

Esercitazione n. 1 - Equazioni e disequazioni

Matematica 1 • Corso di Laurea in Chimica

Equazioni e disequazioni algebriche. Equazioni e disequazioni esponenziali. Equazioni e disequazioni logaritmiche. Equazioni e disequazioni goniometriche.

1. Risolvere le seguenti equazioni algebriche.

- a) $(x+5)^2(x-5) + 7(x^2 + 22 + 4x) = (x+4)^3$.
- b) $(4x+1)^3 + (x^2+x-2)^2 - (x^2-1)^2 - 12x = (2x+3)(x-1)^2 + 16x^2(4x+3) + 1$.
- c) $x^2 + 3x + 6 = 0$, $x^2 + 6x + 8 = 0$, $9x^2 - 30x + 25 = 0$, $4x^2 - 16 = 0$, $5x^2 - 25x = 0$.
- d) $\frac{x^2-1}{x^2+1} = 0$, $\frac{x^2-6x+9}{x^2-9} = 0$, $\frac{(2x+1)(2x-7)}{4x^2-12x-7} = 0$, $\frac{(2x-3)(x+7)(3-x)}{x^2-9} = 0$.
- e) $32x^5 + 1 = 0$, $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$, $(x^4 - 1)^3 = -8$, $81x^6 + 1 = 0$, $(3x+1)^6 = 64$.
- f) $|1-x| = 3$, $|4x-3| = 5$, $|3x-5| = -1$, $|5x-3| = 2(2x+7) - 4(x+3)$.
- g) $\sqrt{x+5} = 3$, $\sqrt{2x-1} = x-2$, $\sqrt[3]{3x+4} = x$, $\sqrt{x+7} = 2x-1$, $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = 0$.

2. Risolvere le seguenti disequazioni algebriche.

- a) $6x - 3(x+1) > 5 + 3x$, $2(-4-x) + x^2 < (x-1)^2 - 6$, $\frac{x-4}{4} - \frac{1+x}{2} \geq 1$.
- b) $|3x+5| - 4 > 6$, $|x-6| > 3$, $2 + |3x-4| < 1 - |3x-4|$, $|4x^2-1| + 5 < 0$.
- c) $(x-3)(x+7) < 0$, $-x(2-x) < 0$, $2x(x+1)(3-x) \leq 0$, $(3x-6)(x+4) > 0$.
- d) $2x^2 - x - 3 < 0$, $2x^2 - 5x + 8 > 0$, $x^2 + 2x + 1 > 0$, $9x^2 - 6x + 1 \leq 0$, $-x^2 + 25 \geq 0$.
- e) $\frac{x-5}{x^2+10x} > 0$, $\frac{2}{x+5} > 0$, $\frac{x^2-16}{x^2-8x+16} < 0$, $\frac{(2x+1)(2x-7)}{4x^2-12x-7} > 0$.
- f) $\sqrt{x+4} > 2$, $\sqrt{2x-1} \leq 3$, $\sqrt{x-2} < x-4$, $\sqrt[3]{x+1} \geq x-1$, $\sqrt{3x-2} \leq x$.

3. Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni esponenziali.

- a) $2^{3x-1} = 16$, $2^x = 16 \cdot \sqrt{2}$, $3^x = \frac{9 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt[3]{3}}$, $\frac{4^{2-x} \cdot 2^{x+3}}{16^x} = \frac{1}{8}$, $\frac{\sqrt[3]{5^x \cdot 5^{2-x}}}{\sqrt{5^{x+1}}} = 25\sqrt[3]{5}$.
- b) $5 \cdot 2^x + 2^{x-3} = 328$, $4^x = 2^x - 2$, $3^x - 9 \cdot 3^x + 3 = \frac{1}{3} \cdot 3^x$, $\frac{2 \cdot (25)^x - 13 \cdot 5^x + 15}{5^x - 5} = 0$.
- c) $2^x + 9 \cdot 2^x < 40$, $\frac{2^x-4}{1-3^x} \geq 0$, $\frac{4-8^x}{3^x+9}$, $\frac{5^x-125}{(1-2^x)(3^x-3)} \geq 0$, $9^x - 12 \cdot 3^x + 27 < 0$.
- d) $4^x - 7 \cdot 2^x + 10 > 0$, $\frac{e^x-1}{2x^2-50} \leq 0$, $\frac{(e^x+1)(x^2-4)}{3^x-9} \geq 0$.

4. — Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni logaritmiche.

- a) $\log_2(x+1) = 2 \log_2 3$, $\log_2 x + \log_2(x-1) = 2 \log_2 x$, $\log_5(x^2+1) = \log_5 2 + \log_5(x^2-4)$.
- b) $\log_2(x^2+2x+8) = 2 + \log_2(x+2)$, $\ln(x^2-9) - \ln(x-9) = 0$, $\ln(x^2-25) - \ln(6x-34) = 0$.
- c) $\ln\left(\frac{x+1}{2x-1}\right) = 0$, $\log_2 x^2 + \log_2^2 x = 0$, $\log_2^3 x + 6 \log_2^2 x - 16 \log_2 x = 0$.
- d) $\log_2(x-1) + \log_2 x > 1$, $\log_3(2x-3) - \log_3(x+1) < 2$, $\log_2^2 x - \log_2 x < 0$.
- e) $\ln(x^2-x+1) > 0$, $\ln(x+5) - \ln(4-x) + \ln(3x-1) > \ln(3x-1) - \ln(x+4)$.

5. — Risolvere le seguenti equazioni e disequazioni goniometriche.

- a) $\sin x = \frac{1}{2}$, $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan x = \sqrt{3}$, $\sin x = 0$, $\cos(2x) = \frac{1}{2}$, $\sin(3x) = 0$.
- b) $2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$, $2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1 = 0$, $\sin x \cos x = 0$, $\sin^2 x = \frac{3}{4}$.
- c) $|2 \cos x| = \sqrt{2}$, $3(\cos x + 1) = -\cos x + 5$, $(\tan x + 1)^2 = \tan^2 x + \tan x$, $\tan^2 x - 3 = 0$.
- d) $2 \sin x + \sqrt{3} > 0$, $2(\cos x - 1) + 3 + 2(\cos x - 3) \geq 3(\cos x - 2) + \frac{1}{2}$, $2 \sin^2 x + \sin x - 1 \leq 0$.
- e) $2 \cos x - \sqrt{2} > 0$, $2 \cos x + \sqrt{3} \geq 0$, $2 \sin x + \sqrt{3} \leq 0$, $2 \cos^2 x + \cos x - 1 > 0$.
- f) $\sin x \leq \frac{1}{2}$, $2(\tan x + 1) - (\tan^2 x + 4) + 3 \leq -\tan x(\tan x + 1) + 4 \tan x$.