

 UNICA UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI	Corso di studi in Chimica	
	Matematica 1 - Prova scritta	Data:
	Matricola:	Tempo: 180 minuti

1. Punti: /6

Si considerino gli insiemi A, B e C definiti mediante proprietà caratteristica:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^4 - 11x^2 + 18 = 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{R} \mid |x+1| \leq 3\}, \quad C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 4 - 2n, n = 0, 1, 2, 3, 4\}.$$

- Rappresentare per elencazione gli insiemi A e C .
- Determinare $A \cup B, A \cap C, B \setminus C$.
- Verificare la proprietà distributiva dell'intersezione rispetto all'unione.
- Verificare che $A \times C \neq C \times A$.
- Scrivere una partizione dell'insieme C di cardinalità uguale a 3.

2. Punti: /6

Risolvere le seguenti equazioni:

$$(a) \quad |(x+1)(x-2) - x^2| = 2$$

$$(b) \quad \frac{\sqrt[3]{5^x \cdot 5^{2-x}}}{\sqrt{5^{x+1}}} = 25\sqrt[3]{5}$$

3. Punti: /6

Risolvere le seguenti disequazioni:

$$(a) \quad \ln(x+5) - \ln(4-x) + \ln(3x-1) > \ln(3x-1) - \ln(x+4)$$

$$(b) \quad 2(\cos x - 1) + 3 + 2(\cos x - 3) \geq 3(\cos x - 2) + \frac{1}{2}$$

4. Punti: /4

Disegnare per punti il grafico delle seguenti funzioni:

$$(a) \quad y = \begin{cases} 2^x - 2 & x \geq 1 \\ x^2 - 1 & x < 1 \end{cases}$$

$$(b) \quad y = 1 + \sin(2x)$$

5. Punti: /6

Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

determinare $\det(A)$ e A^{-1} . Verificare che

$$A^{-1} \cdot A = I_3.$$

6. Punti: /4

Trovare il coniugato, l'opposto e il modulo del numero complesso

$$z = \frac{2i - 1}{1 + i}$$

 UNICA UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI	Corso di studi in Chimica	
	Matematica 1 - Prova scritta	Data:
	Matricola:	Tempo: 180 minuti

1. **Punti: /6**

Rappresentare per elencazione i seguenti insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ è un divisore di } 14\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 4\}, \quad C = \{x \in \mathbb{Q} \mid x = \frac{5n+2}{2n-1}, n = 1, 2, 3, 4, 5\}.$$

- Determinare $A \cup B, A \cap B, C \setminus A$.
- Verificare la proprietà distributiva dell'intersezione rispetto all'unione.
- Rappresentare mediante elencazione $\mathcal{P}(A \cap B)$.
- Verificare che $A \times (A \cap B) \neq (A \cap B) \times A$.
- Scrivere una partizione dell'insieme B di cardinalità uguale a 3.

2. **Punti: /6**

Risolvere le seguenti equazioni:

- $\frac{2 \cdot (25)^x - 13 \cdot 5^x + 15}{5^x - 5} = 0$
- $\log_2(x^2 + 2x + 8) = 2 + \log_2(x + 2)$

3. **Punti: /6**

Risolvere le seguenti disequazioni:

- $\frac{x^2 - 8x + 16}{(x+1)(2x-11)} < 0$
- $(\tan x + 1)^2 > \tan^2 x + \tan x$

4. **Punti: /4**

Disegnare per punti il grafico delle seguenti funzioni:

- $y = \begin{cases} -x^2 + 2x & x \geq 0 \\ 1 - \cos(2x) & x < 0 \end{cases}$
- $y = |x + 1| - 1$

5. **Punti: /6**

Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & -4 \\ 5 & -6 & 0 \end{pmatrix}$$

determinare $\det(A)$, A^T e A^{-1} . Verificare che

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_3.$$

6. **Punti: /4**

Trovare le soluzioni z_1 e z_2 in $\mathbb{C}$ della seguente equazione:

$$z^2 + 6z + 25 = 0$$

e calcolare

$$z_1^2 + z_2^2.$$

 UNICA UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI	Corso di studi in Chimica	
	Matematica 1 - Prova scritta	Data:
	Matricola:	Tempo: 180 minuti

1. Punti: /6

Rappresentare per elencazione i seguenti insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x^2 - 4)(x^2 - 16) = 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| < 4\}, \quad C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = n - 3, n = 1, 2, 3, 4, 5\}.$$

- Determinare $A \cup B, A \cap B, A \setminus C$.
- Verificare la proprietà distributiva dell'intersezione rispetto all'unione.
- Rappresentare mediante elencazione $\mathcal{P}(A \cap B)$.
- Verificare che $A \times (A \setminus C) \neq (A \setminus C) \times A$.

2. Punti: /6

Risolvere le seguenti equazioni:

- $|2 \cos x| = \sqrt{2}$
- $\ln^2 x - \ln x - 2 = 0$

3. Punti: /6

Risolvere le seguenti disequazioni:

- $4^x - 7 \cdot 2^x + 10 > 0$
- $\frac{e^x - 1}{2x^2 - 50} \leq 0$

4. Punti: /4

Disegnare per punti il grafico della seguente funzione:

$$y = \begin{cases} 3 \sin(2x) & x \geq 0 \\ \frac{1}{3}x^2 & -3 \leq x < 0 \\ 2x + 9 & x < -3 \end{cases}$$

5. Punti: /6

Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

calcolare, mediante la regola di Sarrus, il suo determinante. Trovare, se è possibile, A^{-1} e verificare che

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_3.$$

6. Punti: /4

Trovare tutte le soluzioni (reali e complesse) della seguente equazione:

$$z^4 - 2z^2 - 8 = 0.$$

 UNICA UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI	Corso di studi in Chimica	
	Matematica 1 - Simulazione prova scritta	Data:
	Matricola:	Tempo:

1. **Punti: /6**

Rappresentare per elencazione i seguenti insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x^2 + 3x - 4)(x^2 + 5x + 6) = 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 4\}, \quad C = \{-2; -1; 0; 1\}.$$

- Determinare $A \cup C, A \cap B, A \setminus C$.
- Verificare la proprietà distributiva dell'intersezione rispetto all'unione.
- Rappresentare mediante elencazione $\mathcal{P}(A \cap B)$.
- Verificare che $A \times (A \setminus C) \neq (A \setminus C) \times A$.

2. **Punti: /6**

Risolvere le seguenti equazioni:

- $2(\sin x + 4) = 4(\sin x + \frac{5}{2})$
- $\ln(x^2 - 25) - \ln(6x - 34) = 0$

3. **Punti: /6**

Risolvere le seguenti disequazioni:

- $\frac{(x^2 - 1)(x^2 - 9)}{(e^x + 1)(3^x - 9)} \geq 0$
- $2 \cos x + \sqrt{3} \geq 0$

4. **Punti: /4**

Disegnare per punti il grafico della seguente funzione:

$$y = \begin{cases} -x - 1 & x < -2 \\ -x^2 + 5 & -2 \leq x < 0 \\ 5 \cos x & x \geq 0 \end{cases}$$

5. **Punti: /6**

Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 0 & 2 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

trovare, se è possibile, A^{-1} e verificare che

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_3.$$

6. **Punti: /4**

Trovare tutte le soluzioni (reali e complesse) della seguente equazione:

$$z^4 + 5z^2 - 36 = 0$$

 UNICA UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI	Corso di studi in Chimica	
	Matematica 1 - Prova scritta A	Data:
	Matricola:	Tempo: 180 minuti

1. **Punti: /6**

Rappresentare per elencazione i seguenti insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x^2 - 25)(x^2 - 9) = 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 4\}, \quad C = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}.$$

- Determinare $A \cup B, A \cap B, A \setminus C$.
- Verificare la proprietà distributiva dell'intersezione rispetto all'unione.
- Rappresentare mediante elencazione $\mathcal{P}(A \cap B)$.
- Verificare che $A \times (A \setminus C) \neq (A \setminus C) \times A$.

2. **Punti: /6**

Risolvere le seguenti equazioni:

- $3(\cos x + 1) = -\cos x + 5$
- $\ln(x^2 - 9) - \ln(x - 9) = 0$

3. **Punti: /6**

Risolvere le seguenti disequazioni:

- $\frac{x^2 - 6x + 9}{(e^x - 1)(3^x - 9)} \geq 0$
- $2 \sin x + \sqrt{3} > 0$

4. **Punti: /4**

Disegnare per punti il grafico della seguente funzione:

$$y = \begin{cases} 2 \sin x & x \geq 0 \\ \frac{1}{8}x^2 & -4 \leq x < 0 \\ 2x + 10 & x < -4 \end{cases}$$

5. **Punti: /6**

Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \\ 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

calcolare $\det A$ e A^T . Trovare, se è possibile, A^{-1} e verificare che

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_3.$$

6. **Punti: /4**

Trovare tutte le soluzioni (reali e complesse) della seguente equazione:

$$z^4 + 3z^2 - 4 = 0.$$

 UNICA UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI	Corso di studi in Chimica	
	Matematica 1 - Prova scritta B	Data:
	Matricola:	Tempo: 180 minuti

1. **Punti: /6**

Rappresentare per elencazione i seguenti insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x^2 - 1)(x^2 - 49) = 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 6\}, \quad C = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}.$$

- Determinare $A \cup B, A \cap B, A \setminus C$.
- Verificare la proprietà distributiva dell'intersezione rispetto all'unione.
- Rappresentare mediante elencazione $\mathcal{P}(A \cap B)$.
- Verificare che $A \times (A \setminus C) \neq (A \setminus C) \times A$.

2. **Punti: /6**

Risolvere le seguenti equazioni:

- $2(\sin x - 1) = 3(1 - 2 \sin x) - 1$
- $\ln(x^2 - 4) - \ln(x - 4) = 0$

3. **Punti: /6**

Risolvere le seguenti disequazioni:

- $\frac{x^2 - 10x + 25}{(2^x - 8)(e^x - 1)} \geq 0$
- $2 \cos x - \sqrt{2} > 0$

4. **Punti: /4**

Disegnare per punti il grafico della seguente funzione:

$$y = \begin{cases} 4 \sin x & x \geq 0 \\ \frac{1}{4}x^2 & -2 \leq x < 0 \\ 2x + 5 & x < -2 \end{cases}$$

5. **Punti: /6**

Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

calcolare $\det A$ e A^T . Trovare, se è possibile, A^{-1} e verificare che

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_3.$$

6. **Punti: /4**

Trovare le soluzioni complesse della seguente equazione:

$$z^4 + 5z^2 + 4 = 0.$$

 UNICA UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI	Corso di studi in Chimica	
	Matematica 1 - Prova scritta A	Data:
	Matricola:	Tempo: 180 minuti

1. **Punti: /4**

Si considerino gli insiemi A, B e C definiti mediante proprietà caratteristica:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^4 - 11x^2 + 18 = 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+1| \leq 4\}, \quad C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 4 - 2n, n = 0, 1, 2, 3, 4\}.$$

- Rappresentare per elencazione gli insiemi A, B e C .
- Determinare $A \cup B, A \cap C, B \setminus C$.
- Verificare che $A \times C \neq C \times A$.

2. **Punti: /6**

Risolvere le seguenti equazioni:

$$(a) \quad \frac{6x(x^2 - 4)}{(4 - x^2)^2} = 0$$

$$(b) \quad \ln \left(\frac{x+1}{2x-1} \right) = 0$$

3. **Punti: /9**

Risolvere le seguenti disequazioni:

$$(a) \quad \frac{(e^x + 1)(x^2 - 4)}{3^x - 9} \geq 0$$

$$(b) \quad 2 \sin x + \sqrt{3} \leq 0 \text{ (rappresentare le soluzioni nella circonferenza goniometrica)}$$

$$(c) \quad 2(\tan x + 1) - (\tan^2 x + 4) + 3 \leq -\tan x(\tan x + 1) + 4 \tan x \text{ (rappresentare le soluzioni nella circonferenza goniometrica)}$$

4. **Punti: /4**

Disegnare per punti il grafico della seguente funzione:

$$y = \begin{cases} 1 + 3 \cos x & x \leq 0 \\ 4 - x^2 & 0 < x < 3 \\ x - 8 & x \geq 3 \end{cases}$$

5. **Punti: /6**

Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 3 \\ -2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

trovare, se è possibile, A^{-1} e verificare, specificando tutti i calcoli, che

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_3.$$

6. **Punti: /3**

Scrivere il numero complesso

$$z = \frac{2i - 1}{1 + i}$$

in forma algebrica. Trovare il coniugato, l'opposto e il modulo di z .

 UNICA UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI	Corso di studi in Chimica	
	Matematica 1 - Prova scritta	Data: .
	Matricola:	Tempo: 180 minuti

1. Punti: /4

Si considerino i seguenti insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x^2 - 25)(x^2 - 9) = 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 4\}, \quad C = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}.$$

- Rappresentare per elencazione gli insiemi A e B .
- Determinare $A \cup B, A \cap B, A \setminus C$.
- Verificare la proprietà distributiva dell'intersezione rispetto all'unione.

2. Punti: /6

Risolvere le seguenti equazioni:

- $\frac{(e^x + 1)(3^x - 9)}{x^2 - 4} = 0$
- $2(\sin x + 3) = 3(2 - \sin x)$ (rappresentare le soluzioni nella circonferenza goniometrica)

3. Punti: /9

Risolvere le seguenti disequazioni:

- $\frac{2x(x^2 - 4)}{(x - 1)(x + 1)^2} \geq 0$
- $\ln \left(\frac{2x + 4}{x - 1} \right) < 0$
- $2(\tan x + 1) - (\tan^2 x + 4) + 3 \leq -\tan x(\tan x + 1) + 4 \tan x$ (rappresentare le soluzioni nella circonferenza goniometrica)

4. Punti: /3

Disegnare per punti il grafico della seguente funzione:

$$y = \begin{cases} -x - 1 & x < -2 \\ -x^2 + 5 & -2 \leq x < 0 \\ 5 \cos x & x \geq 0 \end{cases}$$

5. Punti: /6

Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

- Trovare $\det A$ e A^T .
- Determinare A^{-1} utilizzando il metodo di eliminazione di Gauss-Jordan.
- Verificare, specificando tutti i calcoli, che $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_3$.

6. Punti: /4

Trovare le soluzioni complesse della seguente equazione:

$$z^4 + 13z^2 + 36 = 0.$$

 UNICA UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI	Corso di studi in Chimica	
	Matematica 1 - Prova scritta	Data:
	Matricola:	Tempo: 180 minuti

1. **Punti: /4**

Si considerino i seguenti insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x^2 + 3x - 4)(x^2 + 5x + 6) = 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 4\}, \quad C = \{-2; -1; 0; 1\}.$$

- Rappresentare per elencazione gli insiemi A e B .
- Determinare $A \cup C, A \cap B, A \setminus C$.
- Verificare che $A \times (A \setminus C) \neq (A \setminus C) \times A$.

2. **Punti: /6**

Risolvere le seguenti equazioni:

- $4^x - 10 \cdot 2^x + 16 = 0$
- $2(\sin x + 4) = 4(\sin x + \frac{5}{2})$ (rappresentare le soluzioni nella circonferenza goniometrica)

3. **Punti: /9**

Risolvere le seguenti disequazioni:

- $\frac{3x(x^2 - 9)}{(x - 1)(x + 1)} \leq 0$
- $\ln(x^2 - x + 1) \geq 0$
- $2(\cos x + 1) - (\cos^2 x + 4) + 3 \leq -\cos x(\cos x + 1) + 4 \cos x + \frac{1}{2}$ (rappresentare le soluzioni nella circonferenza goniometrica)

4. **Punti: /3**

Disegnare per punti il grafico della seguente funzione:

$$y = \begin{cases} 2 \sin x & x \leq 0 \\ 2^x - 1 & 0 < x < 3 \\ -x^2 + 8x - 8 & x \geq 3 \end{cases}$$

5. **Punti: /6**

Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

- Trovare $\det A$ e A^T .
- Determinare A^{-1} utilizzando il metodo di eliminazione di Gauss-Jordan.
- Verificare, specificando tutti i calcoli, che $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_3$.

6. **Punti: /4**

Si consideri il seguente numero complesso in forma algebrica:

$$z = 2\sqrt{3} + 2i.$$

- Rappresentare z e $\bar{z}$ nel piano di Gauss.
- Trovare il modulo di z .
- Scrivere z in forma esponenziale.

 UNICA UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI	Corso di studi in Chimica	
	Matematica 1 - Prova scritta	Data: .
	Matricola:	Tempo: 180 minuti

1. **Punti: /4**

Si considerino gli insiemi A, B e C definiti mediante proprietà caratteristica:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid (4x^2 - 16)(x^2 - 2x - 3) = 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x+1| \leq 2\}, \quad C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 2n-3, n = 0, 1, 2, 3, 4\}.$$

- Rappresentare per elencazione gli insiemi A, B e C .
- Determinare $A \cap B, A \cup C, B \setminus C$.
- Verificare la proprietà distributiva dell'unione rispetto all'intersezione.

2. **Punti: /6**

Risolvere le seguenti equazioni:

- $\frac{e^x(x^2 - 1)}{x^2 + 1} = 0$
- $2(\tan x + 1) - (\tan^2 x + 4) - 4 \tan x = -\tan x(\tan x + 1) - 3$ (rappresentare le soluzioni nella circonferenza goniometrica)

3. **Punti: /9**

Risolvere le seguenti disequazioni:

- $\frac{2x(x^2 - 3)}{(x-1)^2(x+1)^2} \geq 0$
- $\ln(x^2 - x + 1) > 0$
- $2(\sin x + 3) \geq 3(2 - \sin x)$ (rappresentare le soluzioni nella circonferenza goniometrica)

4. **Punti: /3**

Disegnare per punti il grafico della seguente funzione:

$$y = \begin{cases} 2 \sin x & x \leq 0 \\ 2^x - 1 & 0 < x < 3 \\ -x^2 + 8x - 8 & x \geq 3 \end{cases}$$

5. **Punti: /6**

Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -9 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

- Trovare $\det A$ utilizzando la regola di Sarrus.
- Determinare A^{-1} utilizzando il metodo di eliminazione di Gauss-Jordan.
- Verificare, specificando tutti i calcoli, che $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_3$.

6. **Punti: /4**

Si consideri il seguente numero complesso in forma algebrica:

$$z = 2\sqrt{3} + 2i.$$

- Rappresentare z e $\bar{z}$ nel piano di Gauss.
- Scrivere z in forma trigonometrica.
- Scrivere z in forma esponenziale.

 UNICA UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI	Corso di studi in Chimica	
	Matematica 1 - Prova scritta B	Data:
	Matricola:	Tempo: 180 minuti

1. **Punti: /4**

Si considerino gli insiemi A, B e C definiti mediante proprietà caratteristica:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^4 - 5x^2 + 4 = 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x - 2| \leq 3\}, \quad C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = 1 - 2n, n = 0, 1, 2, 3, 4\}.$$

- Rappresentare per elencazione gli insiemi A, B e C .
- Determinare $A \cup B, A \cap C, B \setminus C$.
- Verificare che $A \times C \neq C \times A$.

2. **Punti: /6**

Risolvere le seguenti equazioni:

$$(a) \quad \frac{2x(x^2 - 9)}{(9 - x^2)^2} = 0$$

$$(b) \quad \ln \left(\frac{2x + 4}{x - 1} \right) = 0$$

3. **Punti: /9**

Risolvere le seguenti disequazioni:

$$(a) \quad \frac{(e^x + 1)(3^x - 9)}{x^2 - 4} \geq 0$$

$$(b) \quad 2 \cos x + \sqrt{2} \leq 0 \text{ (rappresentare le soluzioni nella circonferenza goniometrica)}$$

$$(c) \quad 2(\tan x + 1) - (\tan^2 x + 4) - 4 \tan x \leq -\tan x(\tan x + 1) - 3 \text{ (rappresentare le soluzioni nella circonferenza goniometrica)}$$

4. **Punti: /4**

Disegnare per punti il grafico della seguente funzione:

$$y = \begin{cases} 1 + 2 \cos x & x \leq 0 \\ 3 - x^2 & 0 < x < 3 \\ x - 9 & x \geq 3 \end{cases}$$

5. **Punti: /6**

Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

trovare, se è possibile, A^{-1} e verificare, specificando tutti i calcoli, che

$$A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_3.$$

6. **Punti: /3**

Scrivere il numero complesso

$$z = \frac{2i + 1}{1 - i}$$

in forma algebrica. Trovare il coniugato, l'opposto e il modulo di z .

 UNICA UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI	Corso di studi in Chimica	
	Matematica 1 - Prova scritta	Data:
	Matricola:	Tempo: 180 minuti

1. **Punti: /4**

Si considerino i seguenti insiemi:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} \mid (x^2 + 16x - 80)(x^2 - 4) = 0\}, \quad B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 3\}, \quad C = \{-3; -2; 2; 3\}.$$

- Rappresentare per elencazione gli insiemi A e B .
- Determinare $A \cup C, A \cap B, B \setminus C$.
- Rappresentare mediante elencazione $\mathcal{P}(B \setminus C)$.

2. **Punti: /6**

Risolvere le seguenti equazioni:

- $e^{2x} - 3 \cdot e^x + 2 = 0$
- $\log_2(x - 1) + \log_2(x) = 1$

3. **Punti: /9**

Risolvere le seguenti disequazioni:

- $\frac{x^2(x^2 - 3x - 4)}{8x - x^2 - 7} \geq 0$
- $\frac{\ln(x)}{\ln(x) - 1} \geq 0$
- $2(\tan x + 1) - (\tan^2 x + 4) + 3 \leq -\tan x(\tan x + 1) + 4 \tan x + 2$ (rappresentare le soluzioni nella circonferenza goniometrica)

4. **Punti: /3**

Disegnare per punti il grafico della seguente funzione:

$$y = \begin{cases} -2x - 3 & x < -2 \\ -x^2 + 5 & -2 \leq x < 0 \\ 5 \cos(x) & x \geq 0 \end{cases}$$

5. **Punti: /6**

Data la matrice

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- Trovare $\det A$ e A^T .
- Determinare A^{-1} utilizzando il metodo di eliminazione di Gauss-Jordan.
- Verificare, specificando tutti i calcoli, che $A \cdot A^{-1} = A^{-1} \cdot A = I_3$.

6. **Punti: /4**

Si consideri il seguente numero complesso:

$$z = -3 - \sqrt{3}i.$$

- Rappresentare z e $\bar{z}$ nel piano di Gauss.
- Trovare il modulo di z .
- Scrivere z in forma trigonometrica ed esponenziale.