

Esercitazione n. 2 - Elementi di teoria degli insiemi

Matematica 1 • Corso di Laurea in Chimica

Operazioni elementari tra insiemi e loro proprietà: unione, intersezione, differenza, prodotto cartesiano.

1. _____

Si considerino gli insiemi:

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}, \quad B = \{0, 1, 2, 3, 6, 9, 12\}, \quad C = \{1, 4, 5, 9, 10, 12\}$$

Scrivere per elencazione e mediante i diagrammi di Venn i seguenti insiemi:

- a) $A \cap B$
- b) $A \cup C$
- c) $B \setminus C$
- d) $(A \cap B) \cup C$
- e) $(A \cup B) \cap C$
- f) Verificare la proprietà distributiva dell'unione rispetto all'intersezione.
- g) Verificare la proprietà distributiva dell'intersezione rispetto all'unione.

2. _____

Si considerino gli insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 \leq x < 2\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x \leq 6\}, \quad C = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 4\}$$

Scrivere mediante proprietà caratteristica gli insiemi:

- a) $(A \cup C) \cap B$
- b) $(A \cap B) \cup C$
- c) $A \setminus B$
- d) $B \setminus C$

3. _____

Si considerino gli insiemi A , B e C definiti mediante proprietà caratteristica:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^4 - 11x^2 + 18 = 0\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 1| \leq 3\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 4 - 2n, n = 0, 1, 2, 3, 4\}$$

- a) Rappresentare per elencazione gli insiemi A e C .
- b) Determinare $A \cup B$, $A \cap C$, $B \setminus C$.

- c) Verificare la proprietà distributiva dell'intersezione rispetto all'unione.
- d) Verificare che $A \times C \neq C \times A$.

4. _____

Rappresentare per elencazione i seguenti insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è un divisore di } 14\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 4\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Q} \mid x = \frac{5n+2}{2n-1}, n = 1, 2, 3, 4, 5\}$$

- a) Determinare $A \cup B, A \cap B, C \setminus A$.
- b) Verificare la proprietà distributiva dell'intersezione rispetto all'unione.
- c) Verificare che $A \times (A \cap B) \neq (A \cap B) \times A$.

5. _____

Si considerino gli insiemi A, B e C definiti mediante proprietà caratteristica:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid (4x^2 - 16)(x^2 - 2x - 3) = 0\}$$

$$B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x + 1| \leq 2\}$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 2n - 3, n = 0, 1, 2, 3, 4\}$$

- a) Rappresentare per elencazione gli insiemi A, B e C .
- b) Determinare $A \cap B, A \cup C, B \setminus C$.
- c) Verificare la proprietà distributiva dell'unione rispetto all'intersezione.

6. _____

Si considerino gli insiemi A, B e C definiti mediante proprietà caratteristica:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid (x - 1)(x^2 - 4) \geq 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 4\}, \quad C = \{x \in \mathbb{R} \mid \log_2(x^2 + 3x + 4) = 2\}$$

- a) Rappresentare per elencazione gli insiemi B e C .
- b) Determinare $A \cap B, B \cup C, A \setminus B$.
- c) Verificare che $B \times C \neq C \times B$.

7. _____

Rappresentare per elencazione i seguenti insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x^2 - 4)(x^2 - 16) = 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 4\}, \quad C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = n - 3, n = 1, 2, 3, 4, 5\}$$

- Determinare $A \cup B, A \cap B, A \setminus C$.
- Verificare la proprietà distributiva dell'intersezione rispetto all'unione.
- Verificare che $A \times (A \setminus C) \neq (A \setminus C) \times A$.

8. _____

Rappresentare per elencazione i seguenti insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x^2 - 25)(x^2 - 9) = 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 4\}, \quad C = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$$

- Determinare $A \cup B, A \cap B, A \setminus C$.
- Verificare la proprietà distributiva dell'intersezione rispetto all'unione.
- Verificare che $A \times (A \setminus C) \neq (A \setminus C) \times A$.

9. _____

Rappresentare per elencazione i seguenti insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x^2 + 3x - 4)(x^2 + 5x + 6) = 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 4\}, \quad C = \{-2; -1; 0; 1\}$$

- Determinare $A \cup C, A \cap B, A \setminus C$.
- Verificare la proprietà distributiva dell'intersezione rispetto all'unione.
- Verificare che $A \times (A \setminus C) \neq (A \setminus C) \times A$.

10. _____

Si considerino gli insiemi A, B e C definiti mediante proprietà caratteristica:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^4 - 5x^2 + 4 = 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x - 2| \leq 3\}, \quad C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 1 - 2n, n = 0, 1, 2, 3, 4\}$$

- Rappresentare per elencazione gli insiemi A, B e C .
- Determinare $A \cup B, A \cap C, B \setminus C$.
- Verificare che $A \times C \neq C \times A$.