
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI
CORSO DI LAUREA IN FISICA
Metodi Matematici della Fisica - A.A. 2025/2026
PRIMA PROVA PARZIALE - 27/04/2026

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(z) = \frac{e^z}{z^2(z-1)}$$

- individua le singolarità al finito e calcola i residui
- scrivi i primi tre termini della serie di Taylor-Laurent intorno a $z = 0$, specificando il raggio di convergenza
- calcola l'integrale della funzione lungo una circonferenza di raggio $1/2$ centrata nell'origine
- determina il comportamento della funzione nel punto all'infinito e calcola il residuo

Esercizio 2. Dato l'integrale

$$I = \text{P} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x}{(x-1)(x^2+4)} dx$$

- determina la funzione complessa utile per calcolarlo, classifica le singolarità al finito e calcola i residui
- calcola la somma dei residui al finito e verifica la coerenza del risultato con il comportamento all'infinito
- calcola il valore di I precisando il cammino scelto e spiegando i passaggi
- è possibile applicare la stessa procedura se al numeratore si sostituisce x con x^2 ?

Esercizio 3. Considerando l'estensione periodica (di periodo 2π) della funzione

$$f(x) = 1 - \frac{2|x|}{\pi}$$

- scrivi lo sviluppo in serie di Fourier nell'intervallo $(-\pi, \pi)$
- verifica che lo sviluppo converga al valore della funzione in $x = \pm\pi/2$
- utilizzando il valore della funzione in $x = 0$, ricava la somma della serie numerica che ne deriva
- utilizzando l'identità di Parseval, ricava la somma della serie numerica che ne deriva