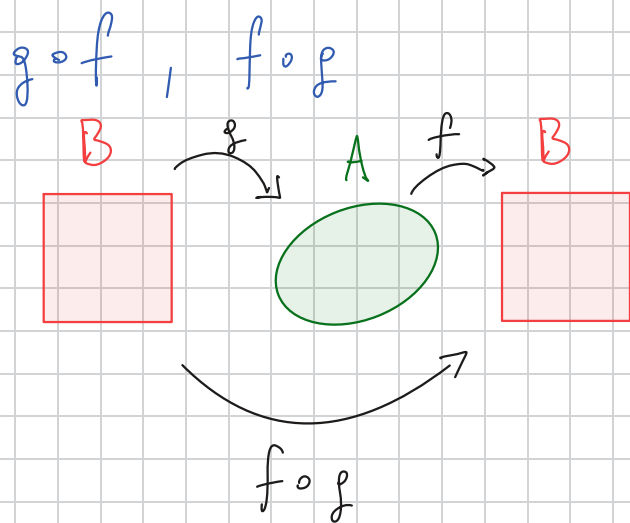
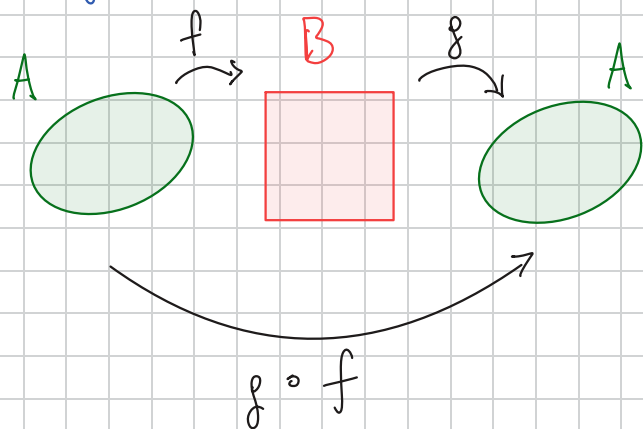


Note: più informazioni su OFA $\rightarrow$ AVVISO PROSSIMO.

Svolgimento esercizi: composizioni



$$f(x) = e^{x+2}$$

$$g(x) = x^2 + 1$$

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(e^{x+2}) = (e^{x+2})^2 + 1 = e^{2(x+2)} + 1$$

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x^2 + 1) = e^{x^2 + 1 + 2} = e^{x^2 + 3}$$

Esempi: $(g \circ f)(1) = e^{2(1+2)} + 1 = e^6 + 1$

$$(f \circ g)(1) = e^{1^2 + 3} = e^4$$

Nella scorsa lezione abbiamo definito funzioni INIETTIVE e SURIETTIVE. In particolare, $(f: A \rightarrow B)$

f è iniettiva se $\forall x, y \in A$ con $x \neq y$ si ha $f(x) \neq f(y)$

Questo può essere scritto equivalentemente come

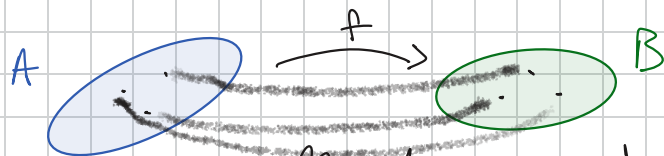
$$\forall x, y \in A, \text{ se } f(x) = f(y) \text{ allora } x = y$$

Esercizio: scrivere la tavola di verità della proposizione $p \Rightarrow q$ e verificare che coincide con $(\neg q) \Rightarrow (\neg p)$.

TEOREMA: Una funzione $f: A \rightarrow B$ è INVERTIBILE se e solo se f è sia iniettiva che suriettiva.

Ciò accade perché:

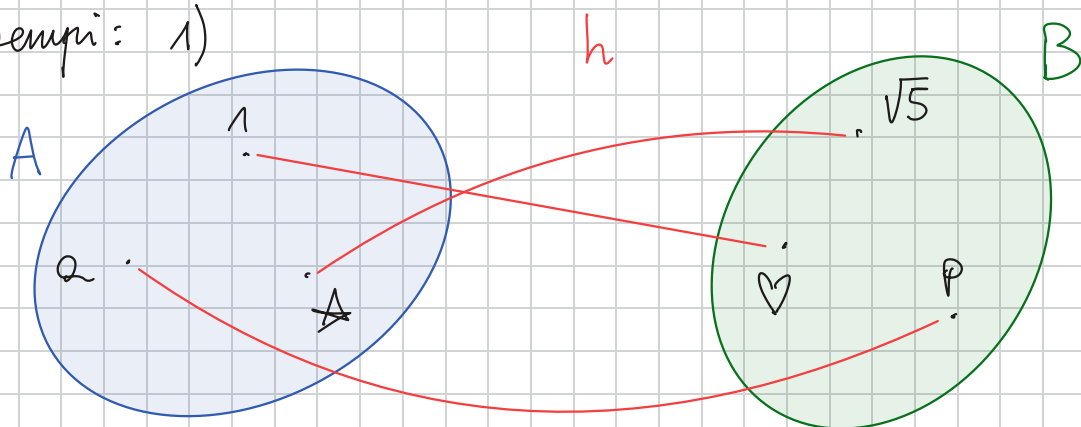
- tutti i punti di B devono essere collegati a punti di A
 $\rightarrow f$ deve essere suriettiva.
- i punti di B devono essere associati ad un unico elemento di A $\rightarrow f$ deve essere iniettiva.



□

DEF: Una funzione f si dice BIETTIVA se è sia suriettiva che iniettiva. L'inversa di f si denota con f^{-1} .

Esempi: 1)



$$\begin{aligned} h(1) &= \heartsuit \\ h(a) &= P \\ h(\star) &= \sqrt{5} \end{aligned}$$

h è biettiva e la sua inversa $h^{-1}: B \rightarrow A$ è

$$h^{-1}(\sqrt{5}) = \star$$

$$h^{-1}(\heartsuit) = 1$$

$$h^{-1}(P) = a$$

2) $g: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$
 $k \mapsto k-2$

g è suriettiva? Sia $m \in \mathbb{Z}$: esiste $k \in \mathbb{Z}$ tale che $g(k) = m$? Ciò darebbe $k-2 = m \rightarrow k = m+2$ quindi la risposta è SÌ.

g è iniettiva? Siano $a, b \in \mathbb{Z}$ con $g(a) = g(b) \in \mathbb{Z}$

Possiamo dire che $a=b$?

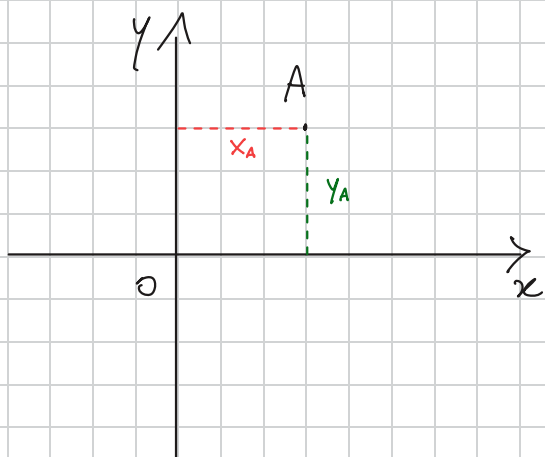
$f(a)=f(b)$ sarebbe $a-2 = b-2 \Rightarrow a=b$
quindi la risposta è SÌ.

Esercizio: dire se è iniettiva e/o suriettiva la funzione

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$n \mapsto \begin{cases} 0 & \text{se } n \text{ è pari} \\ \frac{n+1}{2} & \text{se } n \text{ è dispari} \end{cases}$$

Geometria analitica (del piano).



La geometria analitica si basa
sul PIANO CARTESIANO in cui
i PUNTI sono identificati con
le loro COORDINATE:

$$A = (x_A, y_A)$$

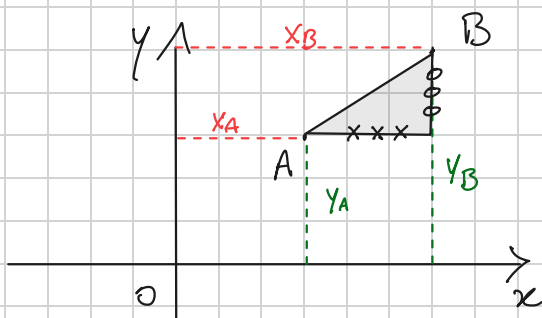
ASCISSA

ORDINATA

Distanza tra due punti: se $A = (x_A, y_A)$, $B = (x_B, y_B)$
allora il segmento $\overline{AB}$ ha lunghezza

$$AB = \sqrt{\underbrace{(x_A - x_B)^2}_{xxx} + \underbrace{(y_A - y_B)^2}_{ooo}}$$

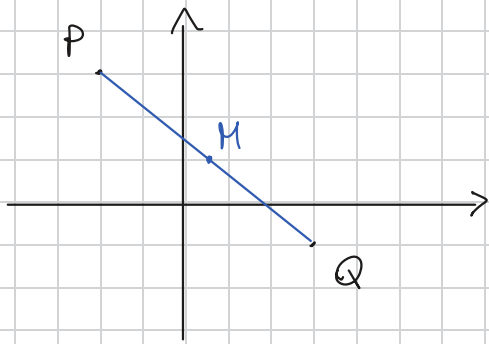
(Teorema di Pitagora)



Il punto medio invece
ha coordinate

$$M = \left(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2} \right)$$

Esempio: calcoliamo distanza e punto medio di
 $P = (-2, 3)$ $Q = (3, -1)$



$$\begin{aligned} PQ &= \sqrt{(x_P - x_Q)^2 + (y_P - y_Q)^2} \\ &= \sqrt{(-2 - 3)^2 + (3 - (-1))^2} \\ &= \sqrt{(-5)^2 + (4)^2} = \sqrt{25 + 16} = \sqrt{41} \end{aligned}$$

$$M = \left(\frac{x_P + x_Q}{2} ; \frac{y_P + y_Q}{2} \right) = \left(\frac{-2 + 3}{2} ; \frac{3 - 1}{2} \right) = \left(\frac{1}{2} , 1 \right)$$

Esercizio: disegnare il triangolo di vertici $M = (1, 0)$
 $C = (-1, 2)$ $B = (-1, -2)$
calcolare perimetro, stabilire se è isoscele,
scaleno o equilatero e calcolare l'area.

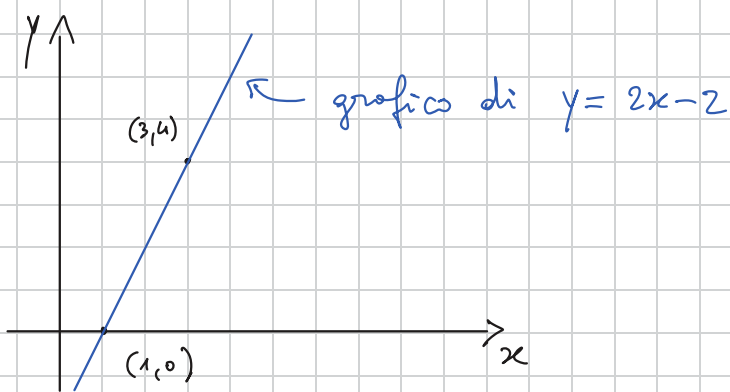
Nel piano cartesiano, il grafico di una funzione
che è data da un polinomio di grado 1 è una RETTA.

$$\text{RETTE} \iff y = ax + b$$

(qui a, b sono coefficienti)

Ad esempio: $y = 2x - 2$ è una retta. Per rappre=
sentarle bastano 2 punti.

$$\begin{aligned} y &= 2x - 2 \text{ ha soluzioni le coppie } (1, 0), \text{ infatti} \\ 0 &= 2 \cdot 1 - 2, \text{ e } (3, 4), \text{ infatti } 4 = 2 \cdot 3 - 2. \end{aligned}$$



Nota: avrei potuto anche scrivere $y = 2x - 2$ come

$$-2x + y + 2 = 0$$

FORMA IMPLICITA

-- è la stessa
cosa di...

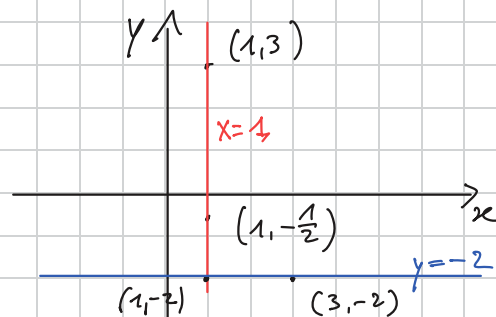
$$y = 2x - 2$$

FORMA ESPLICITA

Altri esempi di rette sono:

$$x = 1 \quad (\text{o } x - 1 = 0)$$

$$y = -2 \quad (\text{o } y + 2 = 0)$$



Due soluzioni di $x = 1$ sono $(1; 3)$, $(1; -\frac{1}{2})$;
 " " " $y = -2$ " $(3; -2)$, $(1; -2)$.

Nota: [Equazioni VS Disuguagliazioni] Anche le disuguagliazioni di 1° grado $ax + by + c > 0$ (o anche $<$, $\leq$, $\geq$) sono legate al grafico delle rette, ma rappresentano uno dei due semispazi separati da esse!

Ad esempio, se $y = 2x - 2$ è la retta azzurra, la disuguaglianza $y > 2x - 2$ è risolta dai punti nel SEMIPIANO.

Infatti $(1, 3)$ soddisfa

la disuguaglianza $(3 > 2 \cdot 1 - 2)$ e appartiene al SEMIPIANO.



Esercizio: identificare e rappresentare le seguenti espressioni

a) $\frac{y}{3} \leq -3x$;

b) $x + 5y - 6 = 0$;

c) $3x - y \leq 0$.

Scriveremo in generale le equazioni delle rette come

$$ax + by + c = 0$$

FORMA IMPLICITA

$$y = mx + q$$

FORMA ESPLICITA

dove $a, b, c, m, q \in \mathbb{R}$ sono COEFFICIENTI.