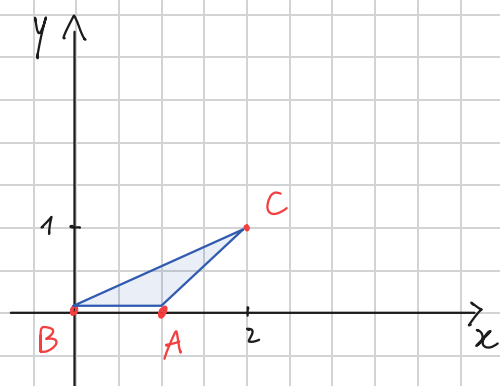


Svolgimento esercizi: 1) scrivere le eq. delle rette in cui giacciono i lati del triangolo $A=(1,0)$, $B=(0,0)$, $C=(2,1)$.



Rette per $\overline{AB}$: $x_A \neq x_B \Rightarrow$ risolvo il sistema

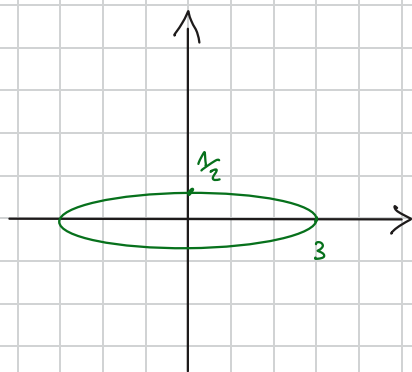
$$\begin{cases} 0 = m \cdot 1 + q \\ 0 = m \cdot 0 + q \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ q = 0 \end{cases} \Rightarrow \boxed{y = 0}$$

Analogamente si trovano...

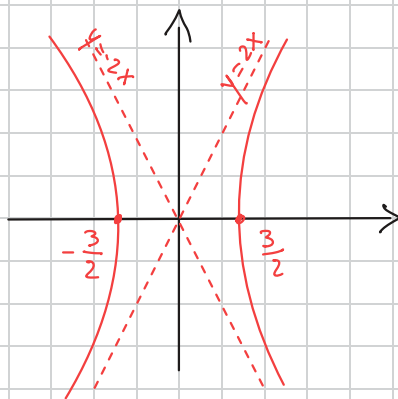
Rette per $\overline{AC}$: $\boxed{y = x - 1}$; Rette per $\overline{BC}$: $\boxed{y = \frac{1}{2}x}$

2) rappresentare le coniche:

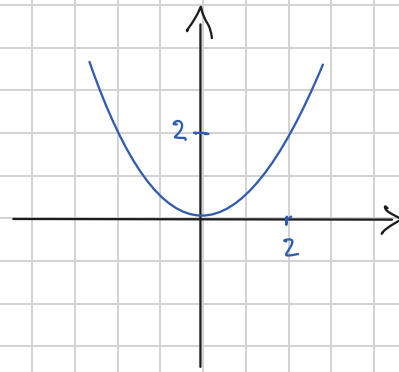
(i) $\frac{x^2}{9} + 4y^2 = 1$
(ellisse)



(ii) $y^2 - 1 = 4x^2 - 10$
 $4x^2 - y^2 = 9$
 $\frac{4}{9}x^2 - \frac{1}{9}y^2 = 1$ (iperbole)



(iii) $y = \frac{x^2}{2}$
(parabola)



3) rappresentare la parabola $y = x^2 + x - 2$.

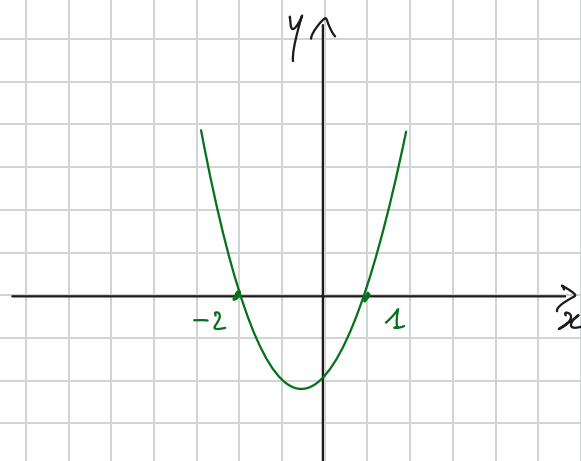
• concavità verso l'alto

poiché $a = 1 > 0$;

• intersezioni con asse x :

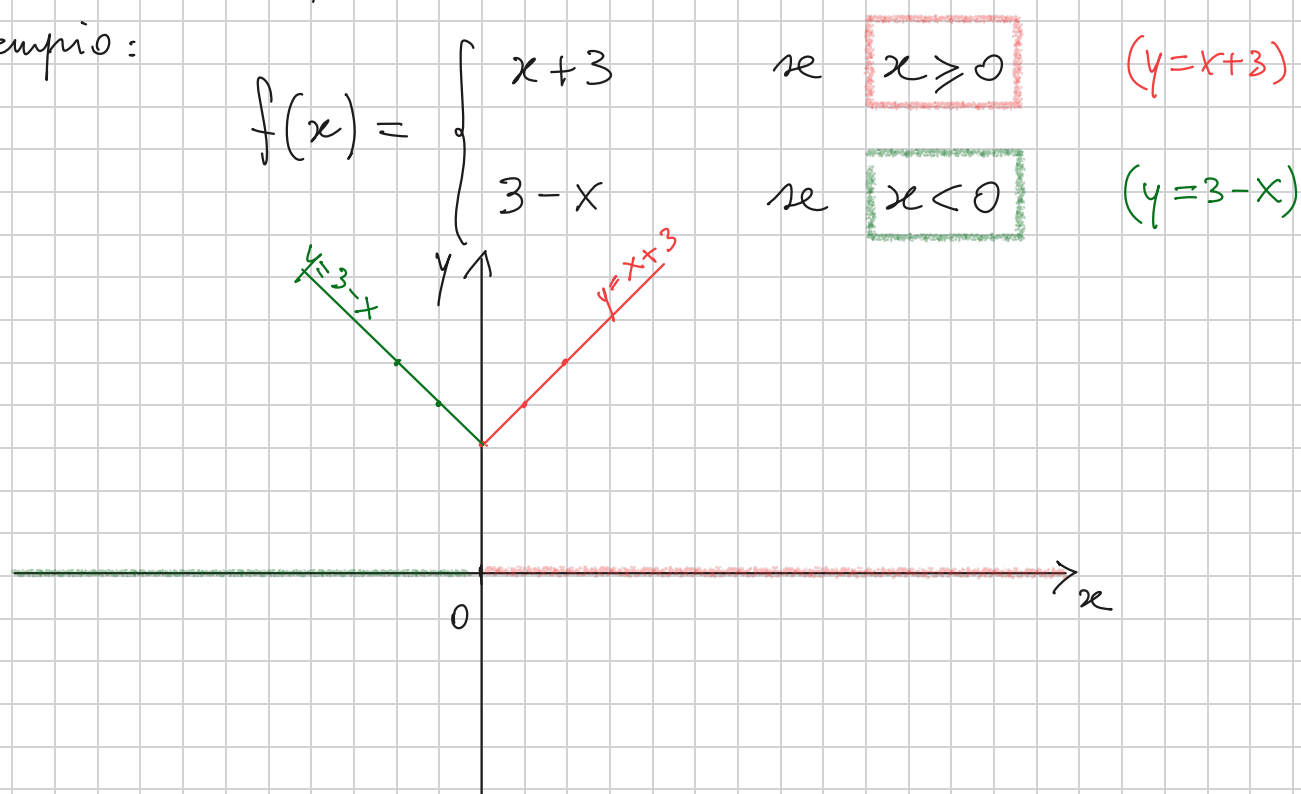
$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-2)}}{2} = \frac{-1 \pm 3}{2} \begin{cases} 1 \\ -2 \end{cases}$$



Note: (funzioni definite per casi) Sono particolari funzioni dove l'immagine (OUTPUT) cambia in base alle scelte dell'input, che tipicamente varia in intervalli.

Ad esempio:



In realtà, questa funzione non è altro che una traslazione della funzione VALORE ASSOLUTO:

$$f(x) = |x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

↑
<< VALORE ASSOLUTO DI x >>

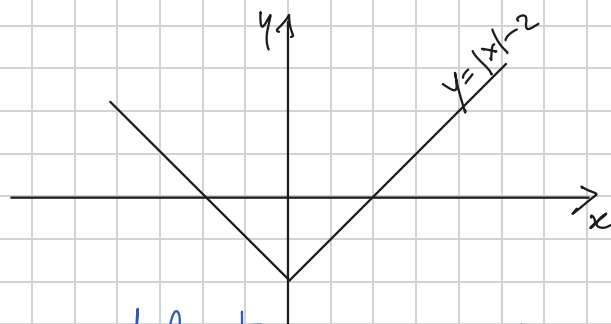
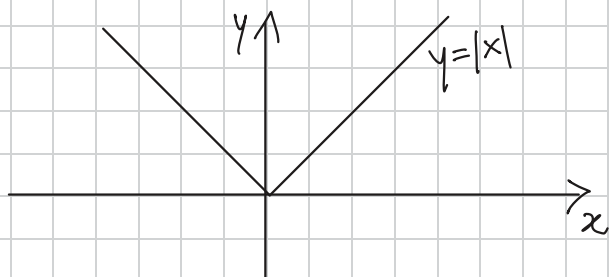
y = x
y = -x

Quindi, $|-3| = -(-3) = +3$, $|\pi| = +\pi$
 $|+17| = +17$, $|\sqrt{2}| = +\sqrt{2}$

come il valore assoluto prende un numero e lo rende positivo.



Esempi: 1) rappresentiamo la funzione $g(x) = |x| - 2$: osserviamo che $g(x)$ è il valore assoluto a cui ho aggiunto -2 , quindi il suo grafico sarà uguale a quello di $|x|$ ma traslato di -2 in verticale (ovvero verso il basso).



Esercizio: scrivere g come una funzione definita per casi e individuare l'eq. delle due rette che ne compongono il grafico.

2) $h(x) = |x+1|$. Il valore assoluto non cambia il segno del suo argomento quando esso è positivo, mentre lo cambia quando è negativo; pertanto:

$$h(x) = |x+1| = \begin{cases} x+1 & \text{se } x+1 \geq 0 \\ -(x+1) & \text{se } x+1 < 0 \end{cases}$$

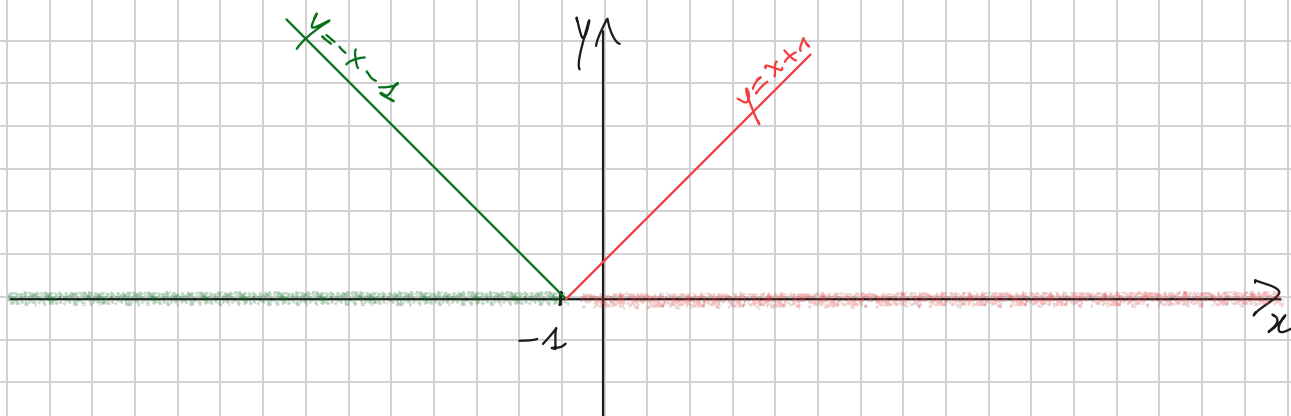
$$\begin{cases} x+1 \\ -x-1 \end{cases}$$

$$\text{se } x \geq -1$$

$$\text{se } x < -1$$

$$y = x+1$$

$$y = -x-1$$



Osservazione: aver calcolato il valore assoluto di $x+1$ invece

che di x ne ha spostato il grafico ORIZZONTALMENTE VERSO SX.

In generale, se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione data, $x \mapsto f(x)$; il grafico di un'altra funzione $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definita come $g(x) = f(x+c)$ con $c \in \mathbb{R}$ costante fissa si ottiene da quello di f ...

i) tralandolo di c verso sinistra se $c > 0$

ii) tralandolo di c verso destra se $c < 0$

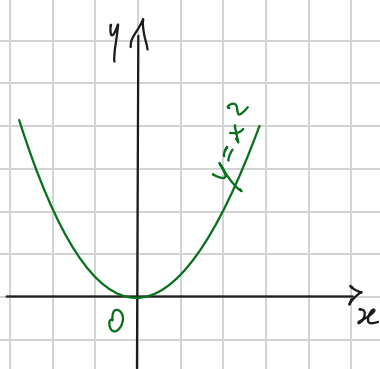
Esempio:

$$g(x) = (x-2)^2 + 3$$

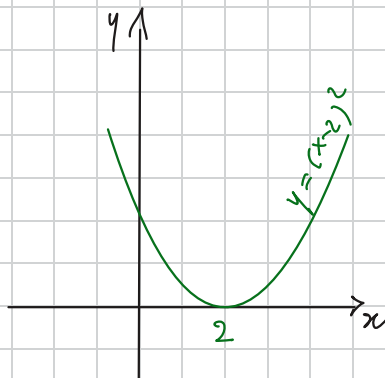
$$f(x) = x^2$$

$$h(x) = f(x-2) = (x-2)^2$$

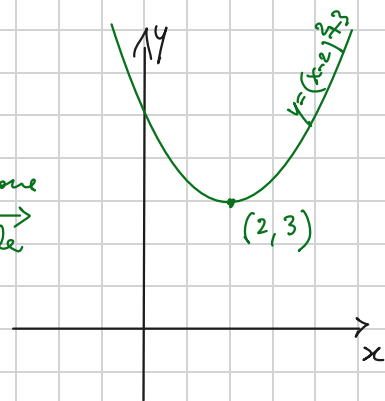
$$g(x) = h(x) + 3 = (x-2)^2 + 3$$



traslazione
→
orizzontale



traslazione
→
verticale



Polinomi e scomposizioni.

Ricordiamo che per ogni equazione valgono 2 principi:

- 1) regole del trasporto: posso sommare o sottrarre una stessa q.tà' ambo i membri, o equivalentemente posso spostare un termine da un membro all'altro cambiando il segno
- 2) posso moltiplicare/dividere ambo i membri per una stessa q.tà' (NON ZERO).

DEF: Data un'equazione polinomiale $P(x) = 0$, una soluzione

ne x_0 è detta RADICE del polinomio. Essere soluzione significa $P(x_0) = 0$. Se x_0 è radice di $P(x)$, allora $P(x)$ è DIVISIBILE per $(x - x_0)$.

Esempi:

1) $x^2 - 2x - 3 = P(x)$ Una sua radice è -1 , ossia
 $\hookrightarrow (-1)^2 - 2(-1) - 3 = +1 + 2 - 3 = 0$ ✓

Per quanto detto prima, segue che $(x^2 - 2x - 3)$ è divisibile per $(x - (-1))$ ossia $(x + 1)$.

Divisione tra polinomi:

$$\begin{array}{r|l}
 x^2 - 2x - 3 & x + 1 \\
 \hline
 - (x^2 + x) & x - 3 \\
 \hline
 // -3x - 3 & \\
 - (-3x - 3) & \\
 \hline
 // &
 \end{array}$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3)$$

Scomposizione per $x^2 - 2x - 3$

Abbiamo ottenuto che anche $+3$ è radice di $x^2 - 2x - 3$:

$$(+3)^2 - 2 \cdot 3 - 3 = 9 - 6 - 3 = 0 \quad \checkmark$$

2)

$$\begin{array}{r|l}
 x^3 - x^2 - 2x + 8 & x - 1 \\
 \hline
 - (x^3 - x^2) & x^2 - 2 \\
 \hline
 // // -2x & \\
 - (-2x + 2) & \\
 \hline
 // -2 + 8 &
 \end{array}$$

quindi la divisione fa $(x^2 - 2)$ con resto $+6$.

Perché abbiamo ottenuto del resto, $x^3 - x^2 - 2x + 8$ NON È divisibile per $(x-1)$ e inoltre $+1$ NON È radice:
 $(+1)^3 - (+1)^2 - 2 \cdot 1 + 8 = 1 - 1 - 2 + 8 = 6 \rightarrow \text{RESTO!}$

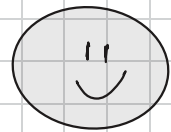
Esercizi:

1) $(x^4 - 3x^3 + 2x^2 + x - 1) : (x-1)$

2) $(x^3 + 2x - 3) : (x-1)$

3) $(x^5 - x^4 + 3x^2 + 2x - 1) : (x^3 + 2)$

Passiamo ora a risolvere qualche equazione...



1) $\frac{1}{2}(6x+3) - 5 = -\frac{1}{3}(9x+6)$

$\left[\frac{1}{4} \right]$

2) $-3[5 - 2(x-1)] = 2[3 - 2(x+2)]$

$\left[\frac{19}{10} \right]$

3) $\frac{\frac{x-2}{3} - 1}{4} = \frac{x}{6} - \frac{1}{12}$

$[-4]$

4) $\frac{3}{2}x - 5 = \frac{1}{3}x + \frac{1}{12}$;

$\frac{3}{2}x - \frac{1}{3}x = \frac{1}{12} + 5$;

$\downarrow \begin{matrix} 12:2 \\ 6 \cdot (3x) + 4(-x) \end{matrix} = \frac{1 \cdot 1 + 12 \cdot 5}{12}$;

$\frac{18x - 4x}{12} = \frac{1 + 60}{12}$; $18x - 4x = 1 + 60$;

$\frac{14x}{14} = \frac{61}{14}$;

$x = \frac{61}{14}$

Domanda: come si risolve $(x+1)(x-1)(x-3) = 0$?

Si sfrutta il PRINCIPIO DI ANNULLAMENTO DEL PRODOTTO:

« se $a, b, c, d, \dots$ sono fattori di un'equazione del tipo

$$a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot \dots = 0 \quad (\heartsuit)$$

allora le soluzioni di $(\heartsuit)$ sono

$$a = 0$$

$$b = 0$$

$$c = 0$$

$$d = 0$$

$\vdots$

ovvero quando si annulla singolarmente almeno un termine. $\gg$

Nel nostro esempio $(x-1)(x+1)(x-3) = 0$ le soluzioni sono dunque

$$x-1=0 \rightarrow x=1$$

$$x+1=0 \rightarrow x=-1$$

$$x-3=0 \rightarrow x=3$$

soluzioni

Esempi:

1) $x^2 - 4x + 4 = 0$ si può scomporre come

$$(x-2)^2 = 0$$

ovvero

$$(x-2)(x-2) = 0$$

Le soluzioni sono dunque

$$x-2=0$$

$$x-2=0$$

$$\rightarrow x=2$$

2) $x^2 - 1 = 0$ si può scomporre come

$$(x-1)(x+1) = 0$$

Le radici sono dunque

$$x-1=0$$

$$x+1=0$$

$\rightarrow$

$$x=1$$

$$x=-1$$

3) $x^2 + 5x + 6 = 0$

$$X = \frac{-5 \pm \sqrt{(5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{-5 \pm 1}{2} \begin{cases} -3 \\ -2 \end{cases} \text{ radici}$$

e si può scomporre come

$$X^2 + 5X + 6 = (X+2)(X+3)$$

In effetti $(X+2)(X+3)=0$ ha soluzioni

$$X+2=0$$

→

$$X = -2$$

$$X+3=0$$

$$X = -3$$

Esercizio: risolvere, dopo aver scomposto, $x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0$.