

PROGETTAZIONE PILASTRO

Progettare, verificare e disporre le armature di un ritto AB alto $L = 4$ m, noti i diagrammi delle azioni interne e la sezione geometrica trasversale. Le caratteristiche dei materiali sono a scelta. Sono richiesti i disegni esecutivi.

Il pilastro è quadrato di lato 300 mm, l'azione normale di compressione $N_{sd} = 500$ kN, al netto del peso proprio, ed è presente M_{sd} : nell'estremità inferiore A $M_{sd,A} = 80$ kNm (segno orario) e nell'estremità superiore B $M_{sd,B} = 130$ kNm (segno orario). Il calcestruzzo scelto è di classe C28/35 e l'acciaio è B450C

Dati

Pilastro quadrato di lato 30 cm

$N_A = N_B = -500$ kN escluso il peso proprio

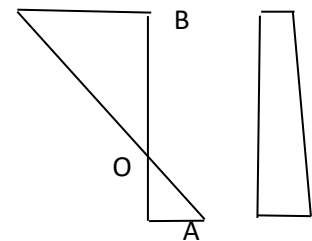
$M_A = 80$ kNm $M_B = 130$ kNm

Il pilastro non è sollecitato da nessun carico orizzontale lungo il suo asse.

Le reazioni valgono $V_A = -V_B = -(M_A + M_B)/L = 52,5$ kN

avendo indicato con A la sezione di estremità inferiore, con le usuali convenzioni sui segni:

azione normale di compressione	NEGATIVA
momento flettente orario	POSITIVO
taglio se produce una rotazione oraria della sezione	POSITIVO



Caratteristiche resistive dei materiali

Calcestruzzo C28/35 $f_{ck} = 28$ N/mm² $f_{cd} = 0,85 \cdot \frac{28}{1,5} = 15,87$ N/mm²

$$f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3} = 2,77 \text{ N/mm}^2$$

Acciaio B450C $f_{yk} = 450$ N/mm² $f_{yd} = \frac{450}{1,15} = 391,3$ N/mm²

$$E_s = 200000 \text{ N/mm}^2 \quad \varepsilon_{yd} = \frac{391,3}{200000} = 0,00196 \text{ N/mm}^2$$

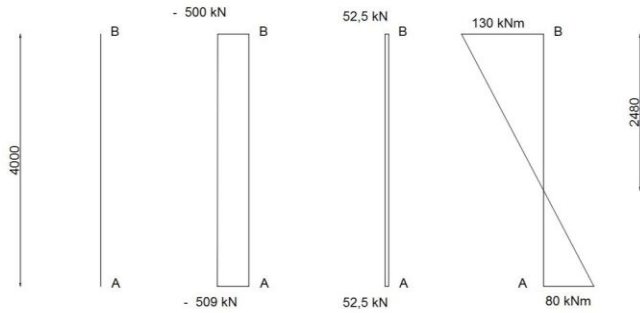
Azioni interne

Peso proprio pilastro: Volume = $0,30 \cdot 0,30 \cdot 4,00 = 0,36$ m³ $\gamma_{CA} = 25$ kN/m³ pp = 9 kN

Dal diagramma del momento flettente di tipo lineare, tramite similitudine fra i triangoli si ottiene

$130 : OB = 80 : OA$ dove $OA = (H - OB)$ posto $OB = X$

$130(4 - X) = 80X$ $520 - 130X = 80X$ $X = 520/210 = 2,476$ m



Caratteristiche geometriche della sezione

$b = 300 \text{ mm}; \quad h = 300 \text{ mm}$

ambiente ordinario, classe del calcestruzzo C28/35 compresa fra la classe minima e quella ottimale, tolleranza di posa in opera 0 mm, copriferro $c = 25 + 0 = 25 \text{ mm}$

$d = 260 \text{ mm}; \quad d' = 40 \text{ mm}$

eccentricità nelle sezioni di estremità

$$e_A = M_{SdA}/N_{SdA} = 157,2 \text{ mm}$$

$$e_B = M_{SdB}/N_{SdB} = 260 \text{ mm}$$

in entrambe le sezioni di estremità si tratta di pressoflessione con grande eccentricità.

Progettazione delle armature

Si consiglia di progettare per prima le armature nella sezione meno sollecitata a M_{Sd} , cioè la sezione alla base.

Si parte dalla considerazione che l'armatura nella sezione di base sia simmetrica ($A_s = A'_s$) e soddisfi le prescrizioni contenute nei dettagli costruttivi sull'armatura minima e massima da disporre nei pilastri.

$A_{smin} \geq 0,10 N_{Sd}/f_{yd} = 0,10 \cdot 509000/391,3 = 130 \text{ mm}^2$, cautelativamente si è considerato N_{Sd} compressivo del peso proprio.

$$A_{smin} \geq 0,003 A_c = 0,003 \cdot 300 \cdot 300 = 270 \text{ mm}^2$$

$$A_{smax} \leq 0,04 A_c = 0,04 \cdot 300 \cdot 300 = 3600 \text{ mm}^2$$

le barre devono avere $\varnothing \geq 12$ e ci deve essere almeno una barra per spigolo, l'interasse fra le barre nella sezione deve essere minore di 300 mm.

In tali condizioni l'armatura minima che risponde ai requisiti è costituita da

$$A_s = A'_s = 2\varnothing 12, \text{ in totale } 4\varnothing 12 = 452 \text{ mm}^2$$

In queste condizioni geometriche per la verifica risulta

VERIFICA SEZIONE DI BASE					
NSd	509000 N	e	157,1709	raggio inerzia	50
MSd	80.000.000 N mm				
∅longit	12	113,10			
∅staffe	8				
d	261 d'	39			
As	2 ∅	12	=	226,1946711	
As'	2 ∅	12	=	226,1946711	
DETERMINAZIONE POSIZIONE ASSE NEUTRO					
x	133,66597				
εs	0,0033342	σs	391,3043		480
εs'	0,0024788	σs'	391,3043		117,45
C	509000				597,45
T'	88510,958				
T	88510,958				
NRd	-509000		duttilità	x/d	0,429093
MOMENTO RESISTENTE MRd					
rispetto al baricentro della sezione di calcestruzzo				braccio C	96,53361345
				braccio T'	111
				braccio T	111
				MRd	68.785.042
					NON VERIFICATO

Come si osserva la sezione alla base non è verificata, incrementando per tentativi il quantitativo di armatura, comunque sempre simmetrica si osserva che 2 + 2 ∅ 16 sono adeguati a verificare la sezione di base:

VERIFICA SEZIONE DI BASE					
NSd	509000 N	e	157,1709	raggio inerzia	50
MSd	80000000 N mm				
∅longit	16	201,06			
∅staffe	8				
d	259 d'	39			
As	2 ∅	16	=	402,1238597	
As'	2 ∅	16	=	402,1238597	
DETERMINAZIONE POSIZIONE ASSE NEUTRO					
x	133,66597				
εs	0,0032818	σs	391,3043		480
εs'	0,0024788	σs'	391,3043		117,45
C	509000				597,45
T'	157352,81				
T	157352,81				
NRd	-509000		duttilità	x/d	0,429093
MOMENTO RESISTENTE MRd					
rispetto al baricentro della sezione di calcestruzzo				braccio C	96,53361345
				braccio T'	111
				braccio T	109
				MRd	83.753.228
					VERIFICATO

In alternativa avremo potuto procedere risolvendo il sistema di equazioni: equilibrio alla traslazione e alla rotazione, imponendo la posizione dell'asse neutro determinata nel caso dell'armatura 2 + 2 ∅ 12. $x = 133$ mm

$$-f_{cd} \cdot b \cdot 0,8 \cdot x - \sigma'_s \cdot A'_s + \sigma_s \cdot A_s = N_{Sd}$$

$$f_{cd} \cdot b \cdot 0,8 \cdot x \cdot (h/2 - 0,4 x) + \sigma'_s \cdot A'_s \cdot (h/2 - d') + \sigma_s \cdot A_s \cdot (d - h/2) = M_{Sd}$$

$$- 15,87 \cdot 300 \cdot 0,8 \cdot 133,7 - 391,3 A'_s + 391,3 A_s = -509000$$

$$15,87 \cdot 300 \cdot 0,8 \cdot 133,7 \cdot (150 - 0,4 \cdot 133,7) + 391,3 \cdot (150 - 40) A'_s + 391,3 \cdot (260 - 150) A_s = 80000000$$

Risolvendo il sistema si ottiene: $A'_s = 350,5 \text{ mm}^2$, $A_s = 368,5 \text{ mm}^2$

Pertanto, anche questa soluzione prevede la disposizione di 2 + 2 ∅ 16.

La sezione B in sommità è sollecitata da un momento flettente molto maggiore, per determinare l'armatura necessaria in trazione e compressione si risolve il precedente sistema, lasciando inalterata la posizione dell'asse neutro, fortemente collegata all'entità dell'azione normale che è praticamente uguale a quella della sezione inferiore del pilastro.

Il sistema risolvibile è

$$- 15,87 \cdot 300 \cdot 0,8 \cdot 133,7 - 391,3 A'_s + 391,3 A_s = -500000$$

$$15,87 \cdot 300 \cdot 0,8 \cdot 133,7 \cdot (150 - 0,4 \cdot 133,7) + 391,3 \cdot (150 - 40) A'_s + 391,3 \cdot (260 - 150) A_s = 1300000000$$

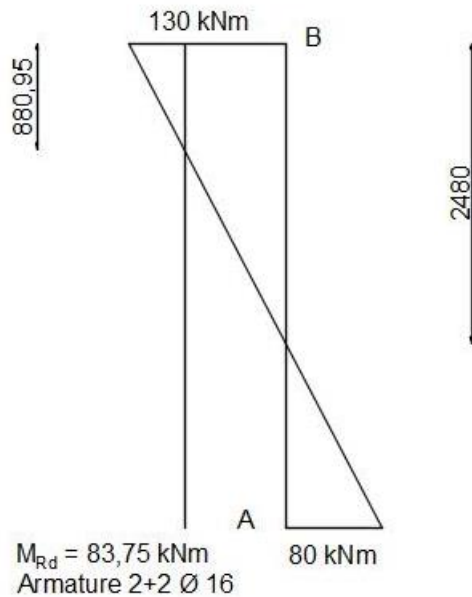
La soluzione è $A'_s = 928 \text{ mm}^2$; $A_s = 951 \text{ mm}^2$

Tale armatura verrà realizzata con $5 + 5 \varnothing 16$

La verifica risulta

VERIFICA SEZIONE IN SOMMITA'									
NSd	500000 N	e	260	raggio inerzia	50				
MSd	130000000 N mm								
\varnothing longit	16	201,06							
\varnothing staffe	8			interferro	38,5				
d	259 d'		39						
A_s	5 \varnothing	16	=	1005,309649					
A'_s	5 \varnothing	16	=	1005,309649					
DETERMINAZIONE POSIZIONE ASSE NEUTRO									
x	131,30252								
ϵ_s	0,0034039	σ_s	391,3043						
ϵ'_s	0,0024604	σ'_s	391,3043						
C	500000								
T'	393382,04								
T	393382,04								
NRd	-500000			duttilità x/d	0,429093				
MOMENTO RESISTENTE MRd									
rispetto al baricentro della sezione di calcestruzzo									
				braccio C	97,4789916				
				braccio T'	111				
				braccio T	109				
				MRd	135.283.544			VERIFICATO	

Per valutare la disposizione delle armature, occorre sovrapporre il diagramma dei Momenti flettenti resistenti con il diagramma dei momenti sollecitanti, ricordando che il diagramma dei momenti sollecitanti va traslato di $z = 0,9 d / 2 = 118 \text{ mm}$ e la lunghezza di ancoraggio delle armature risulta $40 \varnothing = 640 \text{ mm}$.



L'interfero delle armature risponde ai requisiti di legge

$$\text{interfero} = (b - 2 \cdot c - 2 \cdot \varnothing 8 - 5 \cdot \varnothing 16) / 4 = 38,5 \text{ mm}$$

Verifica a taglio

Si dispongono le staffe come previsto dai dettagli costruttivi per i pilastri, ossia 1 Ø 8 con interasse 150 mm, tale interasse è ottenuto considerando che siano rispettate le due prescrizioni: minore di 250 mm e di

$$12 \cdot \varnothing_{\text{longitudinali}} = 192 \text{ mm.}$$

Con riferimento all'armatura trasversale, la resistenza di calcolo a "taglio trazione" si calcola con:

$$V_{Rtd} = 0,9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot (\text{ctg}\alpha + \text{ctg}\theta) \cdot \sin\alpha \quad (4.1.18)$$

Con riferimento al calcestruzzo d'anima, la resistenza di calcolo a "taglio compressione" si calcola con

$$V_{Rcd} = 0,9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot f'_{cd} \cdot (\text{ctg}\alpha + \text{ctg}\theta) / (1 + \text{ctg}^2\theta) \quad (4.1.19)$$

La resistenza al taglio della trave è la minore delle due sopra definite:

$$V_{Rtd} = \min(V_{Rtd}, V_{Rcd}) \quad (4.1.20)$$

A_{sw}	area dell'armatura trasversale;		
s	interasse tra due armature trasversali consecutive;		
α	angolo di inclinazione dell'armatura trasversale rispetto all'asse della trave;		
f'_{cd}	resistenza a compressione ridotta del calcestruzzo d'anima ($f'_{cd} = 0,5 \cdot f_{cd}$);		
α_c	coefficiente maggiorativo pari a	1	per membrature non compresse
		$1 + \sigma_{cp}/f_{cd}$	per $0 \leq \sigma_{cp} < 0,25 f_{cd}$
		1,25	per $0,25 f_{cd} \leq \sigma_{cp} \leq 0,5 f_{cd}$
		$2,5(1 - \sigma_{cp}/f_{cd})$	per $0,5 f_{cd} < \sigma_{cp} < f_{cd}$

Si tratta di un elemento compresso $\sigma_{cp} = N_{Sdmin}/A_c = 5,56 \text{ N/mm}^2$; $\sigma_{cp}/f_{cd} = 0,35$ $\alpha_c = 1,25$

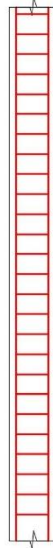
$$V_{Rcd} = 377406 \text{ N}$$

$$V_{Rwd} = 91917 \text{ N}$$

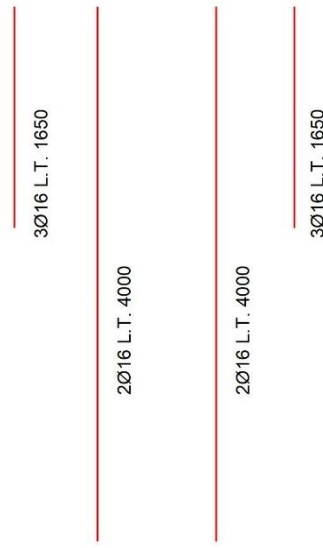
$$VRd = \min(V_{Rcd}; V_{Rwd}) = 91,92 \text{ kN} > VSd = 52,5 \text{ kN}$$

Disegni esecutivi

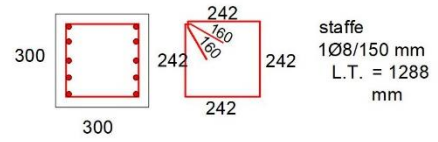
SEZIONE B-B



SEZIONE A-A



SEZIONE B-B



SEZIONE A-A

