

LEZIONE 02-10-2026

Libri consigliati: "Matematica: 2³ capitoli per tutti", Mantaldo.

Esame: presenti i testi sul sito
durata 3h (scritto)
4 esercizi (di cui 1 statistica), 32 pt.

Contenuti:

- 1) Statistica descrittiva
- 2) Equazioni e disequazioni fondamentali
- 3) Analisi Matematica
- 4) Statistica bivariata (inferenza)

Problemi motivazionali.

1) In una piastrina viene coltivata una specie di batteri per misurarne la crescita in base alla presenza delle sostanze x . Tale crescita può essere rappresentata dalla funzione:

$$C(x) = \frac{x+3}{x^2-5}$$

Si dice per quale valore di x la funzione di crescita ha un valore massimo.

2) In un gruppo di 5 adulti, la somministrazione di dosi diverse di un farmaco ha comportato le seguenti diminuzioni della pressione arteriosa:

DOSE (in mg)	DIMINUZIONE (in mmHg)
7	10
12	18
15	20
20	25
22	25

- Scrivere l'eq. della retta di regressione
- Calcolare le dosi ottimali per ottenere una diminuzione della pressione pari a 15 mmHg.

Introduzione: linguaggio logico-matematico

DEF: Un INSIEME è una collezione di oggetti, chiamati ELEMENTI.

Es: (gli insiemi si scrivono tra parentesi graffe)

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

elementi

Scriveremo $4 \in A$

↑
"appartiene"

$6 \notin A$

↑
"non appartiene"

Gli insiemi si possono descrivere in 2 modi:

- ESTENSIVO: elencandone i suoi elementi (es. $P = \{\square, \Delta, \circ\}$)
- INTENSIVA: descrivendone una proprietà comune (es. $Q = \{n : 1 \leq n \leq 5\}$)

Es: $B = \{m, a, r, c, o\}$ Domande: $o \in B$? $\checkmark$
 $z \in B$? $\times$
 $= \{ \text{lettere che compongono la parola "MARCO"} \}$

Altri simboli:

$:$ "tale che"

$\exists$ "esiste"

$\forall$ "per ogni"

$\emptyset$ "è l'insieme vuoto"

Se A è un insieme di k elementi, $|A| = \#(A) = k$ è la CARDINALITÀ di A .

Nell'esempio precedente, $|B| = 5$.

Operazioni tra insiemi: dati due insiemi T, S , abbiamo

$T \cup S = \{a \in T \text{ e } b \in S\} \leftarrow$ tutti gli elem.
 "T unito S"

$T \cap S = \{a \in T : a \in S\} \leftarrow$ quelli in comune
 "T interseccato S"

$T \setminus S = \{a \in T : a \notin S\} \leftarrow$ quelli (di T) non in comune
 "T meno S"

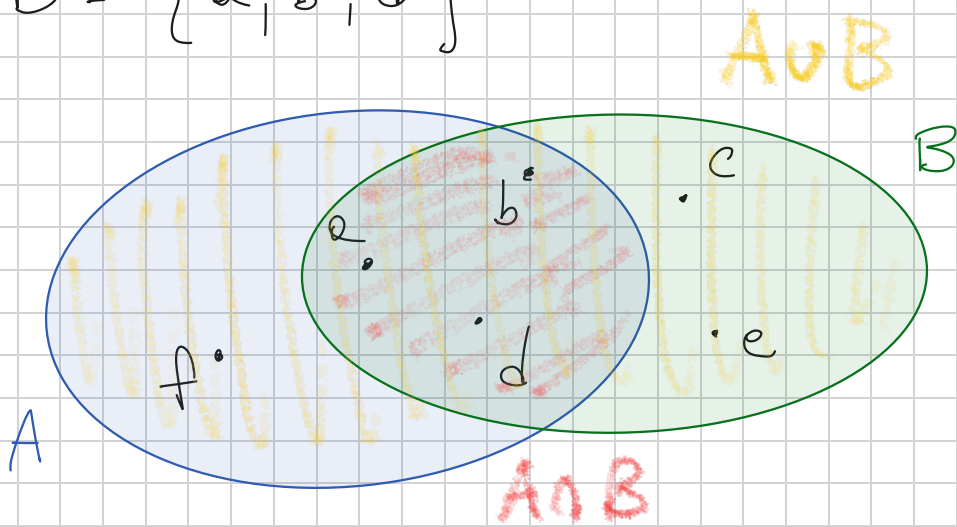
$C_T(S) = T \setminus S$ con $S \subseteq T$ "S contenuto in T"
 "complementare in T di S"

$T \times S = \{(a, b) : a \in T, b \in S\}$
 "prodotto cartesiano di T ed S"

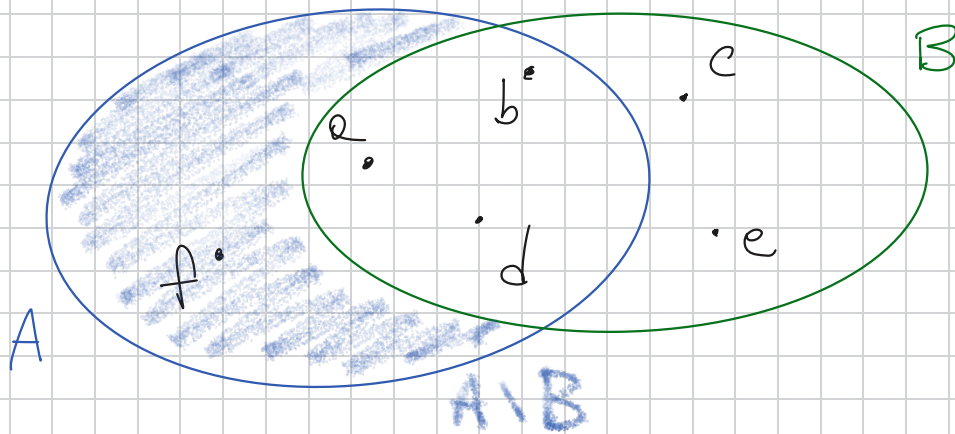
Esempio: $A = \{a, b, d, f\}$ $B = \{a, b, c, d, e\}$

$$A \cup B = \{a, b, d, c, e, f\}$$

$$A \cap B = \{a, b, d\}$$

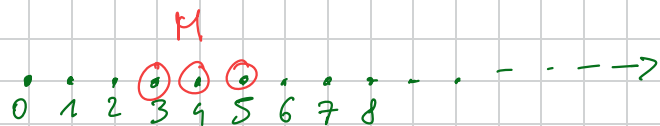


$$A \setminus B = \{f\}$$



$N = \{ \text{numeri naturali (ovvero } 0, 1, 2, 3, \dots) \}$

$$M = \{3, 4, 5\}$$



$$C_N(M) = \{0, 1, 2, 6, 7, 8, 9, \dots\}$$

Nota: il complementare coincide con la sottrazione insiemistica, ma richiede che l'insieme che sottraiamo sia tutto contenuto in quello più grande.

$$E = \{\square, \star, a\}$$

$$F = \{1, 2\}$$

$$E \times F = \left\{ (\square, 1), (\square, 2), (\star, 1), (\star, 2), (a, 1), (a, 2) \right\}$$

Attenzione: le coppie sono ORDINATE! $(2, \star) \notin E \times F$

Insiemi numerici:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\} \text{ interi positivi, compreso lo zero!}$$

NUMERI NATURALI

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\} \text{ interi positivi e negativi}$$

NUMERI INTERI

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z} \right\} \text{ frazioni (con segno)}$$

NUMERI RAZIONALI

questo insieme contiene elementi tra cui

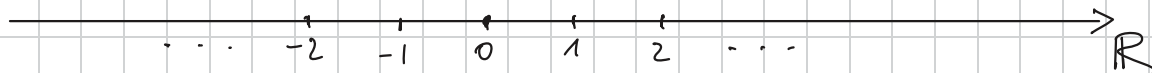
$$\frac{3}{4}, -\frac{5}{7}, 1, 0, 12, \frac{-2}{4}, \frac{-1}{-5} = \frac{1}{5}$$

Equivalenze tra frazioni: due frazioni $\frac{a}{b}$ e $\frac{a'}{b'}$ rappresentano lo stesso numero se a', b' sono ottenuti moltiplicando o dividendo a, b per uno stesso numero.

Ad esempio

$$\begin{array}{ccc} 3 & \xrightarrow{\times 5} & 15 \\ \hline 5 & \xrightarrow{\times 5} & 25 \end{array}$$

$\mathbb{R}$ NUMERI REALI lo rappresentiamo come punti su una retta



Esercizio: dimostrare che $\sqrt{3}$ NON È un numero razionale, o sia che $\sqrt{3} \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$.

7) numeri reali godono delle proprietà di essere ORDINATI, o sia presi due qualsiasi possono sempre dire che uno è più grande / piccolo dell'altro.

Ciò dà luogo a eq. e diseq., che rispettano:

- EQUAZIONI:
 - a) regole del trasporto
 - b) possiamo moltiplicare/dividere ambo i membri per una stessa q.te' (NON ZERO)
- DISEQUAZIONI:
 - a) regole del trasporto
 - b1) possiamo moltiplicare/dividere ambo i membri per una stessa q.te' **POSITIVA** mantenendo lo **STESSO VERSO**
 - b2) possiamo moltiplicare/dividere ambo i membri per una stessa q.te' **NEGATIVA** cambiando col **VERSO OPPOSTO**

$$\begin{array}{lcl} 2 < 3 & \nearrow & 2 \cdot 10 < 3 \cdot 10 \\ & \searrow & 2 \cdot (-2) > 3 \cdot (-2) \end{array}$$

//

Logica: è la disciplina che studia il valore di verità di un dato enunciato, che chiameremo PROPOSIZIONE, le quali potranno essere ottenute da altre più semplici mediante l'uso di CONNETTIVI LOGICI.

Esempi: "2 è un numero pari" V
"Il fuoco è freddo" F
"Ciao" $\leftarrow$ non è una proposizione

Connettivi logici: sono dei simboli che legano proposizioni

$\wedge$ "e", ome AND

$\vee$ "o", ome OR

$\neg$ "non", ome NOT

$\Rightarrow$ "implica", ome IMPLIES

Esempio: p : "2 è un numero pari"
 q : "Il fuoco è freddo"

$p \wedge q$: "2 è un numero pari e il fuoco è freddo" F

Esercizio: $p \vee q$ e $\neg p$.

Per "calcolare" il valore di verità di proposizioni composte si usano le TAVOLE DI VERITÀ:

p	q	$p \wedge q$
V	V	V
F	F	F
V	F	F
F	V	F

Esercizi: scrivere (cercandole) le tavole di verità di $\neg p$, $p \vee q$,

$p \Rightarrow q$, poi provare a fare quella della proposiz.

$$(p \wedge q) \Rightarrow r$$