



Università degli Studi di Cagliari

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria delle Tecnologie per
Internet

DIGITAL TRANSMISSION OVER FADING CHANNELS



Sommario

- ✓ Cos'è il Fading?

- ✓ Parametri dei fading channels:
 - Delay spread
 - Coherence bandwidth
 - Doppler spread
 - Coherence time

- ✓ Classificazione dei fading channels:
 - Slow o fast
 - Flat o frequency selective



Sommario (2)

- ✓ F.d.t. di un fading channel
- ✓ CSI:
 - Pdf di Rayleigh e di Rice
 - Calcolo $P(e)$

- ✓ Nessun CSI

- ✓ Diversità:
 - Tipologie
 - Tecniche

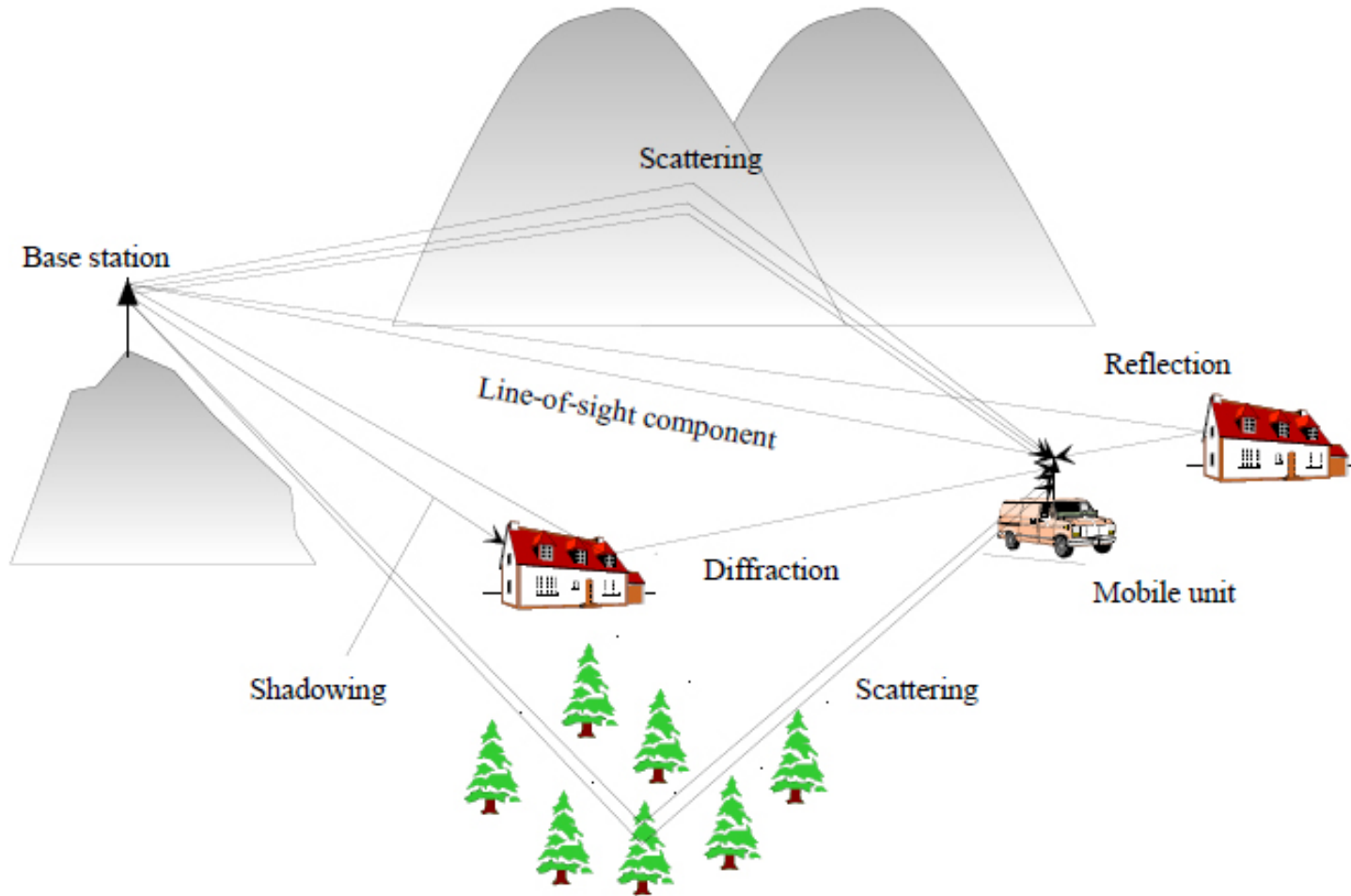


Cos'è il Fading?

- ✓ E' il termine usato per descrivere le fluttuazioni in ampiezza e ritardi del segnale al ricevitore durante la trasmissione su canale radio.
- ✓ Cause:
 - Multipath
 - Movimenti relativi tra trasmettitore e ricevitore
- ✓ Effetti
 - Attenuazione e distorsione al ricevitore



Scenario





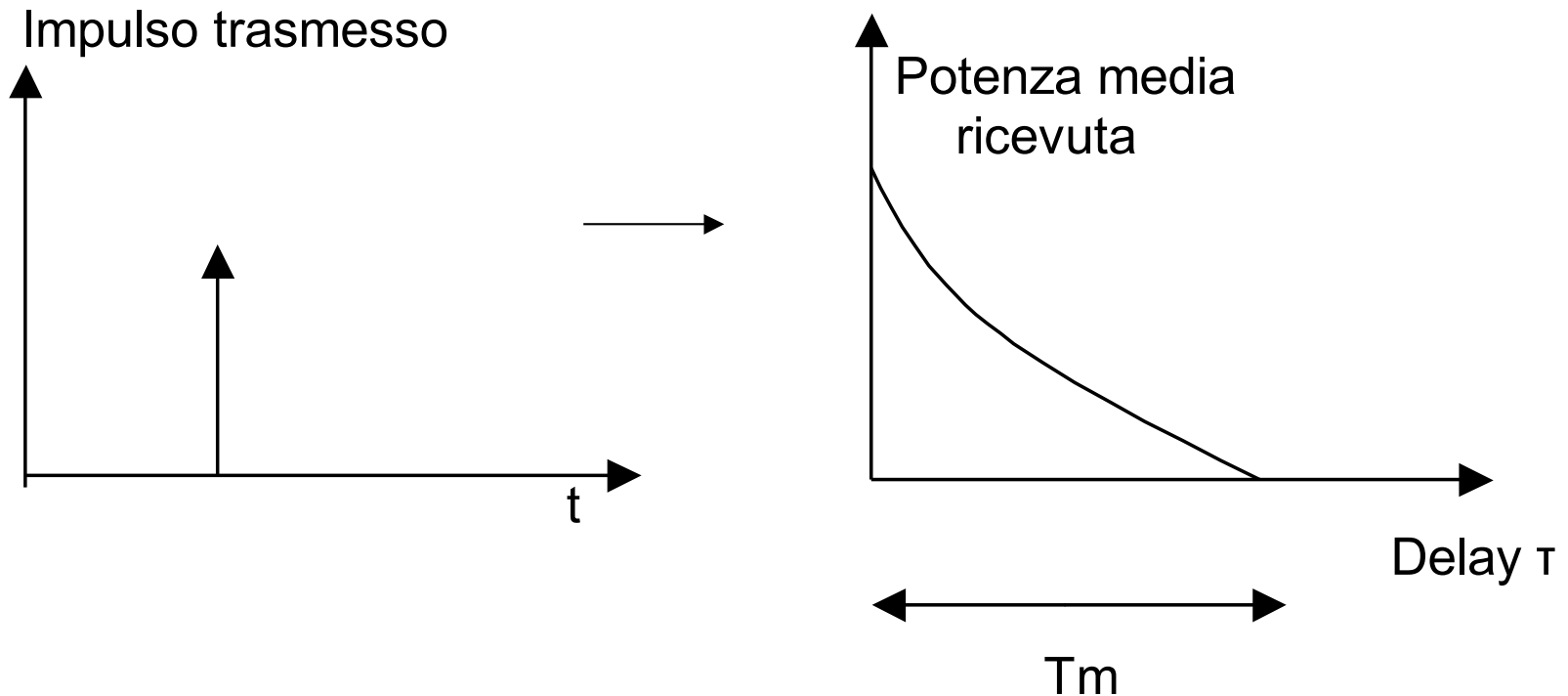
Parametri dei Fading Channels

- ✓ Delay spread
- ✓ Coherence bandwidth
- ✓ Doppler spread
- ✓ Coherence time



Delay Spread

- ✓ Possiamo misurare la potenza media del segnale ricevuto in funzione del tempo di ritardo.





Delay Spread (2)

- ✓ La potenza media ricevuta è chiamata spettro di potenza del ritardo; l'intervallo di tempo in cui tale potenza è non nulla è chiamato multipath spread del canale (T_m in figura).
- ✓ Considerando tutti i possibili percorsi, il delay spread è il massimo tra questi ritardi.
- ✓ Questo fenomeno provoca Dispersione Temporale.



Coherence Bandwidth

- ✓ In un fading channel segnali con differente contenuto in frequenza possono subire diversi livelli di fading.
- ✓ La banda di coerenza B_c è l'intervallo di frequenza oltre il quale due componenti in frequenza del segnale subiscono fading indipendenti.



Coherence Bandwidth (2)

- ✓ La banda di coerenza è legata al delay spread attraverso la relazione:

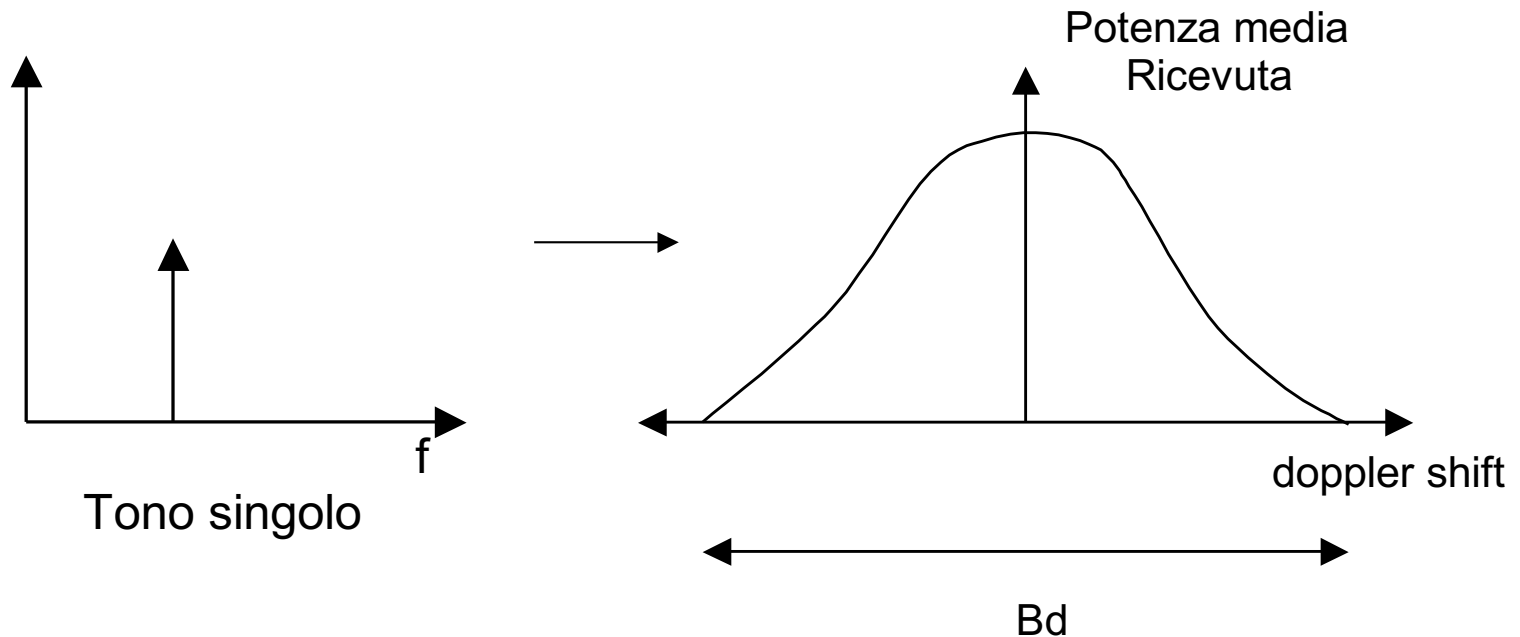
$$B_c = \frac{1}{T_m}$$

- ✓ Questo fenomeno produce Selettività in Frequenza.



Doppler Spread

- ✓ Un segnale che si propaga può subire effetto Doppler (shift di frequenza) dovuto alla natura tempo variante del canale.





Doppler Spread (2)

- ✓ La figura mostra lo spettro di potenza del segnale ricevuto quando si trasmette una sinusoidale.
- ✓ Il doppler spread B_d è il range di frequenza in cui lo spettro di potenza doppler è diverso da zero e corrisponde al massimo valore dello shift di frequenza.
- ✓ Questo fenomeno provoca Dispersione in frequenza.



Coherence Time

- ✓ Il tempo di coerenza, T_c è una misura della durata temporale in cui la risposta impulsiva del canale rimane invariata.
- ✓ Quindi se la durata di un simbolo è più piccola di T_c , il canale può essere considerato invariante durante la ricezione del simbolo.
- ✓ Esiste una relazione tra tempo di coerenza e doppler spread
- ✓ Questo fenomeno produce Selettività Temporale.

$$T_c = \frac{1}{B_d}$$



Classificazione Fading Channel

- ✓ Se la banda di coerenza B_c è molto maggiore della banda del segnale B_x ($B_c \gg B_x$), il segnale trasmesso subisce Flat Fading altrimenti subirà Fading selettivo in frequenza.
- ✓ Se il doppler spread del canale B_d è molto più piccolo della banda del segnale B_x ($B_x \gg B_d$) questo subisce Slow Fading. Viceversa si parla di Fast Fading.



F.D.T. di un Fading Channel

- ✓ La risposta di un canale con fading può essere studiata in termini di funzione di trasferimento ossia la trasformata di Fourier della risposta impulsiva.
- ✓ In generale tale funzione di trasferimento è tempo-variante.

$$H(f, t) = 2 \sum_n \alpha_n(t) e^{-j\theta_n(t)} e^{-j2\pi f \tau_n(t)}$$



ESEMPI DI FADING CHANNELS



Propagazione Su 2 Paths

- ✓ T_x ed R_x fissati. Due possibili percorsi di propagazione.

$$y(t) = x(t) + bx(t - \tau)$$

- ✓ b e τ sono l'attenuazione e il ritardo del segnale riflesso (il path diretto ha quindi attenuazione 1 e ritardo 0)



Propagazione Su 2 Paths (2)

✓ I percorsi hanno caratteristiche che non variano e possono essere identificati individualmente:

✓ Risposta impulsiva $h(t) = \delta(t) + b\delta(t - \tau)$

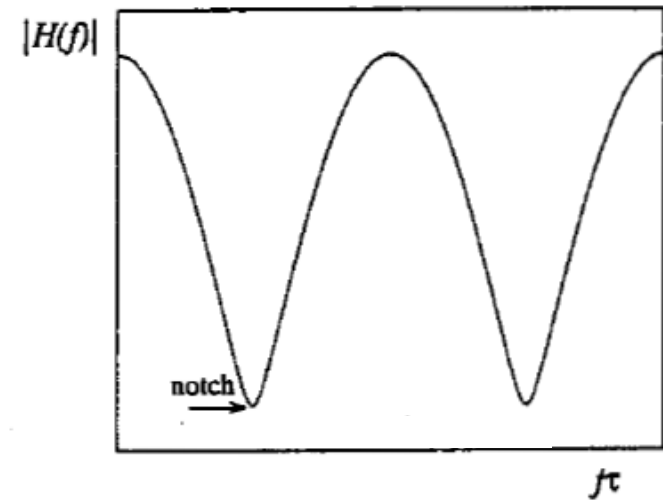
✓ Funzione di trasferimento: $H(f) = 1 + be^{-j2\pi f\tau}$



Propagazione Su 2 Paths (3)

- ✓ Per alcuni valori del prodotto $f \tau$ i due percorsi sono essenzialmente in allineamento di fase ($|H(f)|$ massimo)

$$|H(f)| = \sqrt{1 + b^2 + 2b \cos(2\pi f \tau)}$$

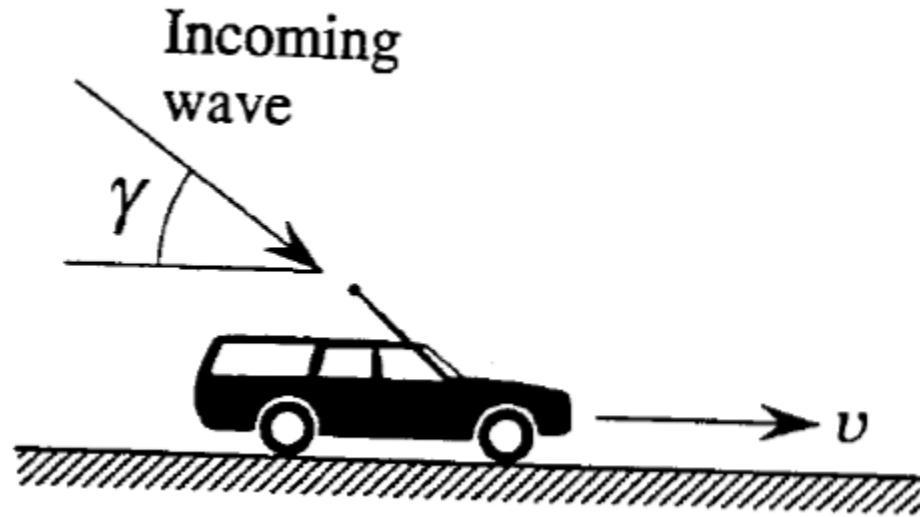


- ✓ Per altri valori i percorsi quasi si cancellano a vicenda, producendo un minimo di $|H(f)|$ (notch).



Propagazione su Path Singolo

EFFETTO DEL MOVIMENTO



- ✓ Il ricevitore è in moto relativo rispetto al trasmettitore
 - v = velocità del veicolo (che assumiamo costante)
 - γ = angolo tra la direzione di propagazione dell'onda piana elettromagnetica e la direzione del moto



Propagazione su Path Singolo

EFFETTO DEL MOVIMENTO (2)

- ✓ L'effetto doppler causa che il segnale ricevuto sia un tono la cui frequenza è modificata dalla quantità

$$f_D = f_0 \frac{v}{c} \cos \gamma$$

- ✓ Il segnale ricevuto sarà nella forma

$$y(t) = Ae^{j2\pi(f_0 - f_D)t}$$



Propagazione su Path Singolo

EFFETTO DEL MOVIMENTO (3)

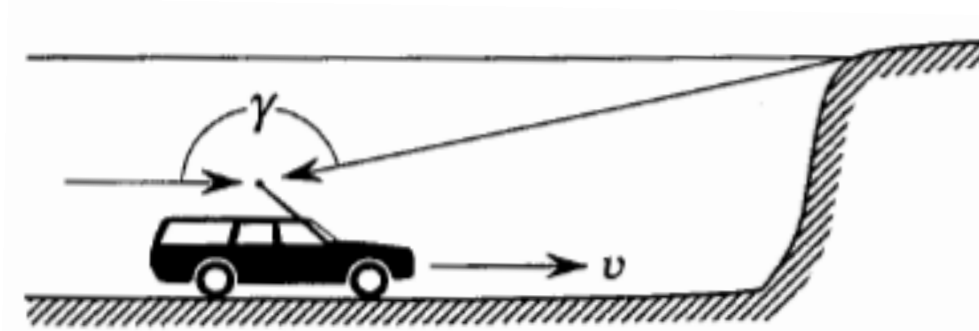
- ✓ Questo canale può essere modellato come un sistema lineare tempo-variante con funzione di trasferimento

$$H(f, t) = 2\alpha(t)e^{-j2\pi\theta(t)}e^{-j2\pi f\tau(t)}$$



Propagazione su Due Paths

EFFETTO DEL MOVIMENTO (1)



- ✓ Si suppone per semplicità che i percorsi abbiano lo stesso ritardo (nullo) e la stessa attenuazione.



Propagazione su Due Paths

EFFETTO DEL MOVIMENTO (2)

- ✓ Il segnale ricevuto, a causa dell'effetto doppler, sarà:

$$y(t) = A \left[e^{-j2\pi f_0 \frac{v}{c} t} + e^{-j2\pi f_0 \frac{v}{c} \cos \gamma t} \right] e^{j2\pi f_0 t}$$

- ✓ In generale:

$$y(t) = R(t) e^{j\theta(t)} e^{j2\pi f_0 t}$$



Propagazione su Due Paths

EFFETTO DEL MOVIMENTO (3)

- ✓ L'ampiezza del segnale ricevuto sarà

$$R(t) = 2A \cos\left(2\pi f_0 \frac{v}{c} \left(\frac{1 - \cos \gamma}{2}\right)t\right)$$

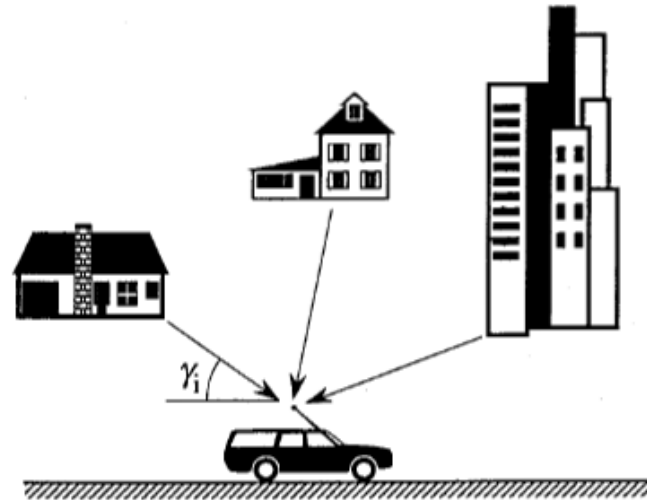
- ✓ L'involuppo del segnale ricevuto esibisce una variazione sinusoidale nel tempo, con frequenza

$$f_0 \frac{v}{c} \left(\frac{1 - \cos \gamma}{2}\right)$$



Propagazione Multipath

EFFETTO DEL MOVIMENTO



- ✓ Il segnale ricevuto conterrà una serie di contributi di doppler shift:

$$f_i = f_0 \frac{v}{c} \cos \gamma_i$$



Propagazione Multipath

EFFETTO DEL MOVIMENTO (2)

✓ Il segnale ricevuto sarà:

$$y(t) = \sum_{i=1}^N A_i e^{j(2\pi(f_0 - f_i)t + \theta_i)} = \sum_{i=1}^N A_i e^{-j(2\pi f_i t - \theta_i)} e^{j2\pi f_0 t}$$

✓ θ_i , γ_i e A_i sono l'ampiezza, la fase e l'angolo di incidenza del raggio dell' i -esimo percorso.



Propagazione Multipath

EFFETTO DEL MOVIMENTO (3)

- ✓ L'involuppo complesso del segnale ricevuto risulta essere:

$$R(t)e^{j\theta(t)} = \sum_{i=1}^N A_i e^{-j(2\pi f_i t - \theta_i)}$$

- ✓ Per un numero grande N di paths, possiamo assumere che le attenuazioni A_i e le fasi $2\pi f_i t - \theta_i$ siano variabili aleatorie Gaussiane, che possono essere ragionevolmente assunte indipendenti.



Propagazione Multipath

EFFETTO DEL MOVIMENTO (4)

- ✓ $R(t)$ e $\theta(t)$ risultano essere processi indipendenti, con $\theta(t)$ uniformemente distribuita tra $(0, 2\pi)$ e $R(t)$ funzione di densità di probabilità di Rayleigh:

$$f_R(t) = \begin{cases} \frac{r}{\sigma^2} e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} & 0 \leq r < \infty \\ 0 & r < 0 \end{cases}$$



Propagazione Multipath CON UN PATH FISSATO

- ✓ Il mezzo di propagazione ha un path fisso più resistente in aggiunta agli altri N path deboli:

$$R(t)e^{j\theta(t)} = u(t)e^{j\alpha(t)} + v(t)e^{j\beta(t)}$$

- ✓ $u(t)$ è distribuita secondo Rayleigh, $\alpha(t)$ è uniforme in $(0, 2\pi)$
- ✓ $v(t)$ e $\beta(t)$ sono segnali deterministici



Propagazione Multipath CON UN PATH FISSATO (2)

✓ Con questo modello $R(t)$ ha la seguente pdf

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} \cdot e^{\left[-\frac{r^2+v^2}{2\sigma^2}\right]} I_0 \left\{ \frac{rv}{\sigma^2} \right\} \quad r \geq 0$$

dove $I_0 \left\{ \frac{rv}{\sigma^2} \right\}$ denota la funzione di Bessel di ordine zero



Propagazione Multipath CON UN PATH FISSATO (3)

✓ Il fattore di Rice:

$$K = \frac{v^2}{2\sigma^2}$$

➤ è il rapporto tra (potenza del percorso fisso) e (potenza della componente di Rayleigh)



Rayleigh Vs. Rice

- ✓ Quando $K \rightarrow 0$, cioè quando il percorso fisso riduce la sua potenza, (la funzione di Bessel vale ora $I_0(0) = 1$) la pdf di Rice diventa la pdf di Rayleigh.



Rayleigh Vs. Rice (2)

- ✓ Invece se $K \rightarrow \infty$, cioè la potenza del percorso fisso è considerevolmente più alta della potenza dei percorsi casuali, allora la pdf di Rice può essere approssimata molto bene con una pdf Gaussiana.

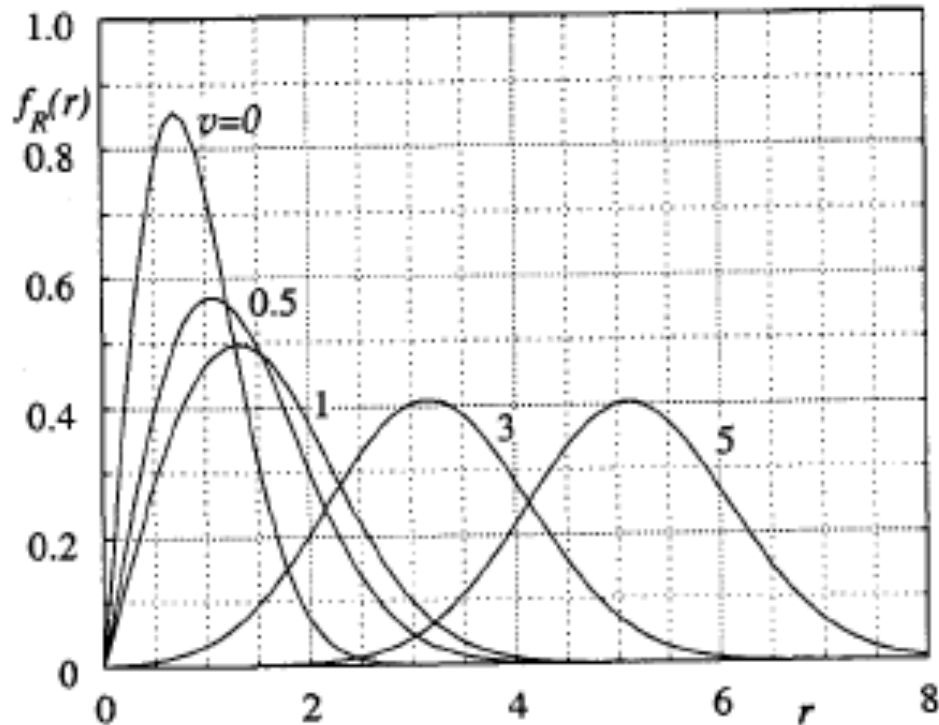
$$\lim_{x \rightarrow \infty} I_0(x) \sim \frac{e^x}{\sqrt{2\pi x}}$$

- ✓ Sostituendo la funzione di Bessel con la sua espressione asintotica

$$f_R(r) \sim \frac{\sqrt{r}}{\sqrt{2\pi x}} e^{-\frac{(r-v)^2}{2\sigma^2}}$$



Rayleigh Vs. Rice (3)





Frequency Flat

SLOWLY FADING CHANNELS

- ✓ Per i sistemi di trasmissione digitale avere una banda stretta equivale ad assumere che la durata del simbolo modulato sia molto più grande rispetto allo spread delay causato dalla propagazione multipath.
- ✓ Se questo avviene, allora tutte le componenti in frequenza del segnale trasmesso saranno affette da una stessa attenuazione e shift di fase casuali, e il canale sarà frequency flat.



Frequency Flat

SLOWLY FADING CHANNELS(2)

- ✓ Se inoltre il canale varia molto lentamente rispetto alla durata del segnale (movimento relativo lento tra trasmettitore e ricevitore) allora il fading $R(t)e^{j\theta(t)}$ sarà approssimativamente costante durante la trasmissione di un simbolo.
- ✓ L'involuppo complesso del segnale ricevuto in uscita dal canale affetto da fading slow e flat e da AWGN, può essere espresso nella forma:

$$\tilde{r}(t) = R e^{j\theta} \tilde{x}(t) + \tilde{n}(t)$$



Frequency Flat

SLOWLY FADING CHANNELS (3)

- ✓ L'unica differenza rispetto ad un canale AWGN risiede nel fattore R che invece di essere una costante di attenuazione è adesso una variabile aleatoria il cui valore incide sull'ampiezza, e quindi sulla potenza, del segnale ricevuto
- ✓ Se R è noto descriviamo questa situazione dicendo che abbiamo una CSI (Channel State Information) perfetta.
- ✓ La CSI può essere ottenuta per esempio inserendo un tono pilota nello spettro del segnale trasmesso e assumendo che il segnale subisca fading esattamente allo stesso modo.



Perfect CSI

- ✓ La demodulazione con CSI perfetta avviene con lo stesso principio della demodulazione su canale AWGN, ovvero si tende a minimizzare la distanza geometrica tra $r(t)$ e $Rx(t)$ cioè ridurre la distanza tra il possibile segnale trasmesso e quello ricevuto

minimizzare

$$\int_0^T [r(t) - Rx(t)]^2 dt \quad \text{oppure} \quad |r(t) - Rx(t)|^2$$



Perfect CSI (2)

- ✓ La probabilità d'errore può essere valutata come

$$P(e) = \int_{-\infty}^{\infty} P(e | R) \cdot f_R(r) dr$$

- ✓ Il calcolo di $P(e | R)$ si ottiene considerando $P(e)$ nel caso di canale AWGN, considerando però segnali ad energia $R^2 \varepsilon$.



Rilevazione Coerente Di Un Segnale Binario con Csi Perfetto

- ✓ Consideriamo il caso di un segnale binario avente energia ε e coefficiente di correlazione ρ
- ✓ La probabilità d'errore di segnali binari è data da

$$P(e) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{d}{2\sqrt{N_0}} \right) = Q \left(\frac{d}{\sqrt{2N_0}} \right)$$



Rilevazione Coerente di un Segnale Binario con CSI Perfetto (2)

- ✓ d è la distanza tra due simboli che può anche essere espressa in funzione dell'energia dei segnali e della loro correlazione

$$d^2 = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - 2\rho\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_2} = 2\varepsilon(1 - \rho)$$



Rilevazione Coerente di un Segnale Binario con CSI Perfetto (3)

- ✓ Considerando la trasmissione attraverso un canale affetto da fading abbiamo

$$P(e | R) = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{R^2 \varepsilon (1 - \rho)}{2N_0}} \right)$$

quindi

$$P(e) = \int_{-\infty}^{\infty} P(e | R) \cdot f_R(r) dr$$



Rayleigh Fading

✓ Se R ha una pdf di Rayleigh risolvendo l'integrale si ottiene:

$$P(e) = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{(1-\rho) \frac{\bar{\varepsilon}}{2N_0}}{1 + (1-\rho) \frac{\bar{\varepsilon}}{2N_0}}} \right)$$

dove

$$\bar{\varepsilon} = E[R^2] \varepsilon = 2\sigma^2 \varepsilon$$



Rayleigh Fading (2)

✓ Nel caso particolare di segnali:

➤ Antipodali $\rho = -1$ (minima energia)

$$P(e) = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\frac{\bar{\varepsilon}}{N_0}}{1 + \frac{\bar{\varepsilon}}{N_0}}} \right)$$

➤ Ortogonali $\rho = 0$ ottengo

$$P(e) = \frac{1}{2} \left(1 - \sqrt{\frac{\frac{\bar{\varepsilon}}{2N_0}}{1 + \frac{\bar{\varepsilon}}{2N_0}}} \right)$$



Rayleigh Fading (3)

- ✓ Per confrontare le due relazioni supponiamo di avere un elevato rapporto segnale rumore e utilizziamo l'approssimazione

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \sqrt{\frac{x}{1+x}} \right) \sim \frac{1}{2x}$$



Rayleigh Fading (4)

✓ Si ottiene

$$P(e) \sim \frac{1}{2(1-\rho)} \frac{1}{\frac{N_0}{\bar{\varepsilon}}}$$

➤ per segnali antipodali $P(e) = \frac{N_0}{4\varepsilon}$

➤ Per segnali ortogonali $P(e) = \frac{N_0}{2\varepsilon}$

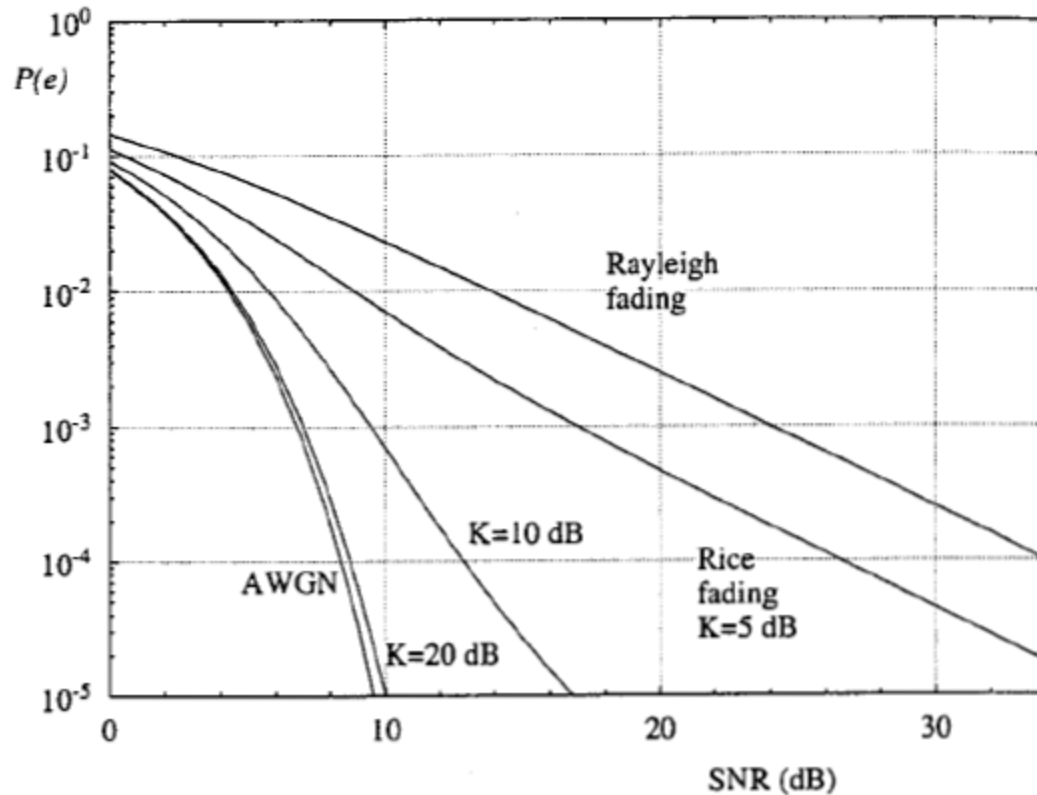


Rice Fading

- ✓ Attraverso tecniche di integrazione numerica si può calcolare la probabilità d'errore nel caso in cui il canale sia affetto da Rice fading



Rayleigh Vs. Rice





NO CSI

- ✓ Una CSI infinitamente accurata non è mai disponibile
- ✓ Per semplicità, intendiamo limitarci all'esaminare il caso limite in cui non è disponibile per nulla una CSI
- ✓ Anche in questo caso si ricava la $P(e | R)$ e si media su tutta la pdf di fading.



Differential Detection (1)

- ✓ In un canale per cui il processo di fading non è lento abbastanza da permettere un'accurata stima del suo shift di fase, un'alternativa alla rilevazione coerente è la demodulazione differenziale
- ✓ Di fatto, la seconda richiede solo che la fase rimanga stabile durante due simboli adiacenti



Differential Detection (2)

✓ Considerando un Rayleigh fading

➤ Per segnali antipodali si ha
$$P(e) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{\bar{\varepsilon}}{N_0}}$$

➤ rispetto al caso di demodulazione coerente la probabilità d'errore è raddoppiata

✓ Nel caso invece di segnali ortogonali si ha
$$P(e) = \frac{1}{2 + \frac{\bar{\varepsilon}}{N_0}}$$

➤ è quattro volte maggiore del caso antipodale con demodulazione coerente mentre è il doppio rispetto al caso di segnale ortogonale con demodulazione coerente.



Diversità

- ✓ Tecnica che consente di ridurre gli effetti del fading.
- ✓ L'idea è trasmettere lo stesso segnale attraverso L canali separati con fading, allo scopo di fornire al ricevitore L repliche dello stesso segnale.
- ✓ Tali repliche saranno affette da processi di fading possibilmente indipendenti così da produrre SNR indipendenti.



Diversità (2)

- ✓ Se L è grande abbastanza, ad ogni istante di tempo c'è un'elevata probabilità che almeno uno dei segnali ricevuti dagli L diversi rami non sarà affetto da un profondo fade, e quindi il suo SNR sarà al di sopra della soglia critica.
- ✓ Combinando adeguatamente i segnali ricevuti, l'effetto fading sarà mitigato. Vari metodi sono noti per combinare i segnali ottenuti alle loro uscite. I più importanti sono elencati di seguito.



Diversità Spaziale

- ✓ Consiste nel ricevere il segnale trasmesso attraverso L antenne separate.
- ✓ La spaziatura delle antenne è larga abbastanza rispetto alla lunghezza d'onda della portante in modo tale da ottenere una sufficiente scorrelazione.
- ✓ Vantaggi:
 - può essere facilmente implementata
 - non richiede occupazione extra dello spettro



Diversità di Polarizzazione

- ✓ Se un canale radio mostra fading scorrelato per segnali trasmessi su polarizzazioni ortogonali, allora la diversità può essere ottenuta utilizzando una coppia di antenne cross-polarizzate al ricevitore.



Diversità di Polarizzazione (2)

✓ Vantaggi:

- antenne cross-polarizzate non richiedono la grande separazione fisica necessaria per la diversità spaziale.

✓ Svantaggi:

- sono disponibili solo due rami di diversità, mentre con la diversità spaziale può essere teoricamente ottenuto qualsiasi valore di L



Diversità in Frequenza

- ✓ E' ottenuta inviando lo stesso segnale su diverse frequenze di portante, la cui separazione deve essere più larga rispetto alla banda di coerenza del canale.
- ✓ La diversità in frequenza non è una soluzione efficiente in termini di larghezza di banda.



Diversità Temporale

- ✓ Si può ottenere trasmettendo lo stesso segnale su diversi slots di tempo separati da un intervallo più lungo del tempo di coerenza del canale.
- ✓ Svantaggi:
 - dato che nei sistemi radio mobili i ricevitori hanno un grande tempo di coerenza, la diversità temporale potrà essere introdotta solo al prezzo di elevati ritardi.



Tecniche Combinate di Diversità

- ✓ Selection combining
- ✓ Maximal ratio combining
- ✓ Equal gain combining



Selection Combining

- ✓ E' concettualmente la tecnica più semplice.
- ✓ Consiste nel selezionare ad ogni istante, tra gli L rami di diversità, quello con il più alto valore di SNR.



Selection Combining (2)

- ✓ Ipotesi :
 - ogni ramo di diversità è affetto dallo stesso rumore Gaussiano
 - tutti i rami hanno lo stesso SNR medio

$$\bar{\eta} = \frac{\bar{\varepsilon}}{N_0} = E(R^2) \frac{\varepsilon}{N_0}$$



Selection Combining (3)

- ✓ Denotiamo con η_i l' SNR misurato nell' i -esimo ramo di diversità durante la trasmissione di un dato simbolo:

$$\eta_i = R_i^2 \frac{\mathcal{E}}{N_0}$$

- ✓ La tecnica selection combining seleziona $\bar{\eta}$, ovvero l' SNR massimo tra gli L SNR :

$$\bar{\eta} = \max(\eta_1 \dots \eta_L)$$



Maximal Ratio Combining

- ✓ I segnali all'uscita degli L diversi rami sono combinati linearmente
- ✓ I coefficienti della combinazione lineare sono selezionati allo scopo di massimizzare il rapporto tra l'energia del segnale istantanea e la densità spettrale della potenza di rumore.



Maximal Ratio Combining (2)

✓ Consideriamo

- Densità di potenza spettrale $2N_0$
- R_i nota, ovvero perfetto CSI
- Energia del segnale 2ε
- Segnale complesso all'uscita dai rami di diversità $r_i = R_i \cdot x + n_i$



Maximal Ratio Combining (3)

- ✓ La relazione precedente può essere vista come combinazione lineare sugli L rami.

$$r = \sum_{i=1}^L G_i \cdot r_i = \sum_{i=1}^L G_i \cdot R_i x + \sum_{i=1}^L G_i \cdot n_i$$

- ✓ Dove G_i sono i coefficienti scelti per massimizzare il rapporto tra l'energia istantanea del segnale e la densità spettrale della potenza di rumore.



Maximal Ratio Combining (4)

- ✓ La densità spettrale di potenza del rumore dopo la combinazione è data da:

$$2N_0 \sum_{i=1}^L |G_i|^2$$

- ✓ L'energia istantanea del segnale è:

$$2\mathcal{E} \left| \sum_{i=1}^L G_i R_i \right|^2$$



Maximal Ratio Combining (5)

- ✓ Vogliamo massimizzare il rapporto tra le due precedenti quantità, cioè:

$$\eta = \frac{\varepsilon}{N_0} \cdot \frac{\left| \sum_{i=1}^L G_i \cdot R_i \right|^2}{\sum_{i=1}^L |G_i|^2}$$



La Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz

- ✓ Consideriamo la relazione di Cauchy-Schwarz

$$\left| \sum_{i=1}^L a_i \cdot b_i^* \right|^2 \leq \sum_{i=1}^L |a_i|^2 \sum_{i=1}^L |b_i|^2$$

- ✓ Affinché la disuguaglianza di Cauchy-Schwarz diventi un'uguaglianza deve essere $a_i = c \cdot b_i$, dove c è una costante



Maximal Ratio Combining (6)

✓ Il rapporto η diventa:

$$\eta \leq \frac{\varepsilon}{N_0} \frac{\sum_{i=1}^L |G_i|^2 \sum_{i=1}^L R_i^2}{\sum_{i=1}^L |G_i|^2} = \frac{\varepsilon}{N_0} \sum_{i=1}^L R_i^2$$



Maximal Ratio Combining (7)

- ✓ L'uguaglianza si ottiene ponendo

$$G_i = R_i$$

- ✓ Quindi la combinazione a massimo rapporto fornisce un SNR

$$\eta_{MR} = \frac{\mathcal{E}}{N_0} \sum_{i=1}^L R_i^2$$

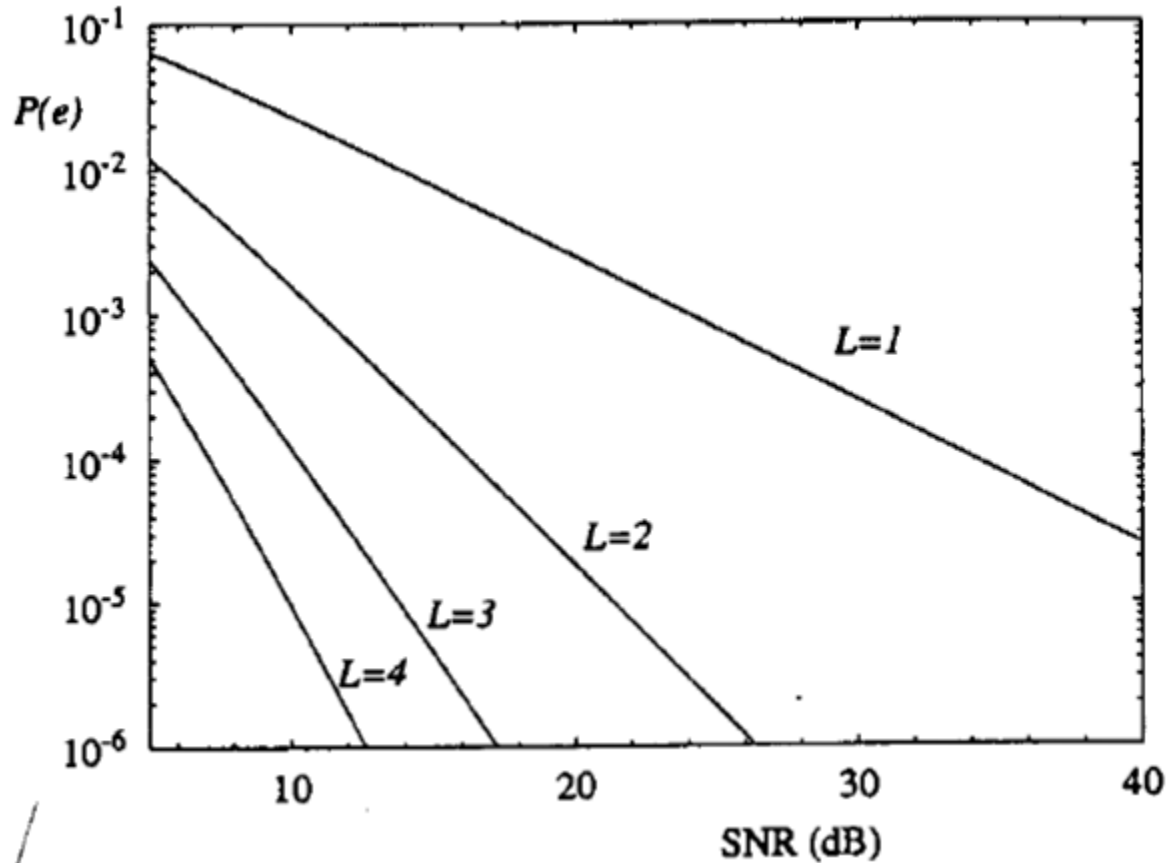


Maximal Ratio Combining (8)

- ✓ Ogni ramo di diversità è pesato proporzionalmente rispetto all'attenuazione da fading che lo interessa: i rami più faded saranno contati meno e viceversa.
- ✓ L'ultima equazione mostra la combinazione a rapporto massimo η_{MR} che è la somma degli SNR, e quindi può essere grande anche quando i singoli SNR sono piccoli.



Maximal Ratio Combining (9)





Equal Gain Combining

- ✓ Essendo la derivazione del CSI molto complessa, può essere utilizzata una versione semplificata della combinazione a massimo rapporto, in cui tutti i coefficienti G_i nella

$$r = \sum_{i=1}^L G_i \cdot r_i = \sum_{i=1}^L G_i \cdot R_i x + \sum_{i=1}^L G_i \cdot n_i$$

sono scelti pari a 1 .



Vantaggi e Svantaggi

- ✓ Selection combining:
 - vantaggio: semplice da implementare
 - svantaggio: non è una tecnica di combinazione ottima

- ✓ Maximal ratio combining:
 - vantaggio: SNR massimo
 - svantaggio: conoscenza perfetta della CSI

- ✓ Equal gain combining
 - vantaggi: SNR alti
 - nessuna conoscenza della CSI



Codifica per Rayleigh Fading Channel

- ✓ La codifica può essere vista come un modo per introdurre diversità nel sistema di trasmissione.
- ✓ Tutta la codifica di canale può essere interpretata come avente un grado di diversità intrinseco.



Codifica per Rayleigh Fading Channel (2)

- ✓ Condizioni:
 - R_k indipendenti
 - Demodulazione coerente
 - Perfect CSI
 - Rumore bianco



Codifica per Rayleigh Fading Channel (3)

- ✓ Sotto queste condizioni lo scopo è quello di minimizzare la distanza tra segnale trasmesso e segnale ricevuto:

$$\sum_{k=1}^n |r_k - R_k \cdot s_k|^2$$

- ✓ Deriviamo la pairwise probability error e quindi la pdf della variabile aleatoria X .



Distanza di Hamming

- ✓ Si può ricavare un limite superiore per l'espressione probabilità d'errore $P(e)$:

$$P(e) \leq \sum_d A_d \left(\frac{1}{1 + R_c \frac{\bar{\mathcal{E}}_b}{N_0}} \right)^d$$

- ✓ Dove d è la distanza di Hamming, ovvero è il numero di componenti per cui differiscono il segnale trasmesso S e il segnale ricevuto \hat{S} .
- ✓ d è un parametro dipendente dalla codifica.



Distanza di Hamming (2)

- ✓ Osservando la relazione, maggiore è il valore della distanza di Hamming minore è la probabilità d'errore in fase di ricezione
- ✓ Introducendo la codifica si introduce diversità che consente di avere una $P(e)$ non dipendente solo ed esclusivamente dal valore di SNR ma anche dal valore di d_{\min}
- ✓ Lo schema di codifica è basato sulla massimizzazione della diversità del codice, ovvero, sulla massimizzazione della distanza di Hamming



Bibliografia

- ✓ Biglieri, Benedetto - Principles of digital transmission – Kluwer
- ✓ Simon, Aluini - Digital Communication Over Fading Channels – Wiley
- ✓ Patzold - Mobile Fading Channels – Wiley
- ✓ Meyr - Digital Communication Receivers - Wiley