

PROGETTAZIONE TRAVE INFLESSA

Progettare, verificare e disporre le armature nella trave inflessa in calcestruzzo armato di luce 9 m di sezione $b = 35 \text{ cm}$ e $h = 70 \text{ cm}$, sollecitata allo Stato Limite Ultimo alle seguenti azioni interne:

$$M_{sd}(x) = -100 + 285x - 35x^2 \quad (\text{kNm})$$

$$V_{sd}(x) = 285 - 70x \quad (\text{kN})$$

I materiali sono a scelta e sono richiesti i disegni esecutivi.

Caratteristiche resistive dei materiali

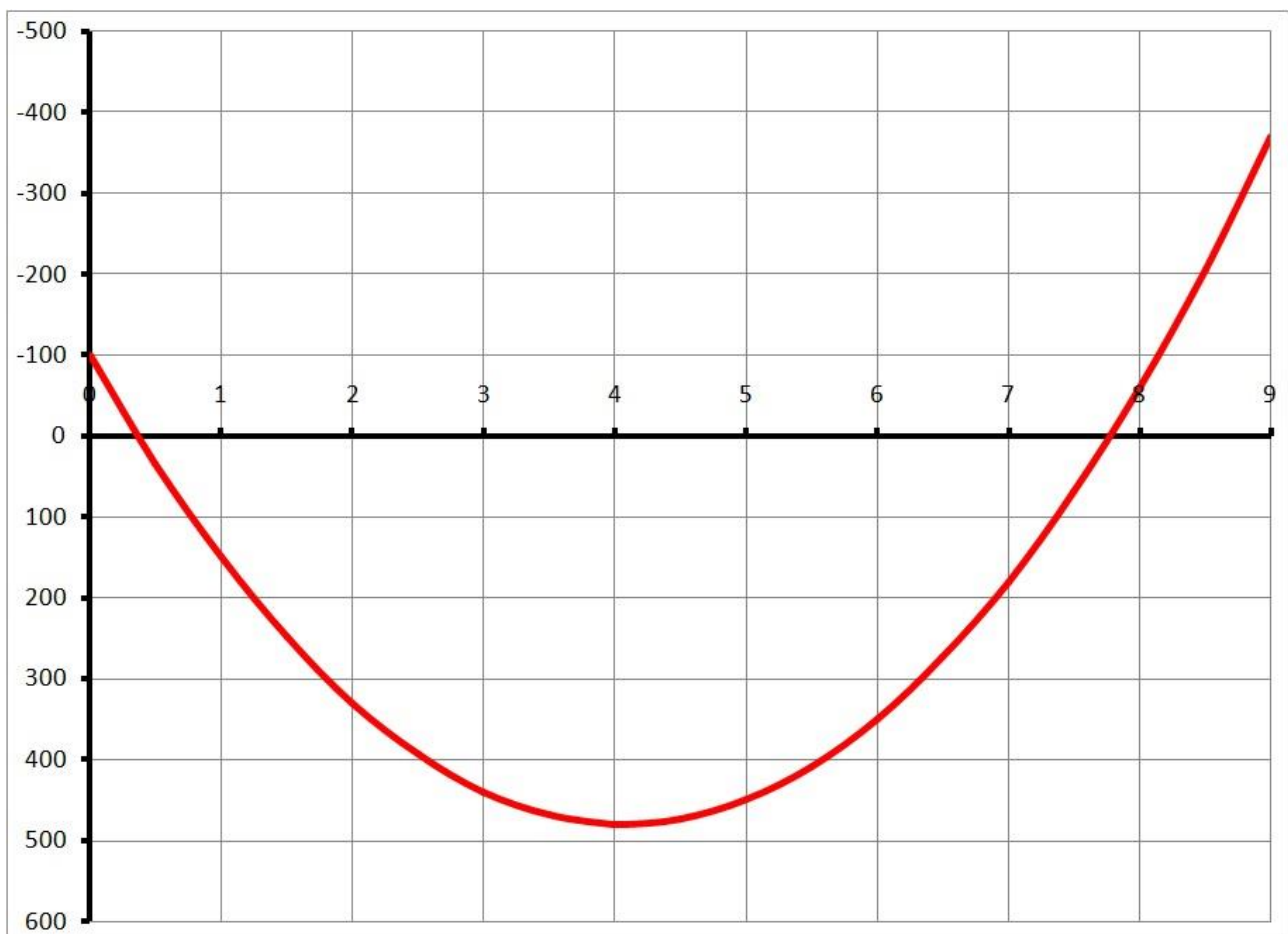
$$\text{Calcestruzzo C28/35} \quad f_{ck} = 28 \text{ N/mm}^2 \quad f_{cd} = 0,85 \cdot \frac{28}{1,5} = 15,87 \text{ N/mm}^2$$

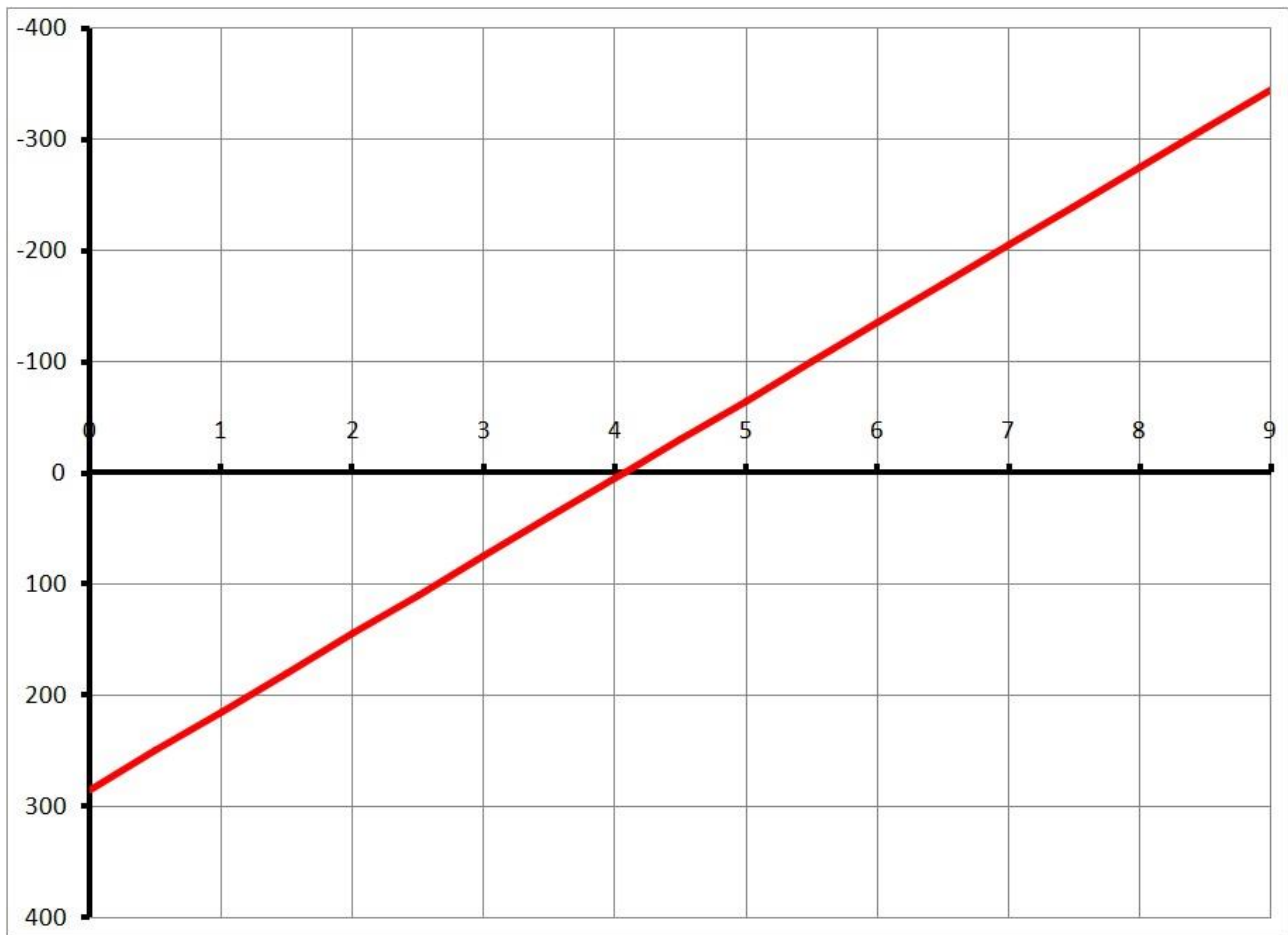
$$f_{ctm} = 0,30 \cdot f_{ck}^{2/3} = 2,77 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Acciaio B450C} \quad f_{yk} = 450 \text{ N/mm}^2 \quad f_{yd} = \frac{450}{1,15} = 391,3 \text{ N/mm}^2$$

$$E_s = 200000 \text{ N/mm}^2 \quad \varepsilon_{yd} = \frac{391,3}{200000} = 0,00196 \text{ N/mm}^2$$

Azioni interne e tracciamento dei diagrammi





X (m)	M (kNm)	V (kN)
0	-100	285
0,5	33,75	250
1	150	215
1,5	248,75	180
2	330	145
2,5	393,75	110
3	440	75
3,5	468,75	40
4	480	5
4,0714286	480,1785714	0
4,5	473,75	-30
5	450	-65
5,5	408,75	-100
6	350	-135
6,5	273,75	-170
7	180	-205
7,5	68,75	-240
8	-60	-275
8,5	-206,25	-310
9	-370	-345

Nelle sezioni significative il M_{sd} e il V_{sd} valgono:

estremità di sinistra A	$M_{Sd} = - 100 \text{ kNm}$ (fibre tese superiori);	$V_{Sd} = 285 \text{ kN}$
campata ($x = 4,07 \text{ m}$)	$M_{Sd} = 480,2 \text{ kNm}$ (fibre tese inferiori)	
estremità di destra B	$M_{Sd} = - 370 \text{ kNm}$ (fibre tese superiori);	$V_{Sd} = - 345 \text{ kN}$

Progettazione delle armature nella sezione di momento massimo

La sezione nella quale il momento flettente è massimo (in valore assoluto) è la sezione di campata ($x = 4,07 \text{ m}$), $M_{Sd} = 480,2 \text{ kNm}$.

L'armatura tesa A_s , nell'ipotesi di trascurare il contributo resistivo dell'armatura compressa $A'_s = 0$ e ipotizzando un collasso di tipo duttile ($x = 0,259 d$), risulta

$$A_s = \frac{M_{Sd}}{0,9 \cdot d \cdot f_{yd}} = 2066 \text{ mm}^2$$

avendo ipotizzato forfaitariamente $d = h - 40 \text{ mm} = 660 \text{ mm}$.

$$A_s = 7 \varnothing 20 = 2199 \text{ mm}^2$$

Controllo dell'interferro

Dai dettagli costruttivi (EC2) l'interferro deve rispettare le seguenti limitazioni:

deve risultare maggiore di

- diametro della barra, 20 mm
- diametro max dell'aggregato (16 mm) + 5 mm 21 mm
- 20 mm 20 mm

$$\text{interferro} = (b - 2c - 2\varnothing\text{staffe} - n\varnothing\text{longitudinali}) / (n-1) = 24 \text{ mm}$$

avendo posto il copriferro $c = 25 \text{ mm}$ (ambiente ordinario, classe del calcestruzzo compresa fra la classe di resistenza minima e quella ottimale, tolleranza di posizione = 0), staffe $\varnothing 8$, barre longitudinali $7\varnothing 20$.

Armatura inferiore all'appoggio

Alle estremità e inferiormente deve essere disposta una armatura in grado di assorbire una forza pari al taglio massimo che risulta $|V_{Sd}| = 345 \text{ kN}$.

L'armatura longitudinale è costituita da $\varnothing 20$, se si dispongono $2 \varnothing 20 = 628 \text{ mm}^2$, si ottiene

$$\text{Area}(2 \varnothing 20) \cdot f_{yd} = 245,9 \text{ kN} < V_{Sd}, \text{ pertanto sono necessari } 3 \varnothing 20 = 942 \text{ mm}^2, \text{ si ottiene}$$

$$\text{Area}(3 \varnothing 20) \cdot f_{yd} = 369 \text{ kN} > |V_{Sd, \max}|.$$

Disposizione delle armature

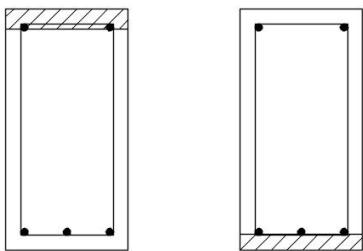
Per valutare come modulare l'armatura all'interno della trave, valutiamo i Momenti Resistenti per le seguenti armature

caso 1) $A_{\text{superiore}} = 2 \text{ } \varnothing 20$; $A_{\text{inferiore}} = 3 \text{ } \varnothing 20$

per questa condizione valuteremo il M_{Rd} considerando

a) fibre tese inferiori

b) fibre tese superiori



caso a)

caso b)

CASO a) FIBRE TESE INFERIORI

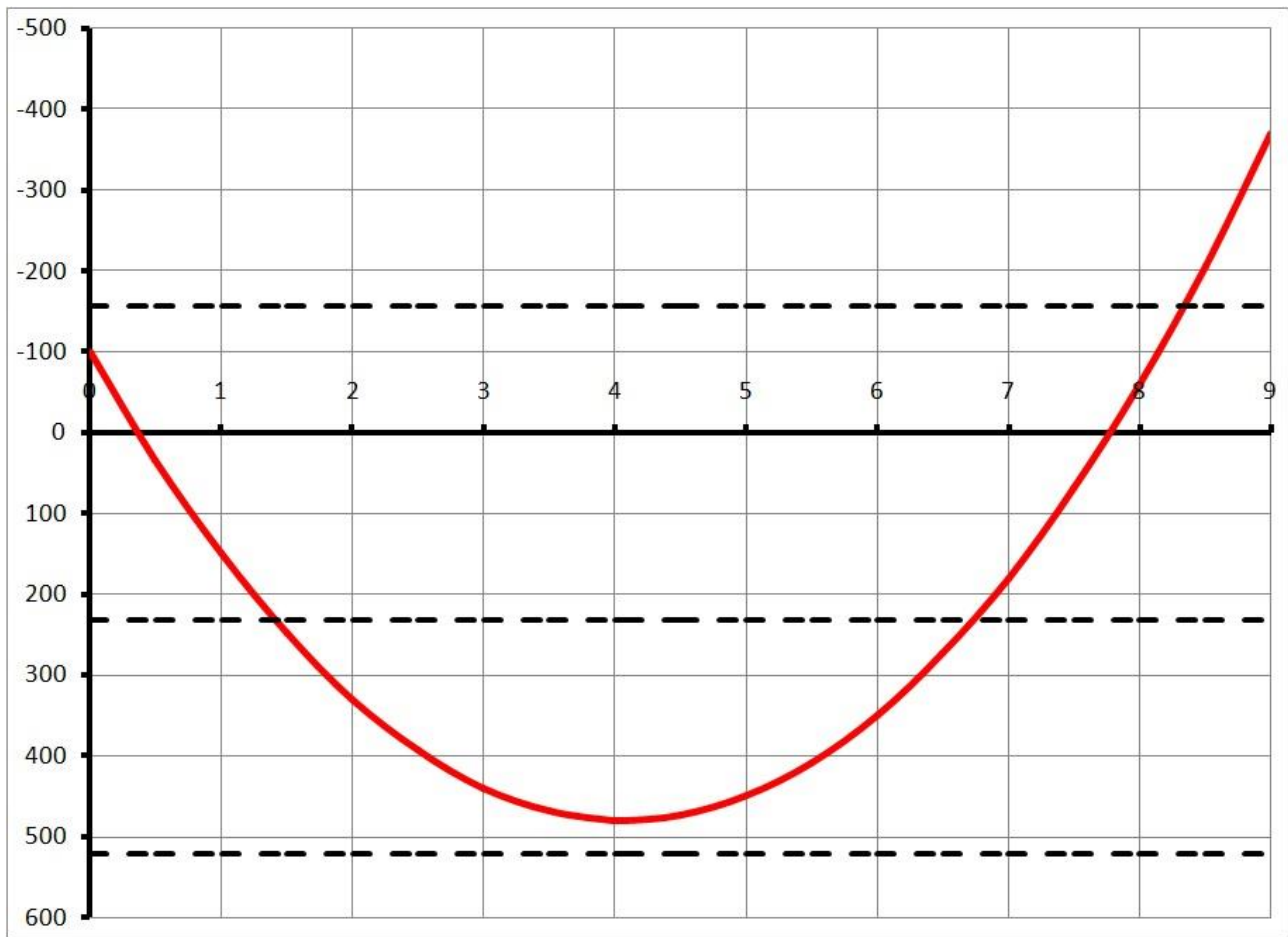
b	350	h	700	c	25
$\varnothing_{\text{long}}$	20	A_s	314,1593		
A'_s	2 $\varnothing 20$		628,3185307		
A_s	3 $\varnothing 20$		942,4777961		
$\varnothing_{\text{staffe}}$	8				
d'	43	d	657		
x	57,73970997				
ϵ'_s	0,000893475	σ'_s	178,695		
ϵ_s	0,036325278	σ_s	391,3043		
-C	-256518,2848	zC	633,9041		
-T'	-112277,3745	zT'	614		
T	368795,6593				
NRd	-9,80956E-06				
MRd	231.546.305	x/d	0,087884		

CASO b) FIBRE TESE SUPERIORI

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLA SEZIONE				mm e mm ²	
b	350	h	700	c	25
∅long	20	As	314,1593		
A's	3∅20		942,4778		
As	2∅20		628,3185		
∅staffe	8				
d'	43	d	657		
x	45,9146789				
ε's	0,00022218	σ's	44,43623		
εs	0,04658202	σs	391,3043		
-C	-203983,61	zC	638,6341		
-T'	-41880,16	zT'	614		
T	245863,773				
NRd	-5,684E-07				
MRd	155.985.315	x/d	0,069885		

caso 2) $A_{inferiori} = 7 \text{ } \emptyset 20$; $A_{superiori} = 2 \text{ } \emptyset 20$

VERIFICA A FLESSIONE					
CARATTERISTICHE RESISTIVE DEI MATERIALI					
fck	28	fcd	15,86667		
fyk	450	Es	200000		
fyd	391,3043478	εyd	0,001957		
CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLA SEZIONE				mm e mm ²	
b	350	h	700	c	25
∅long	20	As	314,1593		
A's	2∅20		628,3185307		
As	7∅20		2199,114858		
∅staffe	8				
d'	43	d	657		
x	138,3537137				
ε's	0,002412208	σ's	391,3043		
εs	0,013120443	σs	391,3043		
-C	-614659,4322	zC	601,6585		
-T'	-245863,7729	zT'	614		
T	860523,2051				
NRd	0				
MRd	520.775.437	x/d	0,210584		



Dall'analisi di questo diagramma ci rendiamo conto che l'armatura potrebbe essere modulata meglio inferiormente e che a destra non è sufficiente.

Pertanto, valutiamo i Momenti Resistenti per le seguenti armature

caso 3) $A_{\text{superiore}} = 2 \text{ } \varnothing 20$; $A_{\text{inferiore}} = 5 \text{ } \varnothing 20$

caso 4) $A_{\text{superiore}} = 4 \text{ } \varnothing 20$; $A_{\text{inferiore}} = 3 \text{ } \varnothing 20$

caso 3)

$A_{\text{superiore}} = 2 \text{ } \varnothing 20; A_{\text{inferiore}} = 5 \text{ } \varnothing 20$

VERIFICA A FLESSIONE			
CARATTERISTICHE RESISTIVE DEI MATERIALI			
fck	28	fcd	15,86667
fyk	450	Es	200000
fyd	391,3043478	ϵ_{yd}	0,001957
CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLA SEZIONE			mm e mm ²
b	350	h	700 c
$\varnothing_{\text{long}}$	20	As	314,1593
A's	2 $\varnothing 20$		628,3185307
As	5 $\varnothing 20$		1570,796327
$\varnothing_{\text{staffe}}$	8		
d'	43	d	657
x	87,82514425		
ϵ'_{s}	0,001786368	σ'_{s}	357,2735
ϵ_{s}	0,022682707	σ_{s}	391,3043
-C	-390177,8409	zC	621,8699
-T'	-224481,5914	zT'	614
T	614659,4322		
NRd	2,67755E-09		
MRd	380.471.568	x/d	0,133676

caso 4)

$A_{\text{superiore}} = 4 \text{ } \varnothing 20; A_{\text{inferiore}} = 3 \text{ } \varnothing 20$

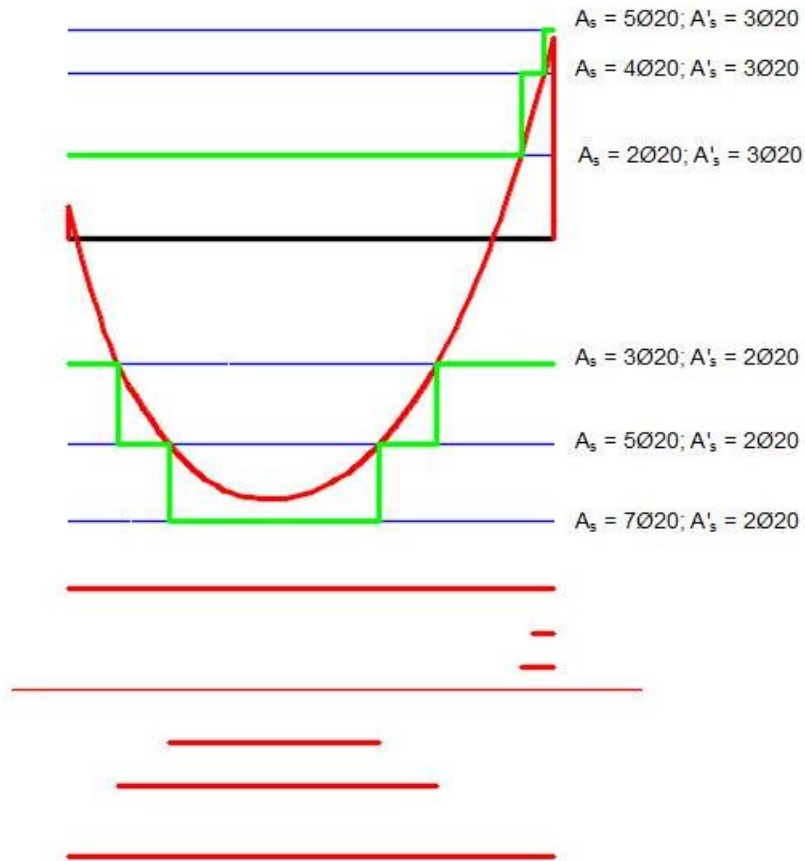
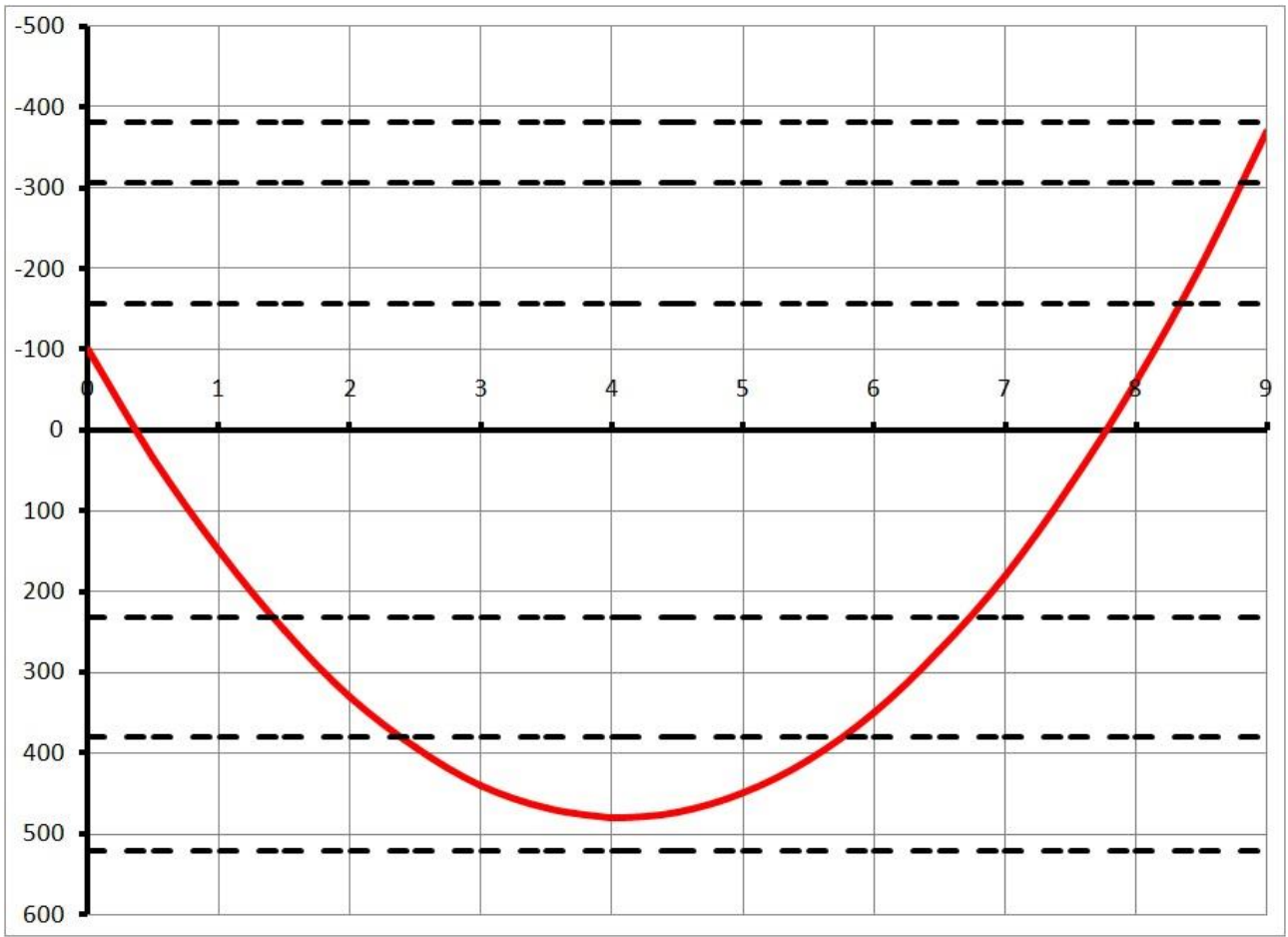
VERIFICA A FLESSIONE			
CARATTERISTICHE RESISTIVE DEI MATERIALI			
fck	28	fcd	15.86667
fyk	450	Es	200000
fyd	391.304348	ϵ_{yd}	0.001957
CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLA SEZIONE			mm e mm ²
b	350	h	700 c
$\varnothing_{\text{long}}$	20	As	314.1593
A's	3 $\varnothing 20$		942.4778
As	4 $\varnothing 20$		1256.637
$\varnothing_{\text{staffe}}$	8		
d'	43	d	657
x	63.2074945		
ϵ'_{s}	0.00111895	σ'_{s}	223.7906
ϵ_{s}	0.03288018	σ_{s}	391.3043
-C	-280809.83	zC	631.717
-T'	-210917.72	zT'	614
T	491727.546		
NRd	6.5036E-05		
MRd	306,895,821	x/d	0.096206



Nell'estremità destra l'armatura non è ancora sufficiente e pertanto valutiamo il Momento Resistente per la seguente armatura

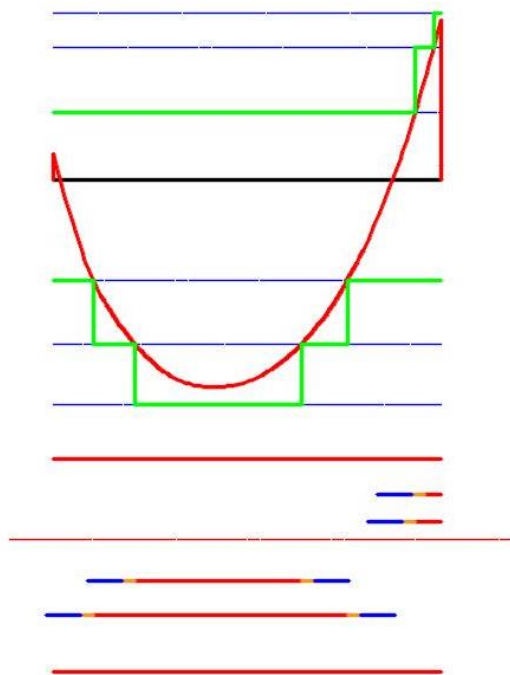
caso 5) $A_{superiore} = 5 \text{ } \varnothing 20$; $A_{inferiore} = 3 \text{ } \varnothing 20$

VERIFICA A FLESSIONE			
CARATTERISTICHE RESISTIVE DEI MATERIALI			
fck	28	fcd	15,86667
fyk	450	Es	200000
fyd	391,3043478	ϵ_{yd}	0,001957
CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLA SEZIONE			mm e mm ²
b	350	h	700
\varnothing long	20	As	314,1593
A's	3 \varnothing 20		942,4778
As	5 \varnothing 20		1570,796
\varnothing staffe	8		
d'	43	d	657
x	74,99712533		
ϵ 's	0,001493256	σ 's	298,6513
ϵ s	0,027161175	σ s	391,3043
-C	-333187,229	zC	627,0011
-T'	-281472,203	zT'	614
T	614659,4322		
NRd	4,54487E-05		
MRd	381.732.708	x/d	0,114151

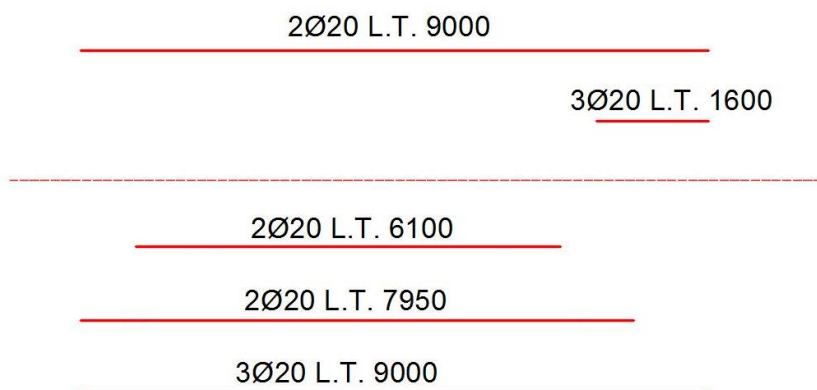


Per definire la lunghezza delle barre di armatura ricordiamo che deve essere prevista la traslazione del diagramma dei momenti $z = 0,9 d/2 = 300 \text{ mm}$ e la lunghezza di ancoraggio delle barre longitudinali, pari a $40 \varnothing = 800 \text{ mm}$.

Inoltre, si ricorda che la lunghezza minima di una barra, al netto della lunghezza di ancoraggio, deve essere pari a $40 \varnothing = 800 \text{ mm}$. Se si tratta di una barra centrale deve risultare pari a $80 \varnothing = 1600 \text{ mm}$



Ottimizzando e semplificando le armature risultano:



Dettagli costruttivi

Armatura minima tesa $\geq 0,26 f_{ctm}/f_{yk} \cdot b \cdot d = 368 \text{ mm}^2$ e risulti anche $\geq 0,0013 d \cdot b = 200 \text{ mm}^2$; Le Armature
 Armatura massima tesa $\leq 0,04 A_c = 9800 \text{ mm}^2$.

Verifica a taglio

L'armatura minima trasversale deve soddisfare le seguenti prescrizioni minime:

3 staffe a metro interasse 333 mm

interasse massimo 0,8 d 616 mm

Il quantitativo di staffe in 1 metro deve risultare $\geq 1,5b \text{ mm}^2/\text{m} = 525 \text{ mm}^2$. Se si impiegano staffe $\varnothing 8$ a due bracci si ottiene che ciascuna staffa reagisce con 100 mm^2 . Il rispetto di questa prescrizione prevede che siano disposte almeno 5,25 staffe in un metro, quindi l'interasse massimo deve essere 190 mm, approssimando con i dovuti margini di sicurezza porremo l'interasse delle staffe pari a 150 mm.

Si valuta V_{Rwd} e V_{Rcd}

Con riferimento all'armatura trasversale, la resistenza di calcolo a "taglio trazione" si calcola con:

$$V_{Rtd} = 0,9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot (\text{ctg}\alpha + \text{ctg}\theta) \cdot \sin\alpha \quad (4.1.18)$$

Con riferimento al calcestruzzo d'anima, la resistenza di calcolo a "taglio compressione" si calcola con

$$V_{Rcd} = 0,9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot (\text{ctg}\alpha + \text{ctg}\theta) / (1 + \text{ctg}^2\theta) \quad (4.1.19)$$

La resistenza al taglio della trave è la minore delle due sopra definite:

$$V_{Rd} = \min (V_{Rtd}, V_{Rcd}) \quad (4.1.20)$$

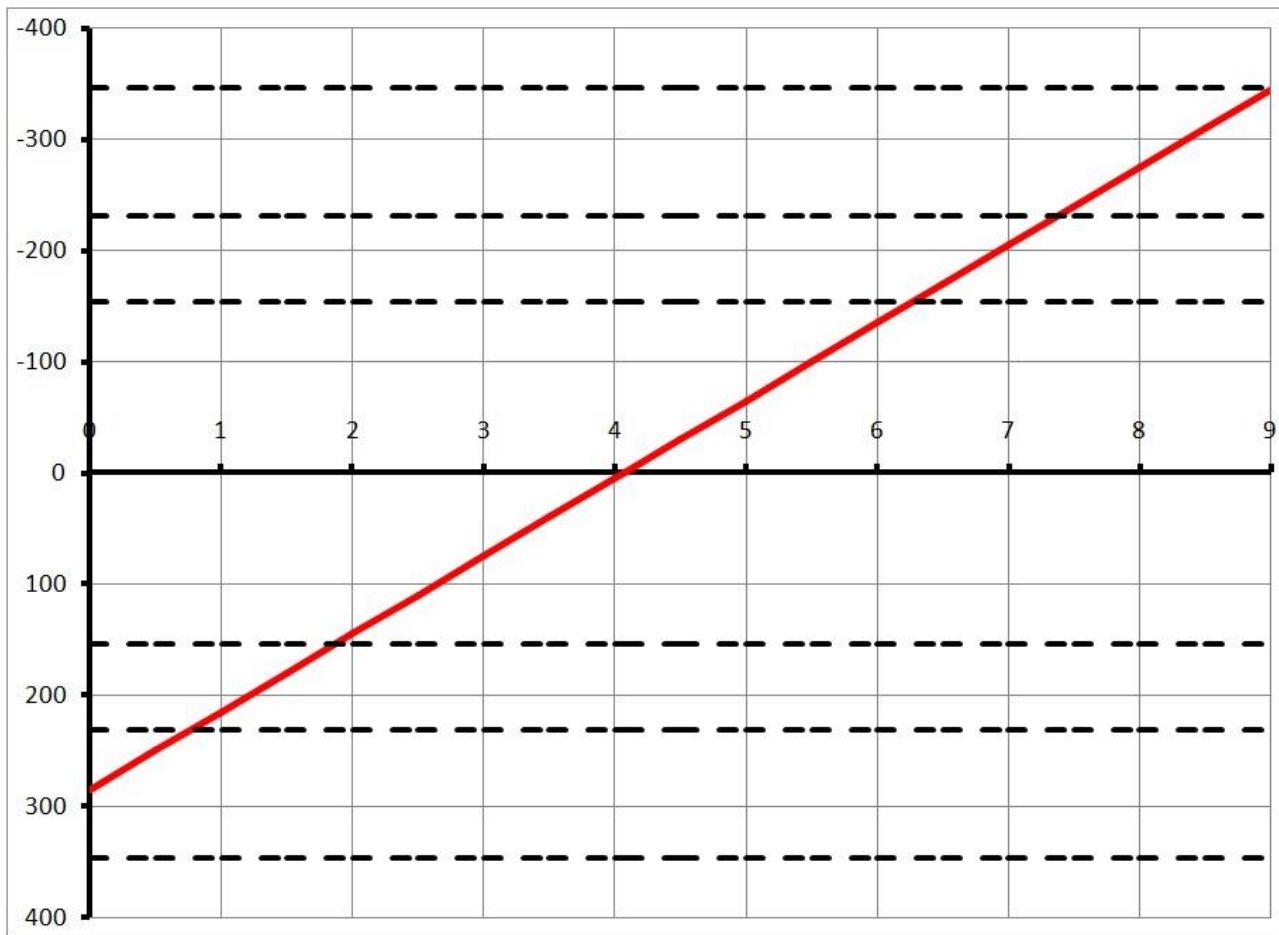
$$V_{Rcd} = 0,9 \cdot 657 \cdot 350 \cdot 1 \cdot 0,5 \cdot 15,87 \cdot (0 + 1) / (1 + 1) = 820,9 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} (1\varnothing 8 \text{ a due bracci ogni } 150 \text{ mm}) = 154,25 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} (1\varnothing 8 \text{ a due bracci ogni } 100 \text{ mm}) = 231,38 \text{ kN}$$

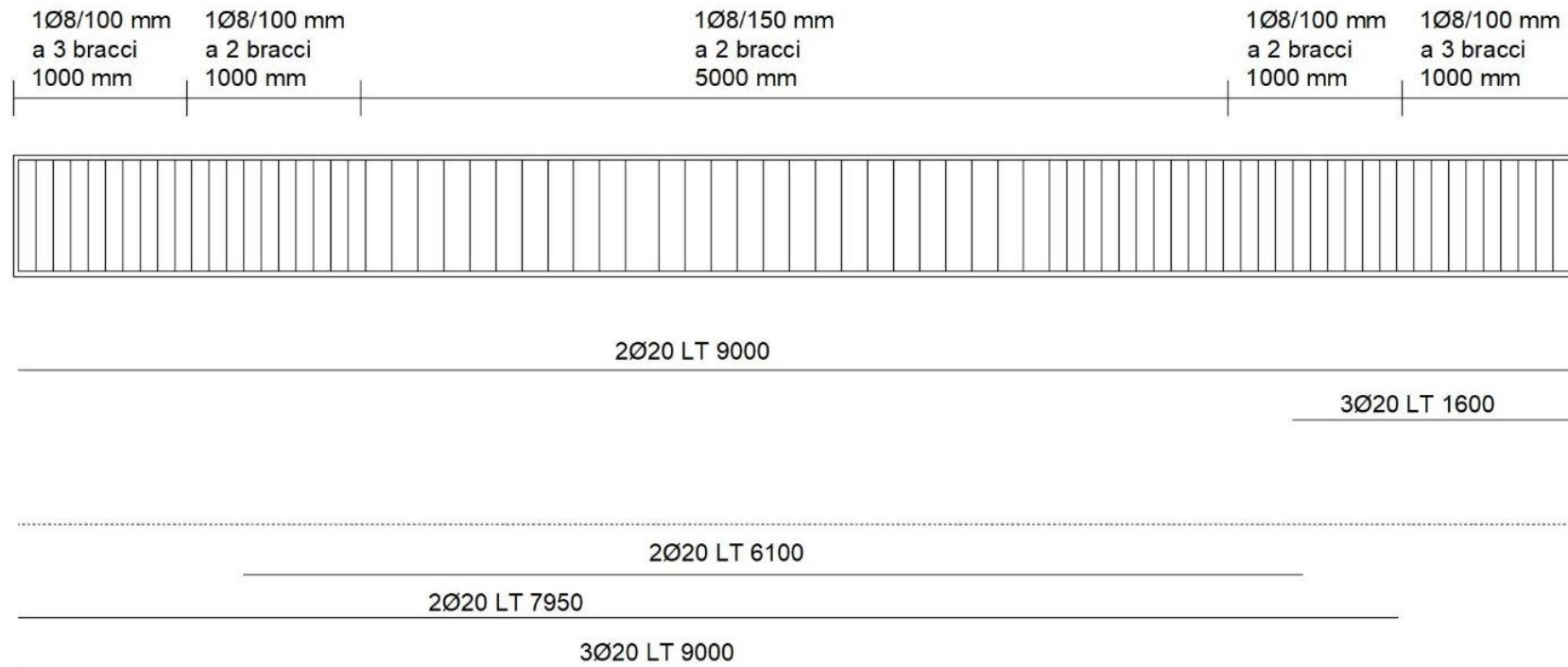
$$V_{Rd} (1\varnothing 8 \text{ a tre bracci ogni } 100 \text{ mm}) = 347,67 \text{ kN}$$

L'interasse delle staffe va modulato in funzione della sollecitazione di taglio V_{sd} .

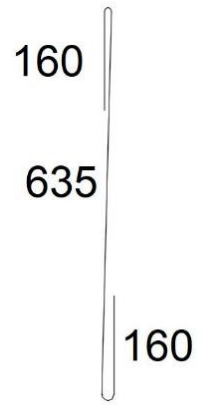


DISEGNI ESECUTIVI

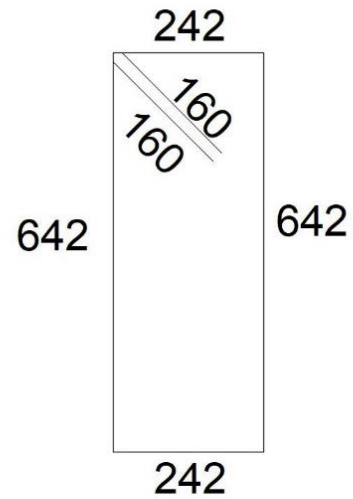
Sezione Longitudinale



Sezione trasversale



spillone Ø8 LT955



staffa Ø8 LT2088

$c = 25 \text{ mm}$

