrt{2q\epsilon_s N_D}}{C_{ox}}\left[\sqrt{2\psi_B - V_{SB}} - \sqrt{2\psi_B}\right]$

GRAFICI

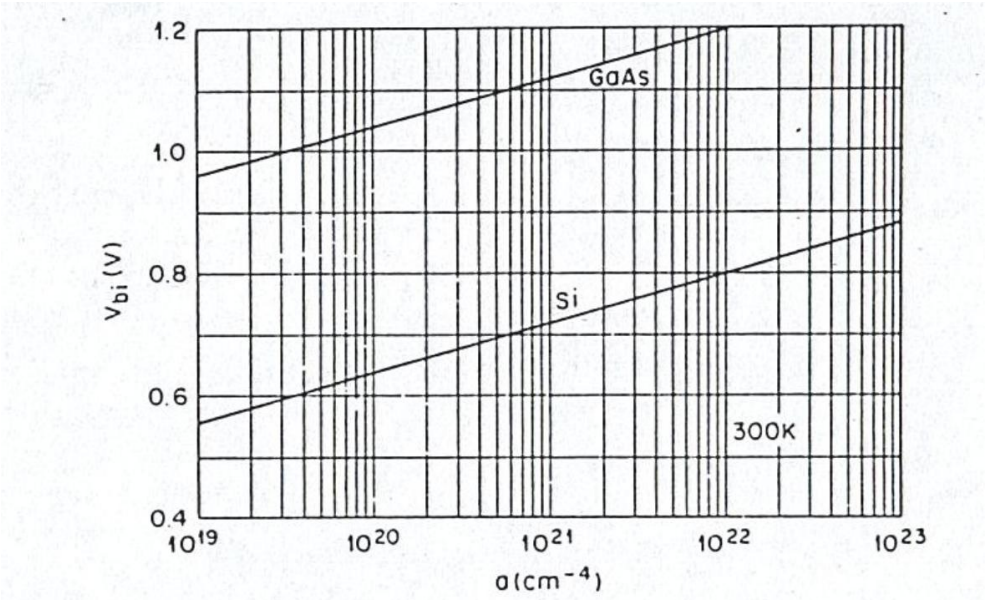
Semiconduttori



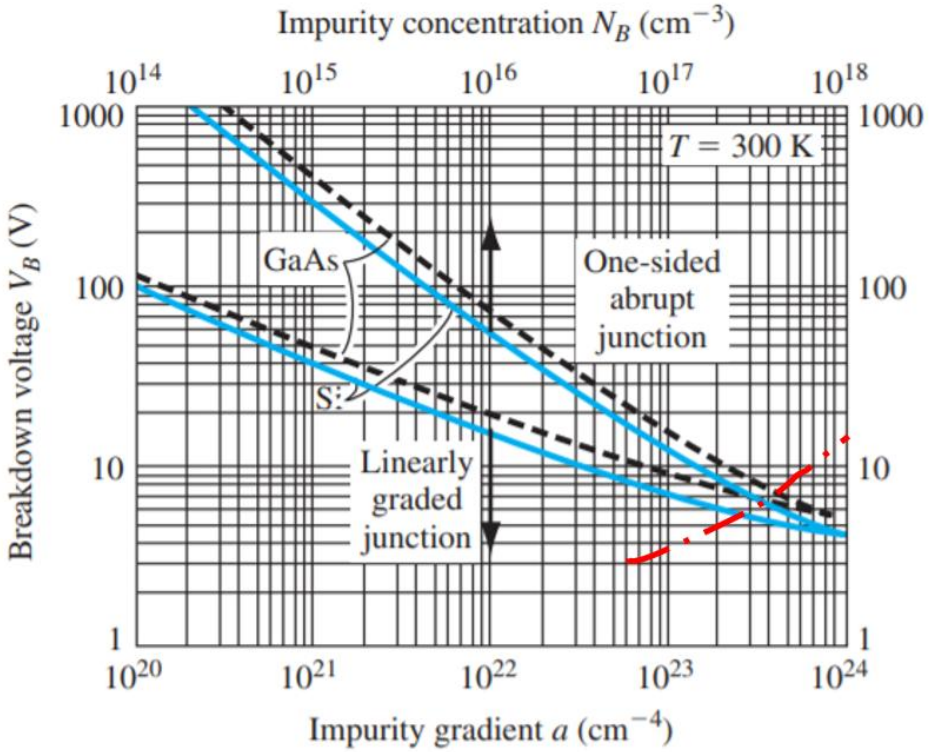
Concentrazione dei portatori intrinseci nel Si e nel GaAs in funzione del reciproco della temperatura.[4]



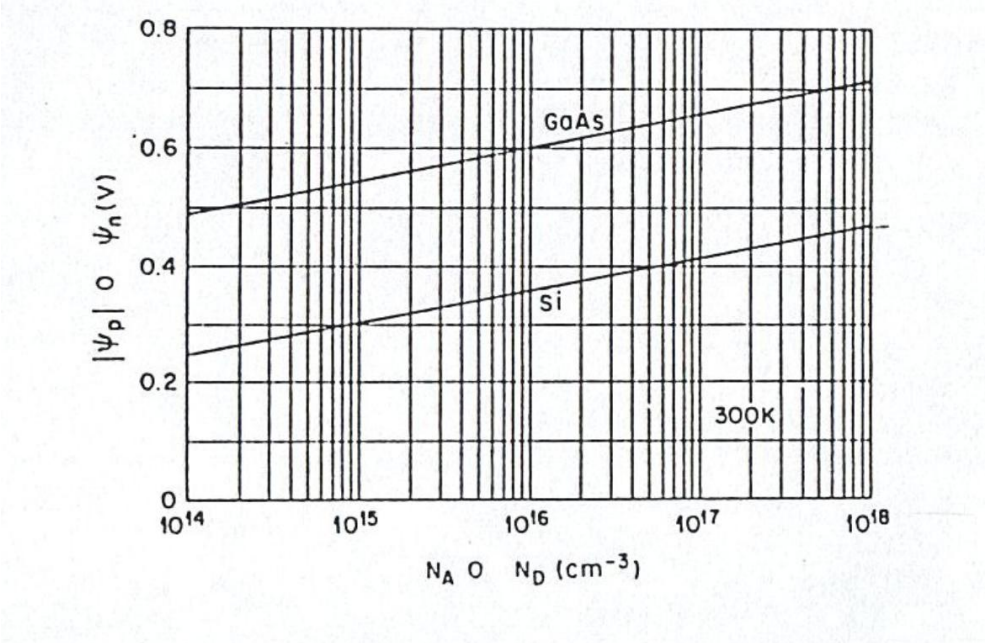
Giunzioni p-n



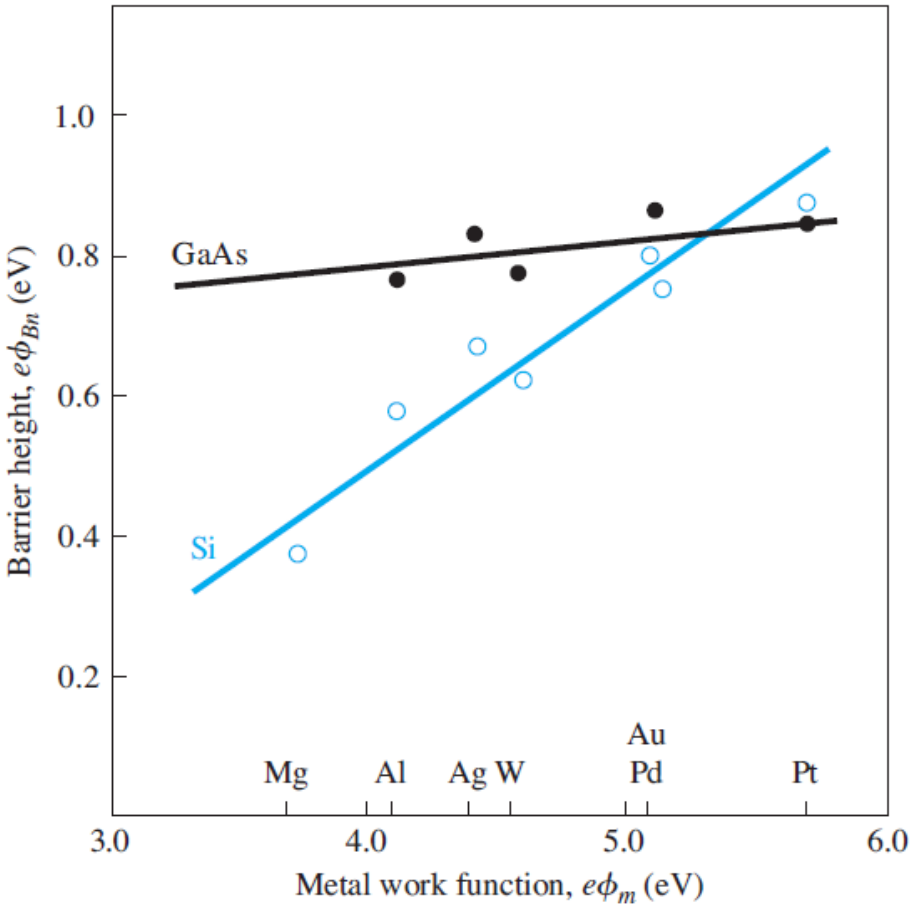
Potenziale interno per giunzioni a gradiente lineare in Si e in GaAs in funzione del gradiente delle impurità.



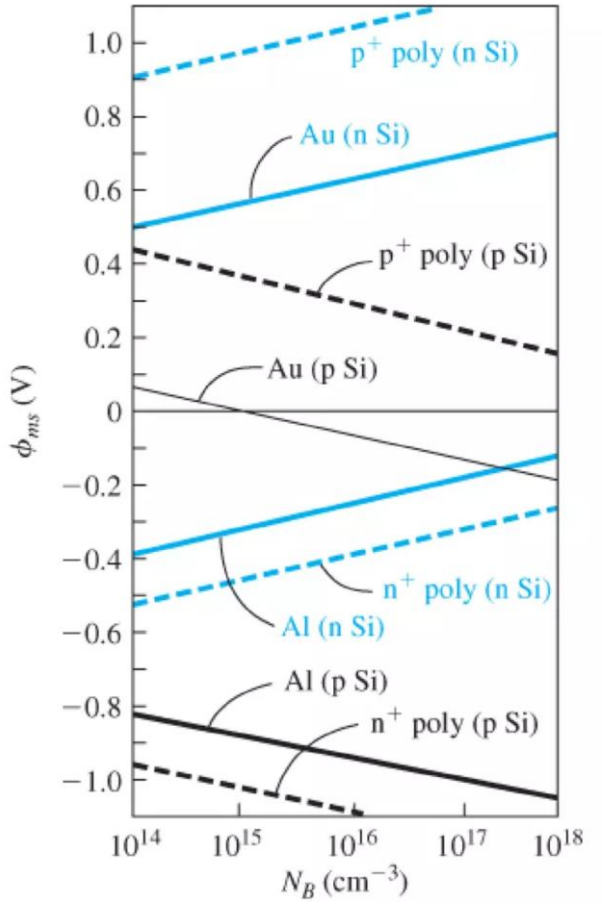
Contatto metallo-semiconduttore



Contributi del lato p e del lato n al potenziale interno di giunzioni brusche in Si e in GaAs in funzione della concentrazione di impurità.



Capacitore MOS/ MOSFET



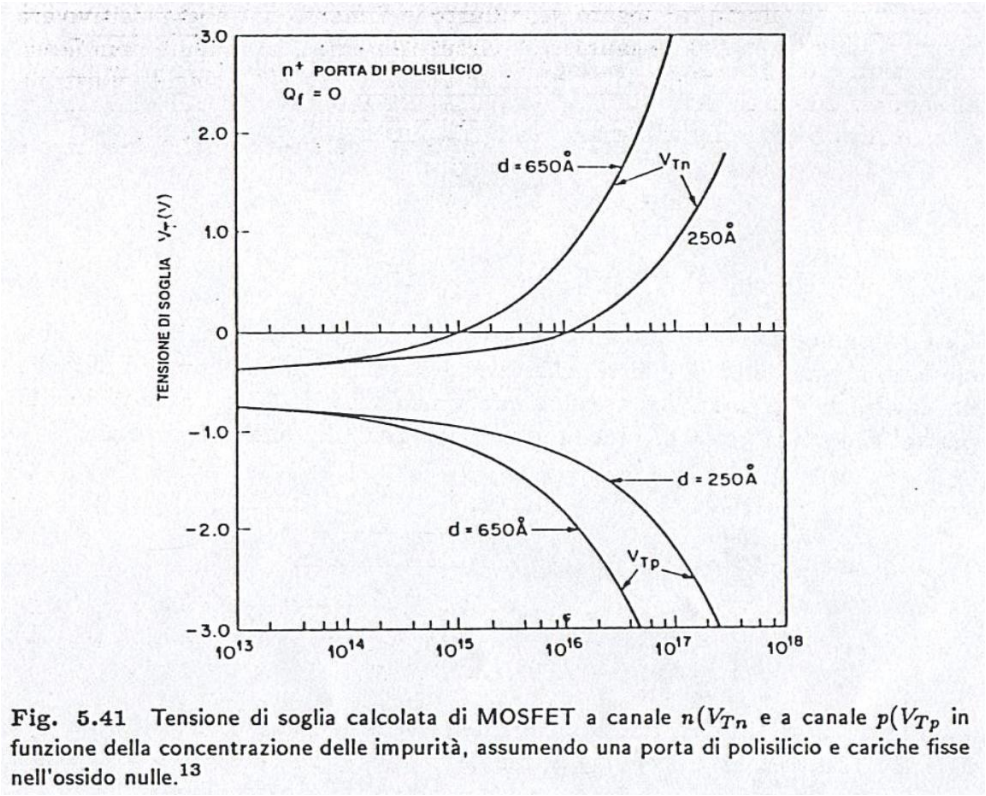


Fig. 5.41 Tensione di soglia calcolata di MOSFET a canale $n(V_{Tn}$ e a canale $p(V_{Tp}$ in funzione della concentrazione delle impurità, assumendo una porta di polisilicio e cariche fisse nell'ossido nulle.[13]