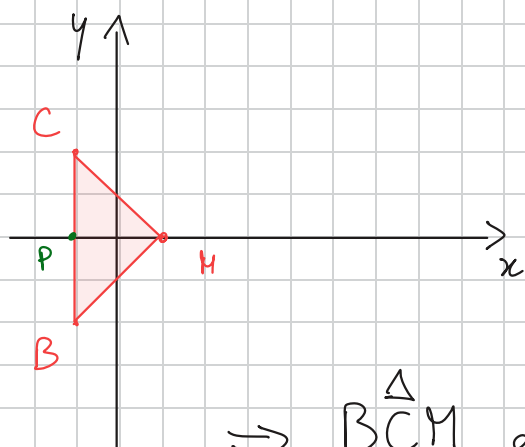


Svolgimento esercizi:

- 1) Disegnare e classificare il triangolo $M=(1,0)$, $C=(-1,2)$ e $B=(-1,-2)$



$$BM = \sqrt{(-1-1)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$CM = \sqrt{(-1-1)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$BC = \sqrt{(-1-(-1))^2 + (2-(-2))^2} = \sqrt{16} = 4$$

$\Rightarrow \triangle BCM$ è isoscele e il perimetro vale

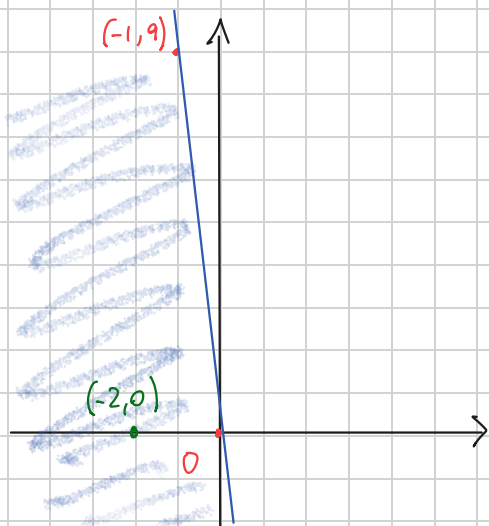
$$p = 4 + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} = 4 + 4\sqrt{2}$$

Per calcolare l'area considero $P=(-1,0)$ e $\overline{MP}$ come altezza ($MP=2$), coniche'

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{CB \cdot MP}{2} = \frac{4 \cdot 2}{2} = 4$$

- 2) Rappresentare

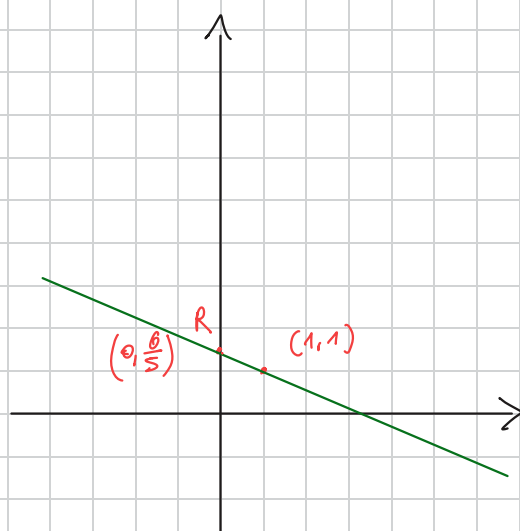
a) $\frac{y}{3} \leq -3x$



$$x=0 \rightarrow \frac{y}{3} = -3 \cdot 0$$

ovvero il punto $O=(0,0)$

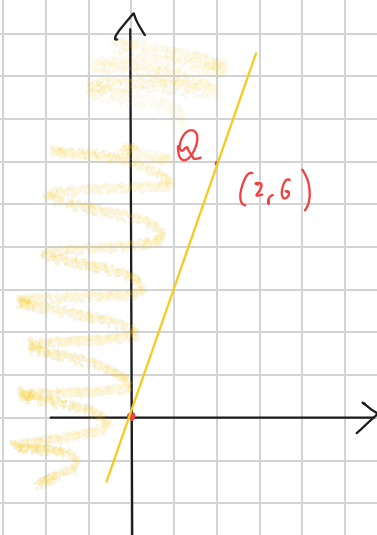
b) $x+5y-6=0$



$$x=0 \rightarrow 0+5y-6=0$$

ovvero il punto $R=(0, \frac{6}{5})$

c) $3x-y \leq 0$



$$x=2 \rightarrow 3 \cdot 2 - y = 0$$

ovvero il punto $Q=(2,6)$

Come capisco quel é il semipiano giusto? Prendiamo un punto a caso, ad esempio $(-2, 0)$ e sostituiamo le sue coordinate nella disequazione $\frac{y}{3} \leq -3x$. Otteniamo

$$\frac{0}{3} \leq -3 \cdot (-2) \rightarrow 0 \leq +6 \quad \checkmark$$

poiché é vero, il punto scelto a caso sta nel semipiano corretto.

Circonferenze: sono rappresentate da un'eq. dove le variabili (x, y) compaiono entrambe al 2° grado con uguali coefficienti.

$$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$$

↑ ↑
stessi coeff.

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2 \quad (\star)$$

↑ ↑
stessi coeff.

Possiamo dire quindi che NON sono cir. le equazioni

$$4x^2 + 2x - 3y^2 + 5 = 0$$

↑ ↑
coeff. diversi (+4 e -3)

$$y = x^2 + 4x + 4$$

↑
manca y^2

Per rappresentarle, partiamo dalle forme $(\star)$:

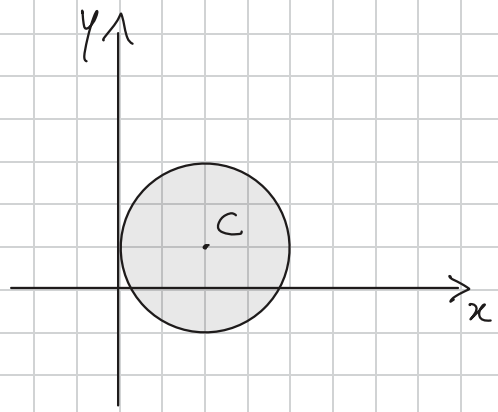
$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

↑ ↑
coord. del centro
 $C = (a, b)$

↑
quadrato del
raggio r

Esempi: 1) $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 4 \rightarrow$

Centro $C = (2, 1)$
e raggio $r = 2$.



Quando l'eq. non è delle forme (★), ci si può ricondurre ad esse col

METODO DI COMPLETAMENTO DEI QUADRATI:

$$2) \quad x^2 + y^2 - 4x + 6y + 4 = 0$$

$$(x^2 - 4x) + (y^2 + 6y) = -4$$

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 6y + 9) = -4 + 4 + 9$$

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 9$$

Cerchiamo di accorpere i termini con le x per formare un quadrato di binomio

ovvero la circ. di centro $P = (2, -3)$ e raggio $r = 3$.

Esercizio: disegnare $4x + x^2 + y^2 = 12$.

Note: [Equazioni VS Disequazioni]

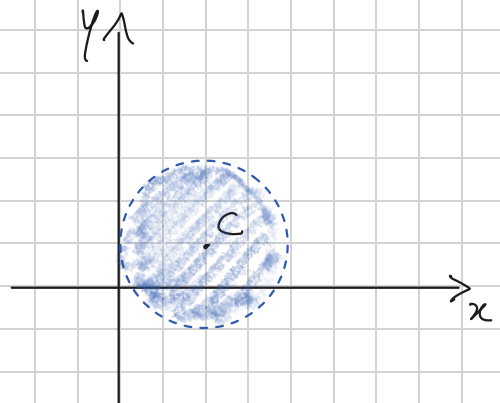
Anche per le circ., le disequazioni identificano una delle due regioni di piano (INTERNA o ESTERNA) separate da esse.

Ad esempio:

$$(x-2)^2 + (y-1)^2 < 4$$

Per capire se tale diseq. identifica l'interno o l'esterno della circ., vediamo se il centro la soddisfa:

$$(2-2)^2 + (1-1)^2 < 4 \quad \rightarrow \quad 0^2 + 0^2 < 4 \quad \rightarrow \quad 0 < 4 \quad \checkmark$$



Ci poniamo ora l'obiettivo di rappresentare rette e crf a partire da indicazioni sui punti per cui passano, in particolare:

- (i) scrivere l'eq. di una retta per 2 dati punti;
- (ii) scrivere l'eq. di una crf di dati centro e raggio.

(i) Se avevamo l'eq. di una retta $r: ax+by+c=0$, per disegnarla sceglievamo 2 punti A CASO che soddisfas-
sero l'eq. e r era l'unica retta per tali punti. Se
invece supponiamo di avere due punti $P, Q \in r$, come
ottengo l'espressione analitica di r ? Ricordiamo che in
generale posso scrivere una retta in 2 modi:

$$ax+by+c=0$$

$$y = mx + q$$

Se considero le forme esplicite, distinguiamo 2 casi:

1) se P, Q hanno stessa ascissa (ovie $x_P = x_Q$) $\Rightarrow$

$$r: x = x_P$$

Esempio: $P = (-1, 2)$ $Q = (-1, -10) \rightarrow r: x = -1$

2) se P, Q hanno diverse ascisse (ovie $x_P \neq x_Q$),
allora cerchiamo i coefficienti m, q nelle forme esplicite
risolvendo un sistema

$$\begin{cases} y_P = mx_P + q \\ y_Q = mx_Q + q \end{cases}$$

Esempio: $P = (1, 0)$ $Q = (2, 1)$

ottengo:

$$\begin{cases} 0 = m \cdot 1 + q \\ 1 = m \cdot 2 + q \end{cases}$$

$$\begin{cases} m + q = 0 \\ 2m + q = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = -q \\ -2q + q = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = +1 \\ q = -1 \end{cases}$$

ovvero la retta $r: y = x - 1$

ii) Se $C = (x_c, y_c)$ e raggio $= r$, la cf ha eq.

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = r^2$$

[Esempio: la cf di centro $C = (0, 0)$ e raggio $r = 1$ è

$$(x - 0)^2 + (y - 0)^2 = 1^2$$

ovvero $x^2 + y^2 = 1$

Esercizi:

- 1) Determinare l'eq. della retta per $C = (-3, 2)$ e $D = (-3, -1)$
- 2) Determinare l'eq. della retta per $O = (0, 0)$ e $E = (3, 0)$
- 3) Determinare l'eq. della cf di centro $(-1, 1)$ e raggio $\frac{1}{2}$.
- 4) Disegnare la regione $x^2 + y^2 + 2y \geq 0$.