

La condizionalizzazione

Francesco Paoli

Filosofia della scienza, 2026-27

- Il mio grado di credenza nell'enunciato “La Fiorentina vincerà il campionato” è molto basso. Supponiamo però che la Fiorentina acquisti Mbappé, Lautaro, Yamal e Donnarumma. In tale scenario, il mio grado di credenza in tale enunciato verrebbe *aggiornato* ad un grado di credenza più alto.
- Fissato un agente A e un istante t , il grado di credenza aggiornato di A in H dopo aver appreso la verità di E e nient'altro si indica con $C_E(H)$.
- Nell'esempio precedente, sia H = “La Fiorentina vincerà il campionato”, E = “La Fiorentina ha acquistato Mbappé, Lautaro, Yamal e Donnarumma”. Se io sono A , allora è plausibile che $C(H)$ sia intorno a 0.1, mentre $C_E(H)$ sia almeno 0.5.

Credenze condizionali e probabilità condizionali

Se si accetta il probabilismo, uno strumento matematico efficace per l'analisi delle credenze aggiornate è dato dal concetto di *probabilità condizionale*.

Fissati A e t , supponiamo che E non sia un evento impossibile e definiamo il *grado di credenza condizionale* $C(H \mid E)$ in H dato E nel modo seguente:

$$C(H \mid E) = \frac{C(H \wedge E)}{C(E)}.$$

Supponiamo che Barbara sia molto appassionata di sci. Non sappiamo però se quest'anno Barbara ha risparmiato abbastanza da potersi permettere una vacanza in montagna; pensiamo che ci siano le stesse probabilità che lo abbia fatto o che non lo abbia fatto. Se c'è andata, tuttavia, quasi sicuramente starà sciando.

Pertanto, se H = "Barbara sta sciando", E = "Barbara è in vacanza in montagna", $C(E) = 0.5$, mentre $C(H \wedge E)$ è di poco inferiore, diciamo 0.45. Quindi:

$$C(H | E) = \frac{C(H \wedge E)}{C(E)} = \frac{0.45}{0.5} = 0.9.$$

Sia E una tautologia, ad esempio “Piove o non piove”. Di conseguenza $C(E) = 1$. Se H è un’ipotesi qualsiasi, come “Alla festa di stasera ci saranno più di 50 persone”, abbiamo che (poiché E è sempre vera) $C(H \wedge E) = C(H)$. Quindi:

$$C(H | E) = \frac{C(H \wedge E)}{C(E)} = \frac{C(H)}{1} = C(H).$$

Quindi il grado di credenza condizionale in un’ipotesi data una tautologia è uguale al grado di credenza ordinario nella medesima ipotesi.

David Lewis (1941-2001)



- Dobbiamo interpretare " $C(H \mid E) = x$ " come equivalente a " $C(E \rightarrow H) = x$ "?

Credenze condizionali e credenze nei condizionali

- Dobbiamo interpretare " $C(H \mid E) = x$ " come equivalente a " $C(E \rightarrow H) = x$ "?
- Lewis (1976): *no*. Lewis dimostra che questa interpretazione porta alla conseguenza assurda che tutti gli eventi sono probabilisticamente indipendenti.

Thomas Bayes (1701-1761)



Il teorema di Bayes

Il teorema di Bayes consente di calcolare il grado di credenza nella verità di un'ipotesi H data una certa evidenza empirica E (*problema dell'inferenza inversa*) supponendo di saper calcolare il grado di credenza nella verità di un'evidenza E data un'ipotesi H (*problema dell'inferenza diretta*, generalmente considerato più agevole).

$$C(H | E) = \frac{C(E | H) C(H)}{C(E)}$$

Si osservi che l'applicazione del teorema presuppone una stima a priori dei valori di $C(H)$ e $C(E)$.

Esempio

La moneta A è una moneta normale, la moneta B ha testa da entrambi i lati. Lanciamo una moneta a caso ed esce testa. Quale dev'essere il grado di credenza nel fatto che la moneta lanciata è la B ?

Sia $H =$ "La moneta lanciata è la B ", $E =$ "E' uscito testa". Applicando il teorema di Bayes,

$$C(H | E) = \frac{C(E | H) C(H)}{C(E)}$$

Ma $C(E | H)$ è facile da calcolare: nel caso in cui la moneta lanciata è la B , il nostro grado di credenza in E è pari a 1. In assenza di ulteriori informazioni su quale moneta sia stata scelta, inoltre, $C(H) = \frac{1}{2}$, mentre $C(E) = \frac{3}{4}$ in quanto l'effigie della testa è stampata su 3 facce delle monete su un totale di 4. Dunque:

$$C(H | E) = \frac{1 \cdot \frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{2}{3}.$$

Teorema di Bayes e leggi scientifiche (1)

Supponiamo che uno scienziato debba valutare due ipotesi rivali, H e K . per farlo progetta un esperimento. Prima dell'esperimento, ha le *credenze a priori* $c_{t_1}(H)$ e $c_{t_1}(K)$. L'esperimento all'istante $t_2 > t_1$ produce il risultato espresso dall'enunciato E . Quali cambiamenti vengono prodotti nei suoi gradi di credenza (*credenze a posteriori*)? Esempifichiamo con H :

$$c_{t_2}(H) = \frac{c_{t_1}(E | H) \cdot c_{t_1}(H)}{c_{t_1}(E | H) \cdot c_{t_1}(H) + c_{t_1}(E | K) \cdot c_{t_1}(K)}$$

Teorema di Bayes e leggi scientifiche (2)

Le espressioni $c_{t_1}(E | H)$, $c_{t_1}(E | K)$ sono dette le *verosimiglianze* del risultato sperimentale E date le rispettive leggi H e K : un'ipotesi scientifica ben definita dovrebbe implicare delle predizioni circa i risultati di certe verifiche sperimentali. Il teorema di Bayes permette allo scienziato di formarsi un grado di credenza a posteriori riguardo a ciascuna ipotesi basato sui suoi gradi di credenza a priori e sulle verosimiglianze.

Richard Carl Jeffrey (1926-2002)



Il principio di condizionalizzazione

Secondo il principio di condizionalizzazione, ogni agente razionale che viene a conoscenza di un'evidenza empirica E , aggiorna il proprio grado di credenza in un'ipotesi H rendendolo pari al proprio grado di credenza condizionale in H data E .

Definition (Principio di condizionalizzazione)

Per un agente razionale, $C_E(H) = C(H | E)$.

Se identifichiamo $C(H | E)$ col *grado di credenza a priori* e $C_E(H)$ col *grado di credenza a posteriori*, il principio di condizionalizzazione ci dice che gradi di credenza a priori e a posteriori devono coincidere.

Esempio

Viene messo a bando un impiego presso l'amministrazione comunale di Cagliari. Il concorso prevede una prova scritta e una orale. Si presentano 100 candidati, tra cui Giovanni. In assenza di ulteriori informazioni, il grado di credenza di Giovanni nell'enunciato H = "Giovanni sarà assunto" è 0.01. Inoltre, il grado di credenza di Giovanni in H dato E = "10 candidati, incluso Giovanni, passano lo scritto" è

$$C(H | E) = \frac{C(H \wedge E)}{C(E)} = 0.1.$$

Mettiamo adesso che Giovanni apprenda l'informazione di aver passato lo scritto assieme ad altri 9 candidati, e *solo quell'informazione*. Come dovrebbe aggiornare il proprio grado di credenza nel fatto di venire assunto?

Secondo il principio di condizionalizzazione, è razionale che lo porti esattamente a 0.1.

- ① Il principio di condizionalizzazione prevede che un agente razionale, all'apprendere effettivamente che E è vero, non muti il suo grado di credenza in H rispetto al caso di una considerazione meramente ipotetica della verità di E . Questo perché sta valutando H rispetto al medesimo stock di credenze (indipendentemente da ciò che accade nel mondo reale).
- ② I gradi di credenza a priori determinano completamente ciò che accadrà alle credenze di un agente quando viene acquisita l'informazione E . Quindi, se due agenti hanno le stesse informazioni ma gradi di credenza a posteriori diversi, significa che sono partiti da gradi di credenza a priori diversi.
- ③ Se $H = E$, una conseguenza del principio è che $C_E(E) = C(E | E) = 1$. Quindi, tutto ciò di cui un agente razionale viene a conoscenza diviene per lui immediatamente certo.

Per l'*epistemologia bayesiana*, il principio di condizionalizzazione è l'unico principio che governa la revisione delle nostre credenze nel tempo. Ogni altro cambiamento, dettato da ragioni diverse, è irrazionale.

La scommessa olandese diacronica (1)

David Lewis (1973) sostiene che un agente i cui gradi di credenza non si conformano al principio di condizionalizzazione è passibile di una scommessa olandese. Supponiamo quindi che per un agente A sia $C_E(H) = 0.5 < 0.6 = C(H | E)$. Supponiamo inoltre che $C(E) = 0.5$

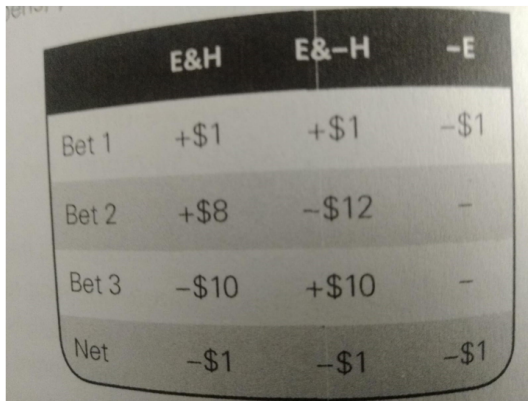
- 1 *Prima scommessa.* L'allibratore Z propone una scommessa su E in cui A vincerà 10 Euro se E è vero e perderà 10 Euro se E è falso. Poiché $C(E) = 0.5$, per A sarà razionale accettare la scommessa.
- 2 *Seconda scommessa.* Nello stesso momento, Z propone anche una *scommessa condizionale* su E . In essa A vincerà 80 Euro se H è vero e perderà 120 Euro se è falso. Poiché $C(H | E) = 0.6$, per A sarà razionale accettare anche questa scommessa.

La scommessa olandese diacronica (2)

- ① *Terza scommessa.* La terza scommessa non viene fatta se E risulta falso. Se E risulta vero, Z propone una scommessa in cui A perde 100 Euro se H è vero e ne vince 100 se H è falso. Poiché $C_E(H) = 0.5$, per A sarà razionale accettare anche questa scommessa.

Si tratta di una scommessa olandese perché porta ad A una perdita garantita di 10 Euro. Se invece $C_E(H) > C(H | E)$, modificando l'ordine delle scommesse, si può arrivare ugualmente a una scommessa olandese.

La scommessa olandese diacronica (3)

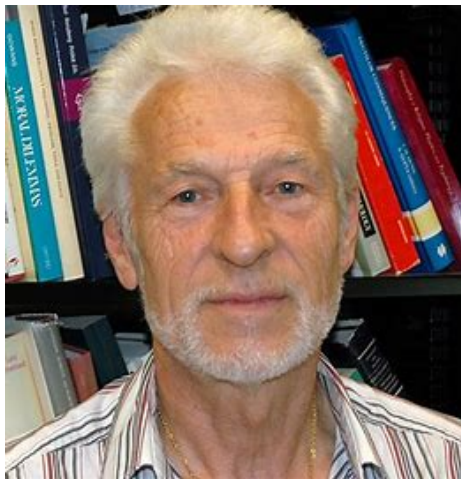


	E&H	E&-H	-E
Bet 1	+\$1	+\$1	-\$1
Bet 2	+\$8	-\$12	-
Bet 3	-\$10	+\$10	-
Net	-\$1	-\$1	-\$1

Prima obiezione

- Maher (1992) sostiene che un agente il quale non obbedisce al principio di condizionalizzazione può sempre rifiutarsi di scommettere con allibratori che non palesano la propria strategia sin dall'inizio. Vedendo aleggiare la minaccia della scommessa olandese, eviterà di scommettere.
- Tuttavia, l'obiezione non funziona. Prima di scoprire che E è vero, A crede in H con grado 0.6 dato E . Sa anche che, se in futuro avrà l'informazione che E è vero, il suo grado di credenza in H scenderà a 0.5. Pertanto, penserà che il suo sé futuro abbia torto e che sia uno sbaglio accettare una scommessa 50/50 su H . Pensa anche però che in futuro accetterà la scommessa, perché in *quell'istante* gli parrà giusto fare così.
- Sapendo che questa futura scommessa gli costerà probabilmente del denaro, cercherà di ridurre le perdite accettando la seconda scommessa. Se agirà razionalmente, quindi, non eviterà di scommettere perché questo gli garantirà una perdita minore in luogo di una maggiore.

Bas van Fraassen (n. 1941)



Seconda obiezione

- Van Fraassen sostiene che l'allibratore Z , per proporre queste scommesse, deve sapere in anticipo se $C_E(H) < C(H|E)$ oppure $C_E(H) > C(H|E)$. Invece di dire che si possono evitare le scommesse olandesi solo aggiornando le proprie credenze via condizionalizzazione, è più corretto dire che conviene rendere pubblica la propria strategia di aggiornamento solo a patto che sia quella di condizionalizzazione.
- Van Fraassen suggerisce quindi di non pubblicizzare mai la propria strategia. Potremmo infatti acquisire informazioni che dimostrano l'erroneità dei nostri gradi di credenza a priori. Sostituendoli con quelli corretti, potremmo ottenere un risultato che viola la condizionalizzazione.
- Si può però sostenere che un agente razionale ideale non commette mai errori nei propri gradi di credenza a priori. L'obiezione di van Fraassen può applicarsi agli agenti effettivi, non a quelli ideali.

David Christensen (n. 1955)



Terza obiezione (1)

- Secondo Christensen (1991), due persone che si trovano in disaccordo sono portate a scommettere l'una contro l'altra. Un allibratore che vuole trarne vantaggio può proporre loro una serie di scommesse intascondosi una percentuale, e così garantendo una perdita collettiva per gli scommettitori. Questo non vuol dire necessariamente che queste persone siano irrazionali.
- Lo stesso principio si applica quando l'agente è uno solo, ma considerato in due istanti di tempo diversi. I gradi di credenza di un agente possono variare nel tempo, e ciò non è per forza segno di irrazionalità. Il fatto che a causa di ciò si possa aprire una scommessa olandese contro tale agente non lo qualifica necessariamente come irrazionale.

Terza obiezione (2)

Briggs (2009) dissente:

Le credenze che variano nel tempo sono proprio il tipico esempio di convinzioni che dovrebbero essere coerenti. La teoria bayesiana della decisione dovrebbe essere utile per l'inferenza e la pianificazione. Qualche forma di coerenza intrapersonale è necessaria per tali scopi; il sé presente e il sé futuro di un agente epistemicamente efficace dovrebbero essere più coerenti tra loro che non una coppia di sconosciuti. Richiedere questa coerenza diacronica non vuol dire proibire agli agenti di mutare le proprie credenze. Significa solo impedirgli di adottare politiche di revisione delle credenze che parrebbero insensate o insostenibili ai loro sé attuali.

Frank Arntzenius (n. 1957)



Obiezione al principio di condizionalizzazione

Arntzenius (2003) offre un ingegnoso controesempio alla condizionalizzazione.

- Sono le 11. Luisa deve seguire una lezione individuale di Filosofia della scienza prevista per le 12, ma non sa se il docente ha annullato la lezione odierna. Luisa si trova nell'aula di lezione, dove non ci sono orologi, computer o telefoni e non può cercare informazioni in rete o vedere l'ora.
- Adesso sono le 11.55. Non avendo orologio, Luisa non ha l'esatta cognizione del tempo. Potrebbero essere passate le 12, nel qual caso la lezione non ci sarà. Quindi il grado di credenza di Luisa nel fatto che la lezione è stata annullata è maggiore di quanto lo fosse alle 11. Tale variazione di grado di credenza appare perfettamente razionale.
- Tuttavia, Artzenius sostiene che questa variazione non può essere dovuta alla condizionalizzazione, perché Luisa nel frattempo non ha acquisito nessuna nuova informazione. Quindi *la condizionalizzazione non è l'unica regola razionale per la revisione delle credenze.*

Secondo Bradley (2011), non è vero che Luisa non ha acquisito nessuna nuova informazione. Supponiamo che alle 11.55 il grado di credenza di Luisa nell'enunciato "E' passato mezzogiorno" sia 0.3. Alle 11.55, quindi, Luisa ha appreso quanto segue:

"La lezione non è ancora iniziata nel momento in cui
il mio grado di credenza nel fatto che mezzogiorno è passato è di 0.3"

Alle 11, Luisa non avrebbe accettato questo enunciato. Questa è la nuova informazione acquisita da Luisa, sulla quale può condizionalizzare per rivedere le proprie credenze.