

Precorso di Matematica Generale

Esercizi per casa

Alessandro Fiori Maccioni

Come lavorare. Per ogni esercizio scrivi tutti i passaggi. Nelle equazioni e nelle disequazioni parti sempre dal **dominio** (o dalle condizioni), segnala i passi implicativi e **verifica** le soluzioni trovate, scartando quelle spurie. Alcuni esercizi non hanno soluzione nei numeri reali: in quel caso scrivilo esplicitamente. I risultati ti saranno consegnati tra qualche giorno.

1. Frazioni: mcm e MCD

Calcola e riduci il risultato ai minimi termini.

$$1.1 \quad \frac{84}{126}$$

$$1.2 \quad \frac{5}{6} - \frac{3}{8} + \frac{1}{12}$$

$$1.3 \quad \frac{7}{15} + \frac{4}{9} - \frac{2}{5}$$

$$1.4 \quad \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right) \cdot \frac{12}{11}$$

$$1.5 \quad \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{5}\right) : \frac{7}{10}$$

$$1.6 \quad \left(\frac{5}{12} - \frac{1}{18}\right) \cdot \frac{6}{13}$$

$$1.7 \quad \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{8}}$$

2. Frazioni algebriche e fattorizzazione

Scrivi il dominio, fattorizza e semplifica.

$$2.1 \quad \frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9}$$

$$2.2 \quad \frac{2x^2 - 8}{x^2 - 4x + 4}$$

$$2.3 \quad \frac{x^3 - 4x}{x^2 + 2x}$$

$$2.4 \quad \frac{3x^2 + 5x - 2}{x^2 + 4x + 4}$$

$$2.5 \quad \frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1}$$

$$2.6 \quad \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4} : \frac{x-3}{x+2}$$

3. Equazioni con radice

Risolvi, imponendo le condizioni di esistenza e di concordanza dei segni.

$$3.1 \quad \sqrt{x+5} = x-1$$

$$3.2 \quad \sqrt{2x+3} = x$$

$$3.3 \quad \sqrt{10-x} = x-4$$

$$3.4 \quad \sqrt{5x-4} = x$$

$$3.5 \quad \sqrt{x+3} = x+5$$

$$3.6 \quad \sqrt{x^2+5} = x-1$$

$$3.7 \quad \sqrt{x-1} + 3 = 1$$

4. Equazioni esponenziali

Risolvi.

$$4.1 \quad 3^{2x-1} = 27$$

$$4.2 \quad 4^{x+1} = 8$$

$$4.3 \quad \left(\frac{1}{2}\right)^x = 16$$

$$4.4 \quad 9^x = 3^{x+4}$$

$$4.5 \quad 2^{x+1} + 2^x = 24$$

$$4.7 \quad 5^x = -25$$

$$4.6 \quad 2^{x^2-3x} = \frac{1}{4}$$

$$4.8 \quad 3^x = 7$$

5. Potenze e proprietà delle potenze

Calcola, oppure semplifica scrivendo il risultato come una sola potenza (con le condizioni indicate).

$$5.1 \quad 8^{2/3}$$

$$5.6 \quad \frac{a^3 \cdot a^{-5}}{a^{-4}} \quad (a \neq 0)$$

$$5.2 \quad 27^{-1/3}$$

$$5.7 \quad \frac{x^{1/2} \cdot x^{3/4}}{x^{1/4}} \quad (x > 0)$$

$$5.3 \quad 16^{-3/4}$$

$$5.4 \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}$$

$$5.8 \quad \sqrt{a^3} \cdot \sqrt[3]{a^2} \quad (a > 0)$$

$$5.5 \quad \frac{2^5 \cdot 4^{-2}}{8^{1/3}}$$

$$5.9 \quad (a^2 b^{-3})^{-2} \quad (a \neq 0, b \neq 0)$$

6. Equazioni logaritmiche

Risolvi, partendo dal dominio. (log indica il logaritmo in base 10, ln il logaritmo naturale.)

$$6.1 \quad \log_3(2x - 1) = 2$$

$$6.5 \quad \log_2(x - 1) + \log_2(x + 1) = 3$$

$$6.2 \quad \ln x = -2$$

$$6.6 \quad \log_2(x^2 - 4x) = 5$$

$$6.3 \quad \ln(x + 1) - \ln(x - 1) = \ln 3$$

$$6.4 \quad \log_2 x + \log_2(x + 2) = 3$$

$$6.7 \quad \log(x^2 - 9) = \log(x - 3)$$

7. Logaritmi e proprietà dei logaritmi

Calcola il valore, oppure sviluppa o ricomponi come richiesto (argomenti positivi).

$$7.1 \quad \log_8 2 \quad \text{e} \quad \log_{27} 9$$

$$7.2 \quad \log_2 \frac{1}{32} \quad \text{e} \quad \log_{1/3} 81$$

$$7.3 \quad \log_4 \frac{1}{8}$$

$$7.4 \quad \ln(e^3 \sqrt{e})$$

$$7.5 \quad \log_3 54 - \log_3 2$$

$$7.6 \quad \log_2 12 + \log_2 6 - \log_2 9$$

$$7.7 \quad 2 \log_5 10 - \log_5 4$$

$$7.8 \quad \text{Sviluppa con le proprietà: } \log \frac{x^3 \sqrt{y}}{z^2} \quad (x, y, z > 0)$$

$$7.9 \quad \text{Scrivi come un unico logaritmo: } 2 \ln x - \ln(x + 1) + 3 \ln y \quad (x > 0, y > 0)$$

8. Equazioni con valore assoluto

Risolvi, imponendo le condizioni necessarie e verificando le soluzioni.

$$8.1 \quad |3x - 2| = 7$$

$$8.2 \quad |x + 1| = -4$$

$$8.3 \quad |x - 3| = 2x$$

$$8.4 \quad |2x + 1| = x - 3$$

$$8.5 \quad |x^2 - 5| = 4$$

$$8.6 \quad |x^2 - 4| = 3x$$

9. Sistemi di equazioni di primo grado

Risolvi con il metodo che preferisci e interpreta il risultato come posizione reciproca di due rette.

$$9.1 \quad \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$$

$$9.2 \quad \begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ x - 2y = -7 \end{cases}$$

$$9.3 \quad \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 2 \\ x - y = -1 \end{cases}$$

$$9.4 \quad \begin{cases} 2(x - 1) + y = 3 \\ x + 3 = 2y \end{cases}$$

$$9.5 \quad \begin{cases} 3x - y = 4 \\ 6x - 2y = 5 \end{cases}$$

$$9.6 \quad \begin{cases} x - 2y = 3 \\ -2x + 4y = -6 \end{cases}$$

10. Disequazioni di secondo grado

Risolvi e scrivi la soluzione anche come intervallo o unione di intervalli.

$$10.1 \quad x^2 - 5x + 6 > 0$$

$$10.2 \quad -x^2 + 4x + 5 \geq 0$$

$$10.3 \quad 3x^2 \geq 12x$$

$$10.4 \quad x^2 + 2x + 5 < 0$$

$$10.5 \quad x^2 + x + 1 > 0$$

$$10.6 \quad x^2 - 6x + 9 > 0$$

$$10.7 \quad x^2 - 6x + 9 \leq 0$$

11. Disequazioni fratte

Risolvi con la tabella dei segni, facendo attenzione agli estremi.

$$11.1 \quad \frac{x - 2}{x + 3} > 0$$

$$11.2 \quad \frac{2x + 4}{x - 1} \leq 0$$

$$11.3 \quad \frac{x^2 - 4}{x - 3} \geq 0$$

$$11.4 \quad \frac{x + 1}{x - 2} \geq 1$$

$$11.5 \quad \frac{x^2 + 1}{x - 4} < 0$$

$$11.6 \quad \frac{x^2 + 4}{x^2 + 1} < 0$$

$$11.7 \quad \frac{x^2 - 6x + 9}{x + 2} \leq 0$$