

Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio

Corso Integrato di Scienza e Tecnica delle Costruzioni

Modulo di **Tecnica delle Costruzioni** (8 CFU)

A.A. 2025-2026

2° semestre

Docente: Marco Zucca

STATI LIMITE ULTIMI IL TAGLIO



POLITECNICO

MILANO 1863

Scuola Master Fratelli Pesenti



Università degli Studi di Cagliari

DICAAR

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, AMBIENTALE E ARCHITETTURA

STATI LIMITE ULTIMI TAGLIO

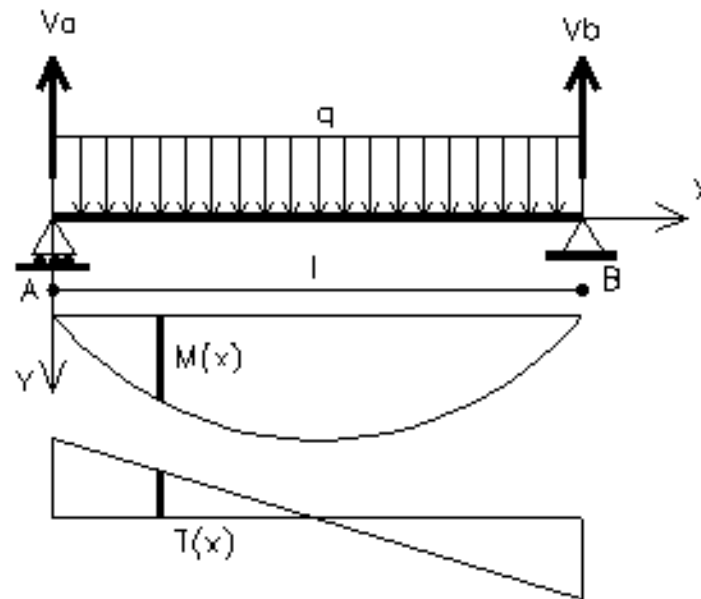
Obiettivo: dimensionare e verificare le strutture sollecitate a flessione e taglio

Strumenti:

- **Norme Tecniche per le costruzioni D.M. 17.01.2018, G.U. n. 42 del 20.02.2018
Circolare Ministeriale del 21.01.2019, G.U. n. 5 del 11.02.2019**

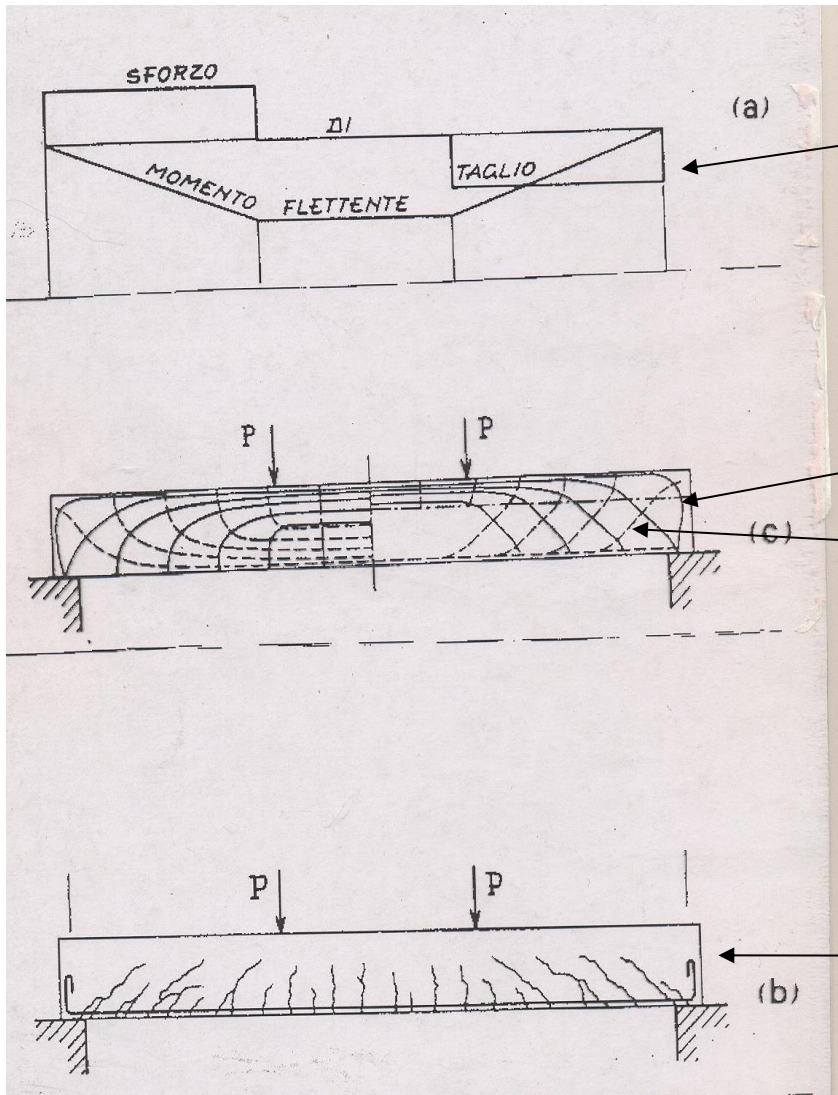
Taglio

L'azione di taglio è presente nella maggior parte degli elementi che compongono una struttura in calcestruzzo armato ed è agente insieme al momento flettente.



Se la trave va a collasso senza che il momento flettente abbia raggiunto il momento ultimo M_{Rd} si afferma che la trave ha raggiunto la «rottura per taglio». La rottura per taglio è di tipo **fragile**, si manifesta senza segni premonitori, ed è molto pericolosa.

Taglio



Azioni interne di flessione e taglio

Isostatiche di compressione

Isostatiche di trazione

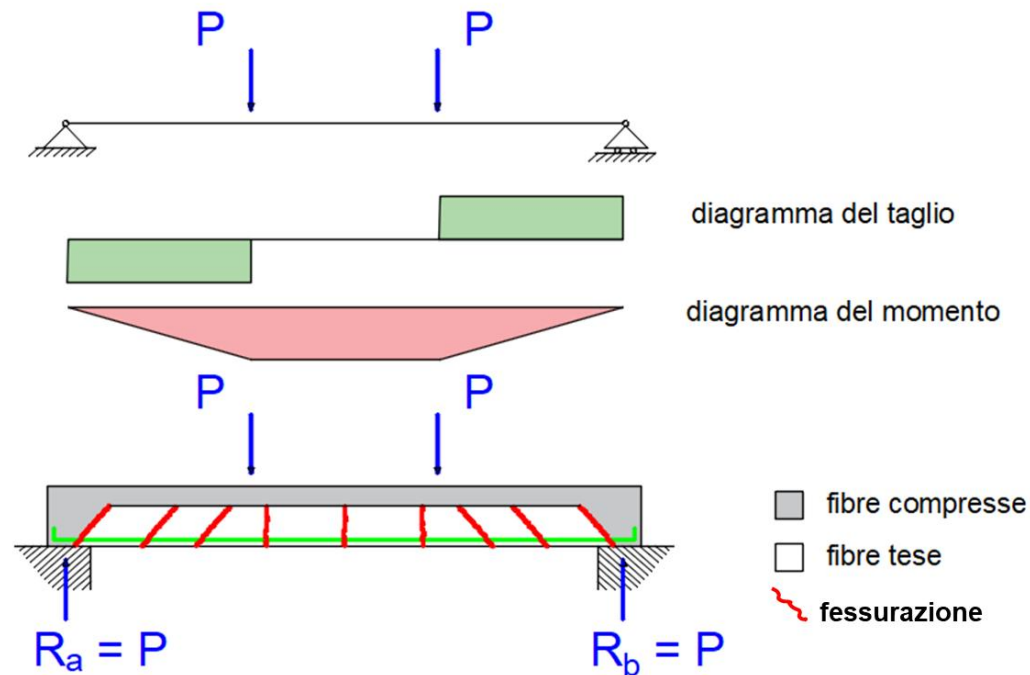
Quadro fessurativo

Taglio

Il modello utilizzato per analizzare la sollecitazione momento-taglio è

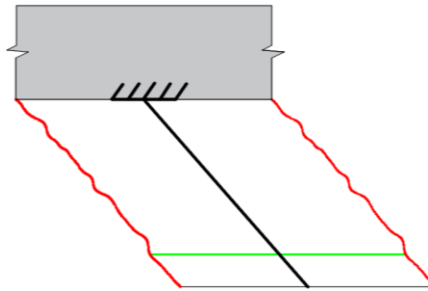
il meccanismo «a pettine».

La fessurazione prodotta dal carico nella parte inferiore della trave determina la formazione di conci compressi fra due fessure contigue, che possono essere considerati i denti di un pettine.

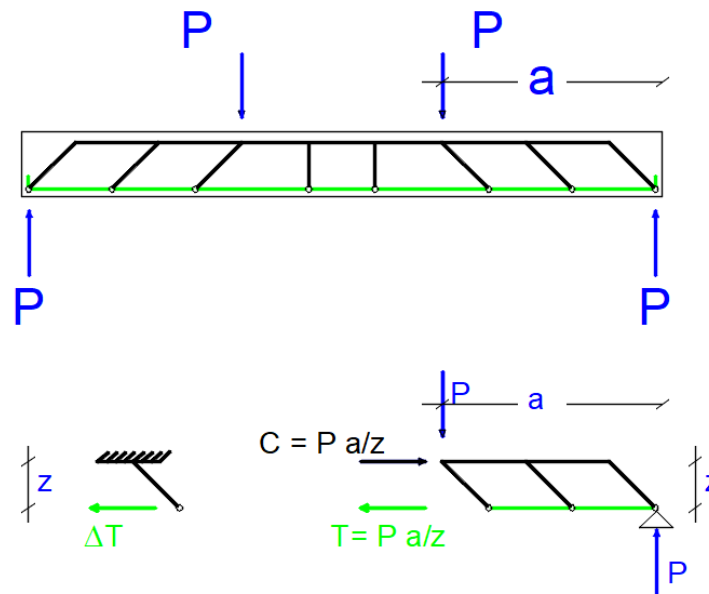


Taglio

Ciascun concio può essere considerato come una mensola vincolata alla parte superiore della trave che è compressa.



In forma schematica il meccanismo a pettine è il seguente:

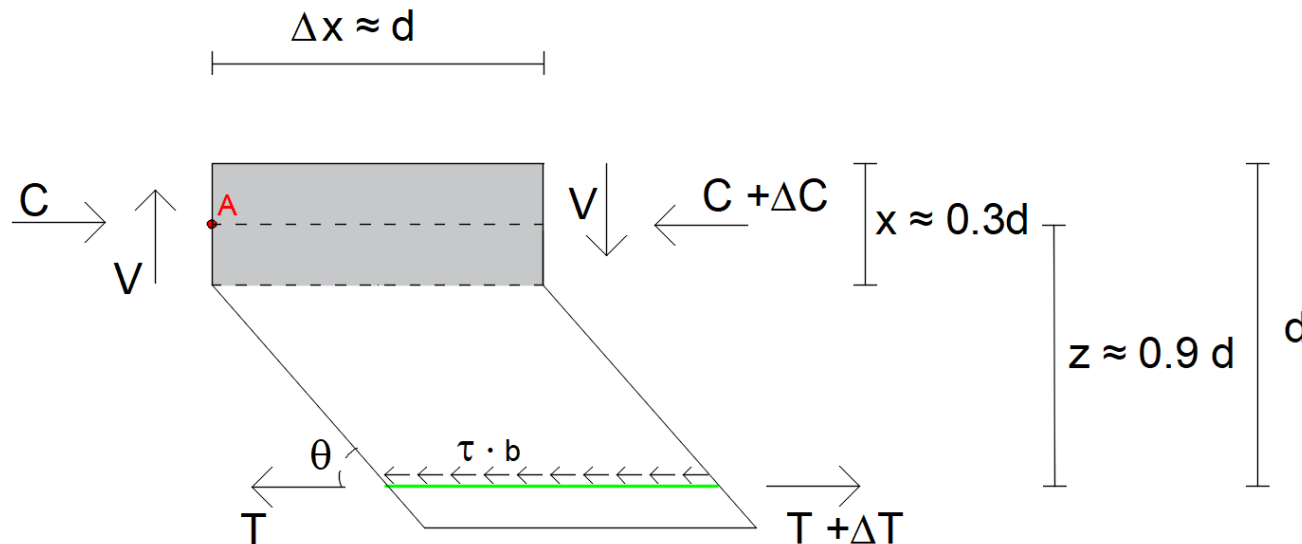


Taglio

Il taglio V per il singolo dente è costante, mentre il momento flettente varia, nell'estremità di sinistra vale M , in quella di destra $M + \Delta M$.

$$\Delta M = V \Delta x$$

I momenti all'estremità del concio sono scomposti nelle componenti di compressione nel calcestruzzo ($C, C + \Delta C$) e di trazione nell'armatura inferiore ($T, T + \Delta T$).

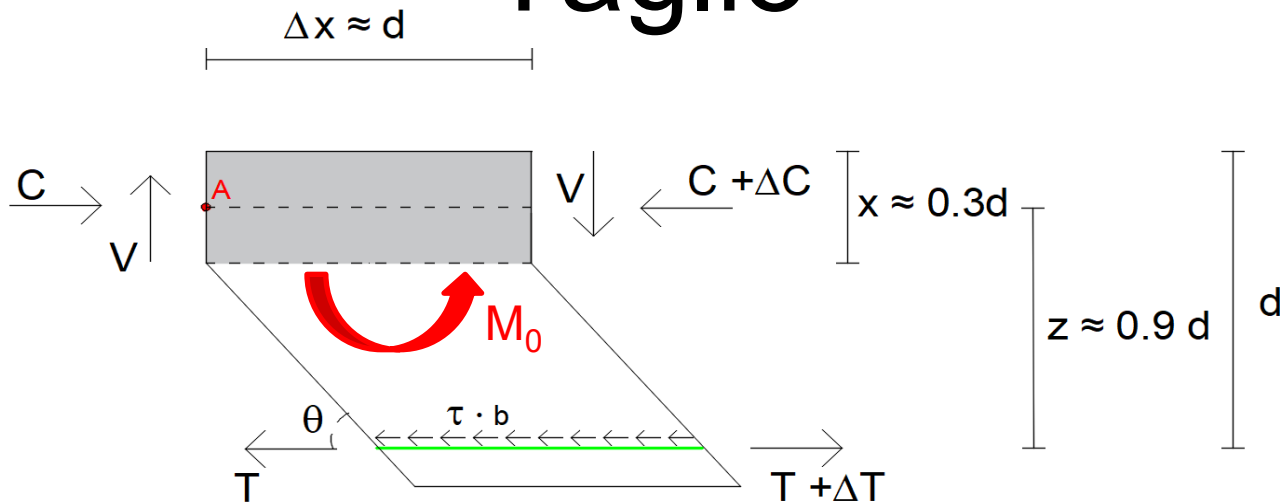


Per l'equilibrio alla rotazione rispetto al punto A si ottiene:

$$V \Delta x - \Delta T z = 0$$

$$\Delta T = V \Delta x / z$$

Taglio



La sezione di incastro del dente (in corrispondenza dell'asse neutro) è sollecitata dal momento $M_0 = \Delta T(d - x)$, la sezione reagente ha base b e altezza $\Delta x \approx d$.

La tensione di trazione che si genera nell'estremo teso vale $\sigma_t = 6M_0/(b \cdot d^2)$, che al massimo può valere $\sigma_{t,max} = f_{cfm} = 1.2 f_{ctm} = 1.2 \cdot 0.3 f_{ck}^{2/3}$, con f_{cfm} valore medio della resistenza a trazione per flessione.

Ponendo $\Delta T = V \Delta x/z$; $x = 0.3 d$; $\Delta x = d$; $z = 0.9 d$ dalla relazione di σ_t si ottiene il taglio resistente che produce la rottura del dente:

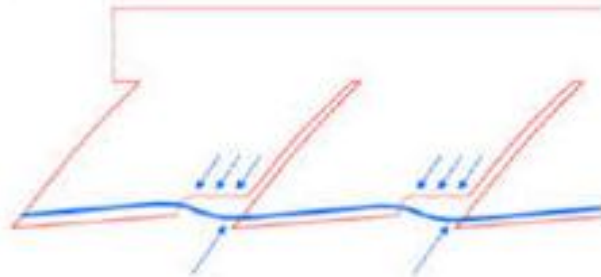
$$V_{R,dente} = 0.25 f_{ctm} b d$$

Taglio

EFFETTO SPINOTTO

L'effetto spinotto è strettamente connesso alla rigidezza flessionale delle barre di armatura longitudinali inferiori.

Le barre di armatura longitudinali si oppongono al libero scorrimento tra le due facce della fessura prodotta dal taglio.



La quantificazione di questo effetto sul taglio resistente è particolarmente complicata, ma sicuramente dipende dal diametro delle barre, dalla loro distribuzione e dall'efficacia del loro ancoraggio.

Si può pensare che l'effetto spinotto produca una riduzione di $M_0 \rightarrow \Delta M_0$, che quindi determina un incremento del taglio resistente che produce la rottura del dente:

$$V_{R,dente} = 0.25 \beta f_{ctm} b d$$

con $\beta > 1$, funzione dell'armatura inferiore efficacemente ancorata.

Taglio

INGRANAMENTO DEGLI INERTI

Un altro meccanismo che concorre ad aumentare la resistenza a taglio è quello prodotto dalle forze di attrito che si generano sulle superfici della fessura e che ne riducono lo scorrimento. L'attrito è generato dalla presenza degli aggregati.

Anche in questo caso, la quantificazione di questo effetto sul taglio resistente risulta complicata, ma sicuramente dipende dall'altezza della fessura e dal diametro massimo degli aggregati.

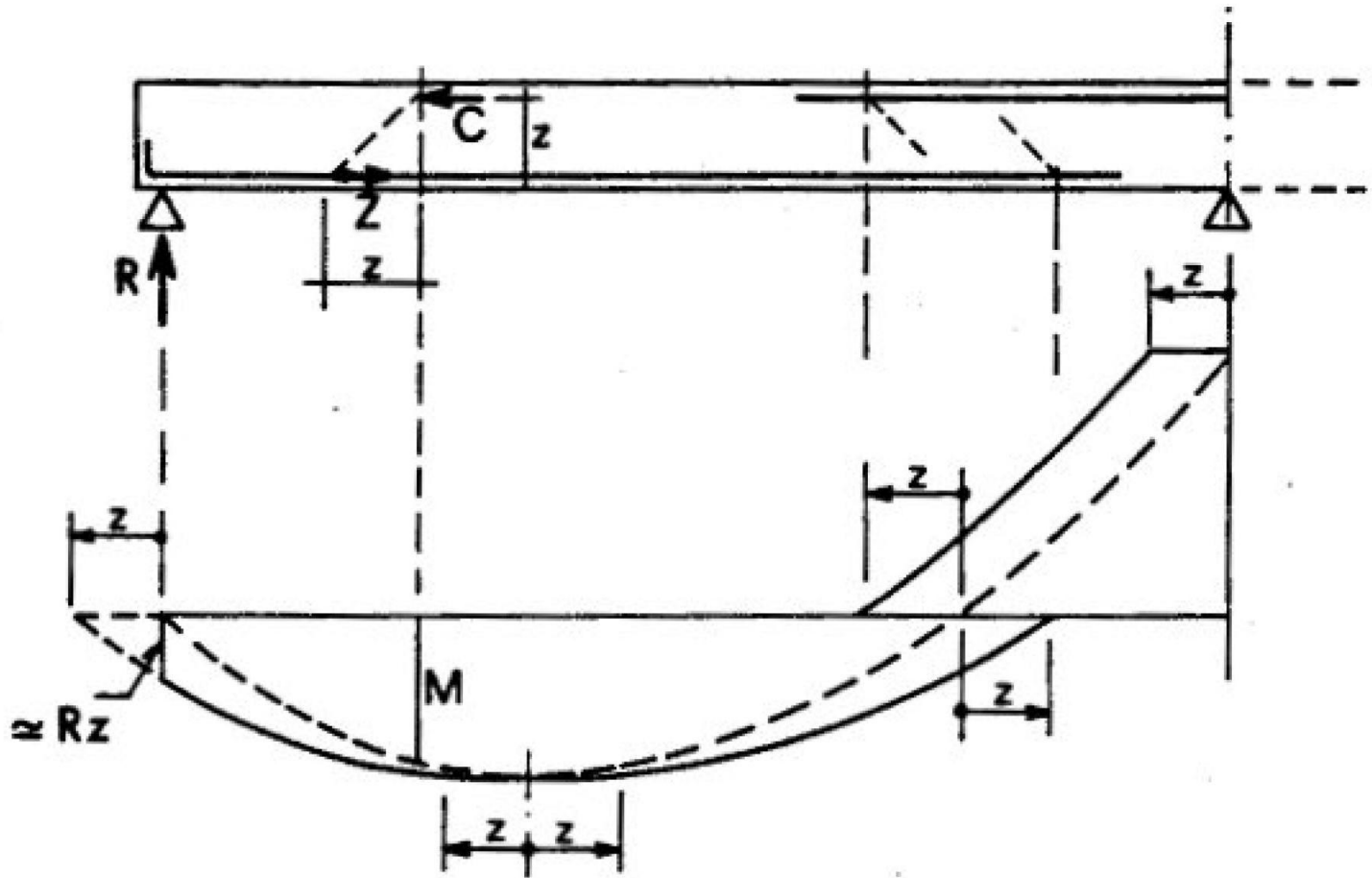
Si può pensare che l'effetto dell'ingranamento degli inerti produca una ulteriore riduzione di $M_0 \rightarrow \Delta M_0$, che quindi determina un incremento del taglio resistente che produce la rottura del dente:

$$V_{R,dente} = 0.25 \beta k f_{ctm} b d$$

con $k > 1$, funzione dell'altezza della fessura e dal diametro massimo degli aggregati.

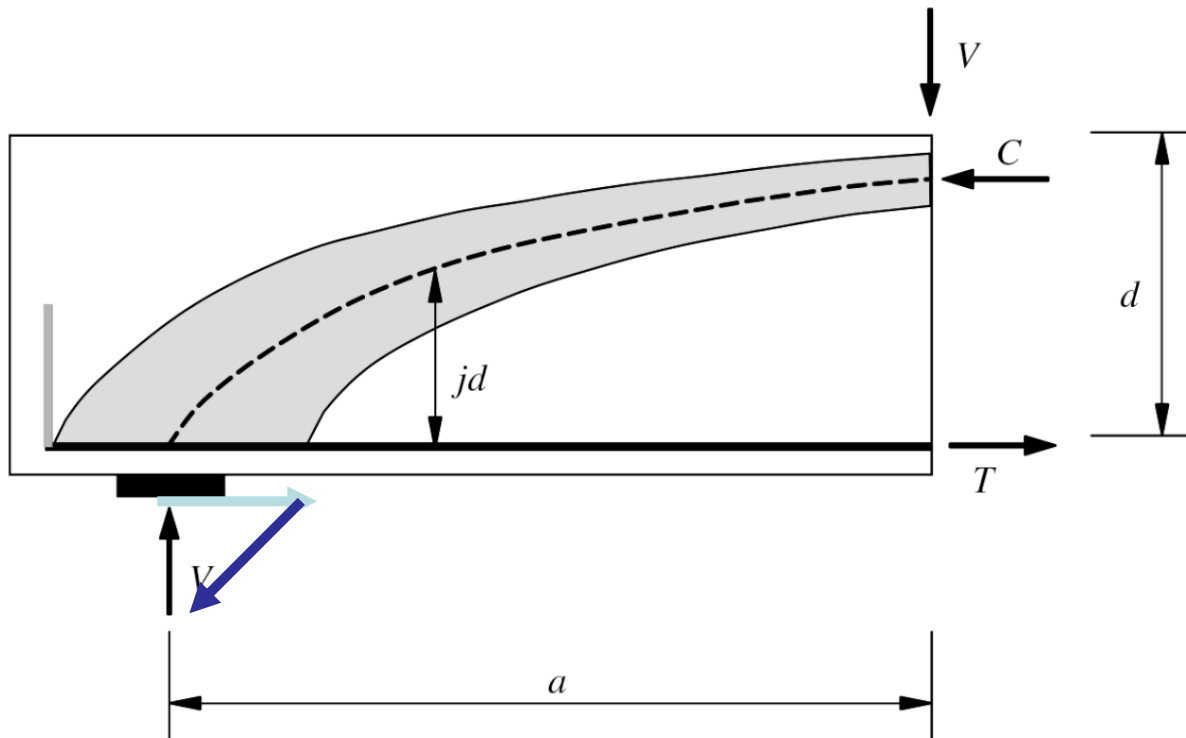
Taglio

TRASLAZIONE DEL DIAGRAMMA DEI MOMENTI



Taglio

MECCANISMO RESISTENTE AD ARCO



Taglio

LA NORMATIVA E LE VERIFICHE A TAGLIO

4.1.2.3.5.1 Elementi senza armature trasversali resistenti a taglio

Se, sulla base del calcolo, non è richiesta armatura al taglio, è comunque necessario disporre un'armatura minima secondo quanto previsto al punto 4.1.6.1.1. E' consentito omettere tale armatura minima in elementi quali solai, piastre e membrature a comportamento analogo, purché sia garantita una ripartizione trasversale dei carichi.

La verifica di resistenza (SLU) si pone con

$$V_{Rd} \geq V_{Ed} \quad [4.1.22]$$

dove V_{Ed} è il valore di progetto dello sforzo di taglio agente.

Con riferimento all'elemento fessurato da momento flettente, la resistenza di progetto a taglio si valuta con

$$V_{Rd} = \max \left\{ \left[0,18 \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{ck})^{1/3} / \gamma_c + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right] b_w \cdot d; (v_{\min} + 0,15 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w d \right\} \quad [4.1.23]$$

con

f_a espresso in MPa

$$k = 1 + (200/d)^{1/2} \leq 2$$

$$v_{\min} = 0,035 k^{3/2} f_{ck}^{-1/2}$$

e dove

d è l'altezza utile della sezione (in mm);

$\rho_1 = A_{s1} / (b_w \cdot d)$ è il rapporto geometrico di armatura longitudinale tesa ($\leq 0,02$) che si estende per non meno di $(l_{ba} + d)$ oltre la sezione considerata, dove l_{ba} è la lunghezza di ancoraggio;

$\sigma_{cp} = N_{Ed} / A_c$ [MPa] è la tensione media di compressione nella sezione ($\leq 0,2 f_{cd}$);

b_w è la larghezza minima della sezione (in mm).

Nel caso di elementi in calcestruzzo armato precompresso disposti in semplice appoggio, nelle zone non fessurate da momento flettente (con tensioni di trazione non superiori a f_{ctd}) la resistenza di progetto può valutarsi, in via semplificativa, con la formula:

$$V_{Rd} = 0,7 \cdot b_w \cdot d (f_{ctd}^2 + \sigma_{cp} \cdot f_{ctd})^{1/2} \quad [4.1.24]$$

In presenza di significativi sforzi di trazione, la resistenza a taglio del calcestruzzo è da considerarsi nulla e, in tal caso, non è possibile adottare elementi sprovvisti di armatura trasversale.

Le armature longitudinali, oltre ad assorbire gli sforzi conseguenti alle sollecitazioni di flessione, devono assorbire quelli provocati dal taglio dovuti all'inclinazione delle fessure rispetto all'asse della trave, inclinazione assunta pari a 45°. In particolare, in corrispondenza degli appoggi, le armature longitudinali devono assorbire uno sforzo pari al taglio sull'appoggio.

Taglio

LA NORMATIVA E LE VERIFICHE A TAGLIO CONTRIBUTI RESISTIVI

Resistenza a trazione

Presenza di azione normale
di compressione

$$V_{Rd} = \left\{ 0.18 \cdot k \cdot \frac{(100 \cdot \rho_l \cdot f_{ck})^{1/3}}{\gamma_c} + 0.15 \cdot \sigma_{cp} \right\} \cdot b_w \cdot d \geq (v_{min} + 0.15 \cdot \sigma_{cp}) \cdot b_w \cdot d$$

Ingranamento
degli inerti

Effetto spinotto

Taglio

LA NORMATIVA E LE VERIFICHE A TAGLIO

Quanto finora esposto è valido per solai e piastre. Per le travi il modello di calcolo è:

IL MODELLO A TRALICCIO

che prevede la presenza di una apposita armatura a taglio, costituita dalle **staffe** ed eventualmente dai **ferri piegati**.

4.1.2.3.5.2 *Elementi con armature trasversali resistenti al taglio*

La resistenza di progetto a taglio V_{Rd} di elementi strutturali dotati di specifica armatura a taglio deve essere valutata sulla base di una adeguata schematizzazione a traliccio. Gli elementi resistenti dell'ideale traliccio sono: le armature trasversali, le armature longitudinali, il corrente compresso di calcestruzzo e i puntoni d'anima inclinati. L'inclinazione θ dei puntoni di calcestruzzo rispetto all'asse della trave deve rispettare i limiti seguenti:

$$1 \leq \text{ctg } \theta \leq 2,5 \quad [4.1.25]$$

La verifica di resistenza (SLU) si pone con

$$V_{Rd} \geq V_{Ed} \quad [4.1.26]$$

dove V_{Ed} è il valore di progetto dello sforzo di taglio agente.

Taglio

LA NORMATIVA E LE VERIFICHE A TAGLIO

Con riferimento all'armatura trasversale, la resistenza di progetto a "taglio trazione" si calcola con:

$$V_{Rsd} = 0,9 \cdot d \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot f_{yd} \cdot (\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\theta) \cdot \sin \alpha \quad [4.1.27]$$

Con riferimento al calcestruzzo d'anima, la resistenza di progetto a "taglio compressione" si calcola con

$$V_{Rcd} = 0,9 \cdot d \cdot b_w \cdot \alpha_c \cdot v \cdot f_{cd} (\operatorname{ctg}\alpha + \operatorname{ctg}\theta) / (1 + \operatorname{ctg}^2 \theta) \quad [4.1.28]$$

La resistenza di progetto a taglio della trave è la minore delle due sopra definite:

$$V_{Rd} = \min (V_{Rsd}, V_{Rcd}) \quad [4.1.29]$$

dove d , b_w e σ_{cp} hanno il significato indicato in § 4.1.2.3.5.1. e inoltre si è posto:

A_{sw} area dell'armatura trasversale;

s interasse tra due armature trasversali consecutive;

α angolo di inclinazione dell'armatura trasversale rispetto all'asse della trave;

$v f_{cd}$ resistenza di progetto a compressione ridotta del calcestruzzo d'anima ($v = 0,5$);

α_c coefficiente maggiorativo pari a 1 per membrane non compresse

$1 + \sigma_{cp}/f_{cd}$ per $0 \leq \sigma_{cp} < 0,25 f_{cd}$

1,25 per $0,25 f_{cd} \leq \sigma_{cp} \leq 0,5 f_{cd}$

$2,5 (1 - \sigma_{cp}/f_{cd})$ per $0,5 f_{cd} < \sigma_{cp} < f_{cd}$

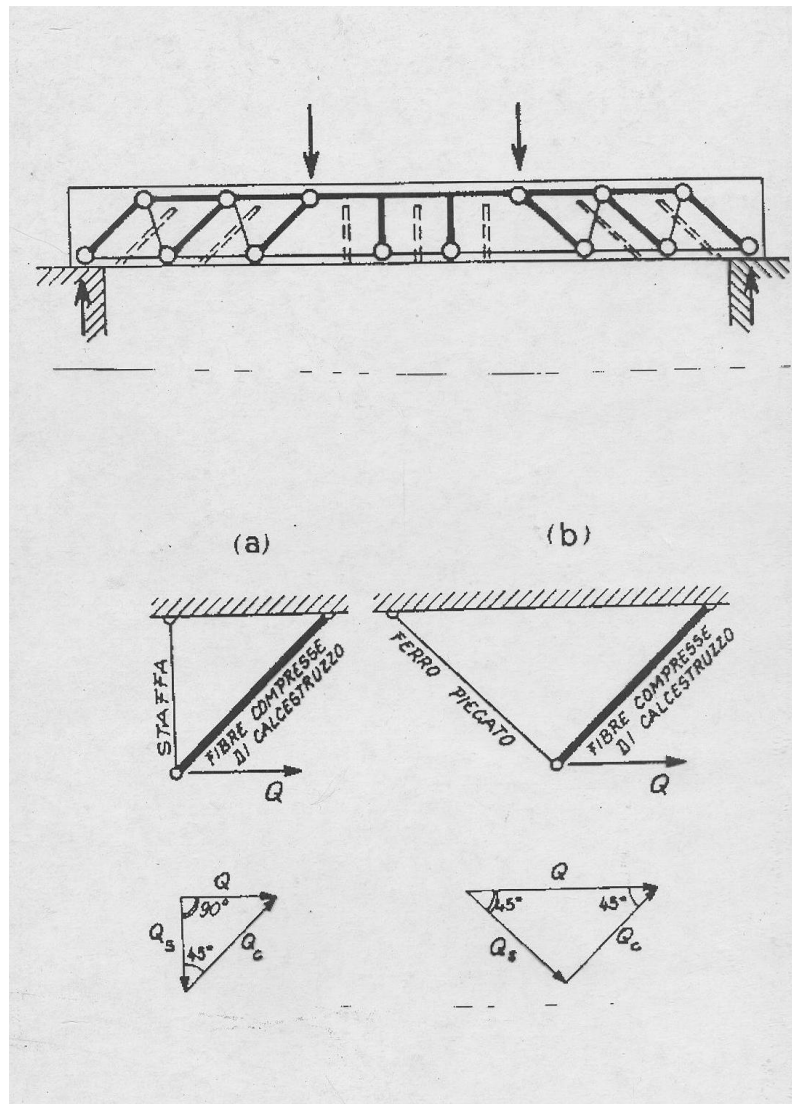
Le armature longitudinali devono essere dimensionate in base alle sollecitazioni flessionali ottenute traslando il diagramma dei momenti flettenti di

$$a_1 = (0,9 \cdot d \cdot \operatorname{ctg} \theta) / 2 \quad [4.1.30]$$

lungo l'asse della trave, nel verso meno favorevole.

Taglio

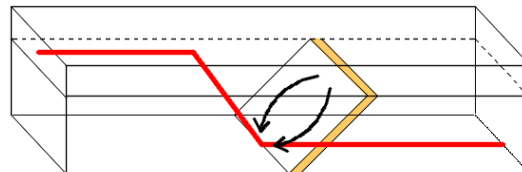
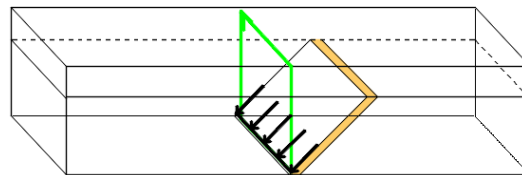
LA NORMATIVA E LE VERIFICHE A TAGLIO



Taglio

CONSIDERAZIONI SULL'ARMATURA TRASVERSALE A TAGLIO

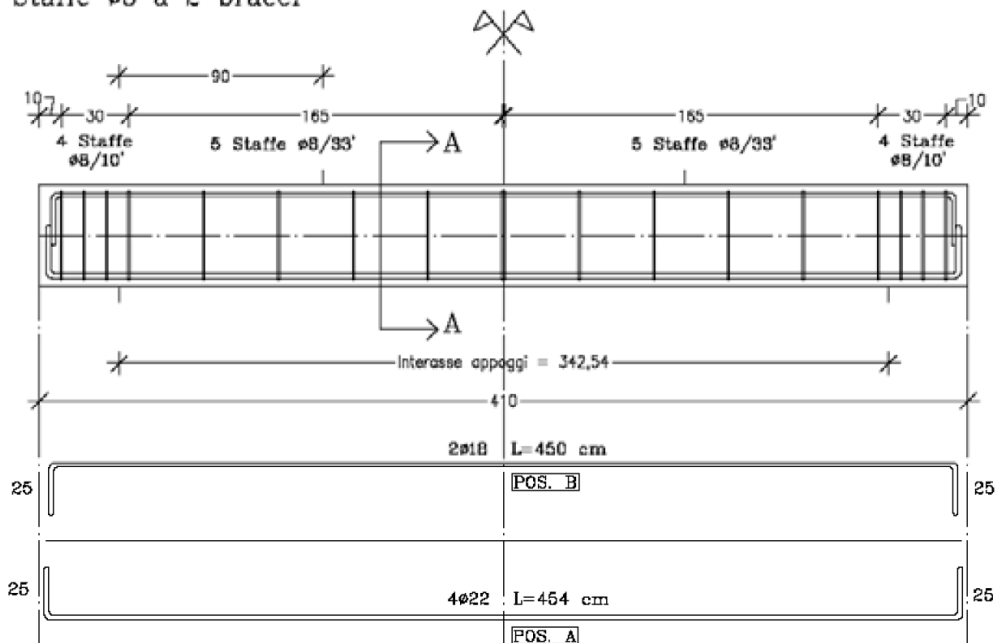
- L'armatura a taglio può essere realizzata utilizzando staffe (verticali o inclinate), ovvero una combinazione di staffe e ferri piegati.
- Il sistema resistente realizzato solo con staffe garantisce un efficace comportamento della trave a taglio, grazie alla presenza delle armature longitudinali superiori e inferiori che fungono da reggi staffe.
- Il sistema resistente realizzato con una combinazione di staffe e ferri piegati non è altrettanto efficace a causa del ferro piegato. **Si consiglia di realizzare l'armatura a taglio solo con staffe.**



Taglio

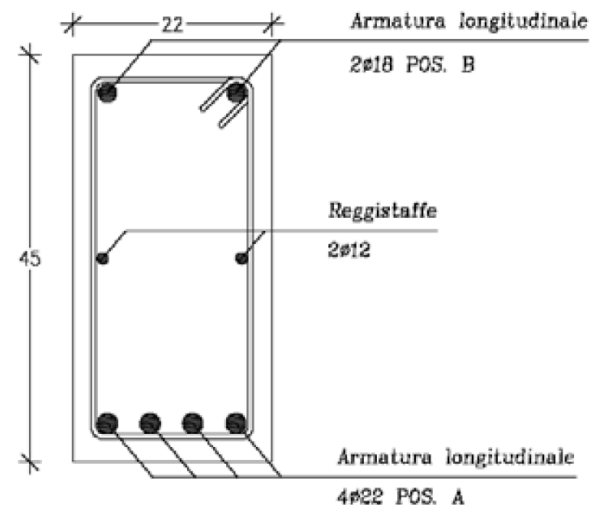
SEZIONE LONGITUDINALE (Scala 1:20)

Staffe $\varnothing 8$ a 2 bracci



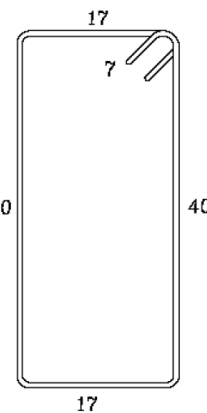
Sezione A-A

Scala 1:5



Staffe $\varnothing 8$ L=128 cm

Scala 1:5



Misure in centimetri salvo ove diversamente specificato

MATERIALI PRESCRITTI

CALCESTRUZZO (classe res.) Rck 26
N.B. Diametro massimo inerti 16 mm

ACCIAIO

ACCIAIO IN BARRE armatura longitudinale
FeB 44 K
 $F_y = 500$ N/mm²

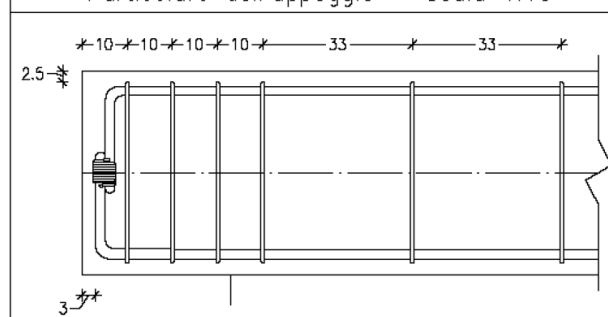
ACCIAIO IN BOTOLI staffe
FeB 44 K
 $F_y = 500$ N/mm²

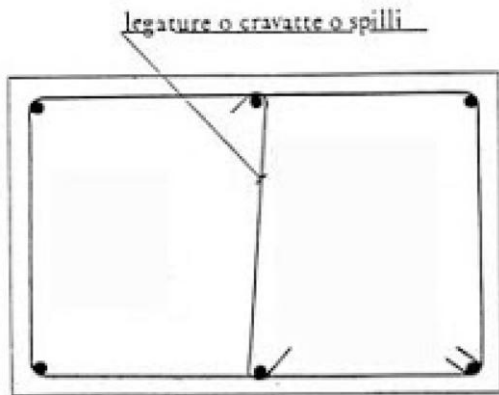
ABACO FERRI

POSIZIONE	TAGLIO	\varnothing (mm)	Q.TA'	LUNGHEZZA	PESO
A		22	4	4,54 m	54,2 Kg
B		18	2	4,50 m	18,0 Kg
STAFFE		8	16	1,28 m	9,1 Kg
REGGISTAFFA		12	2	4,00 m	7,1 Kg

TOTALE 88,4 Kg

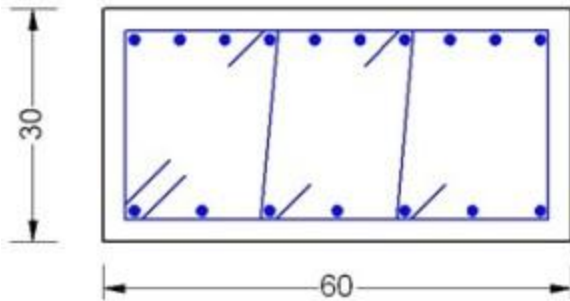
Particolare dell'appoggio - Scala 1:10





STAFFE Ø 8 A 3 BRACCI

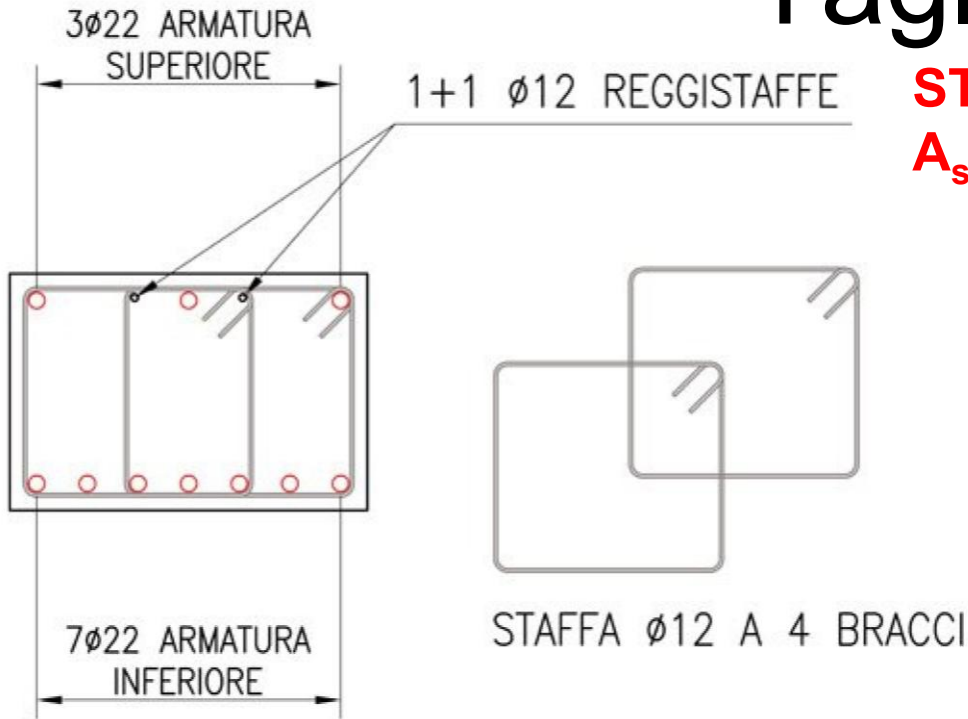
$$A_{sw} = 3 A_{\phi 8} = 3 \cdot 50 = 150 \text{ mm}^2$$



STAFFE Ø 8 A 4 BRACCI

$$A_{sw} = 4 A_{\phi 8} = 4 \cdot 50 = 200 \text{ mm}^2$$

Taglio



STAFFE Ø 12 A 4 BRACCI

$$A_{sw} = 4 A_{\phi 12} = 4 \cdot 113 = 452 \text{ mm}^2$$

Si tratta di due staffe di medesima dimensione che vanno disposte nella stessa sezione, in modo da generare un sistema di staffatura a 4 bracci. Come si nota dal disegno oltre all'armatura di calcolo è stato necessario disporre armatura aggiuntiva di piccolo diametro con funzione di reggi staffe.

IL TAGLIO

ARMATURA MINIMA A TAGLIO

4.1.6 DETTAGLI COSTRUTTIVI

4.1.6.1.1 *Armatura delle travi*

Negli appoggi di estremità, all'intradosso deve essere disposta un'armatura efficacemente ancorata, calcolata coerentemente con il modello a traliccio adottato per il taglio e quindi applicando la regola della traslazione della risultante delle trazioni dovute al momento flettente, in funzione dell'angolo di inclinazione assunto per le bielle compresse di calcestruzzo.

Al di fuori delle zone di sovrapposizione, l'area di armatura tesa o compressa non deve superare individualmente $A_{s,max} = 0,04 A_c$, essendo A_c l'area della sezione trasversale di calcestruzzo.

Le travi devono prevedere armatura trasversale costituita da staffe con sezione complessiva non inferiore ad $A_{st} = 1,5 b \text{ mm}^2/\text{m}$ essendo b lo spessore minimo dell'anima in millimetri, con un minimo di tre staffe al metro e comunque passo non superiore a 0,8 volte l'altezza utile della sezione.

In ogni caso almeno il 50% dell'armatura necessaria per il taglio deve essere costituita da staffe.

IL TAGLIO

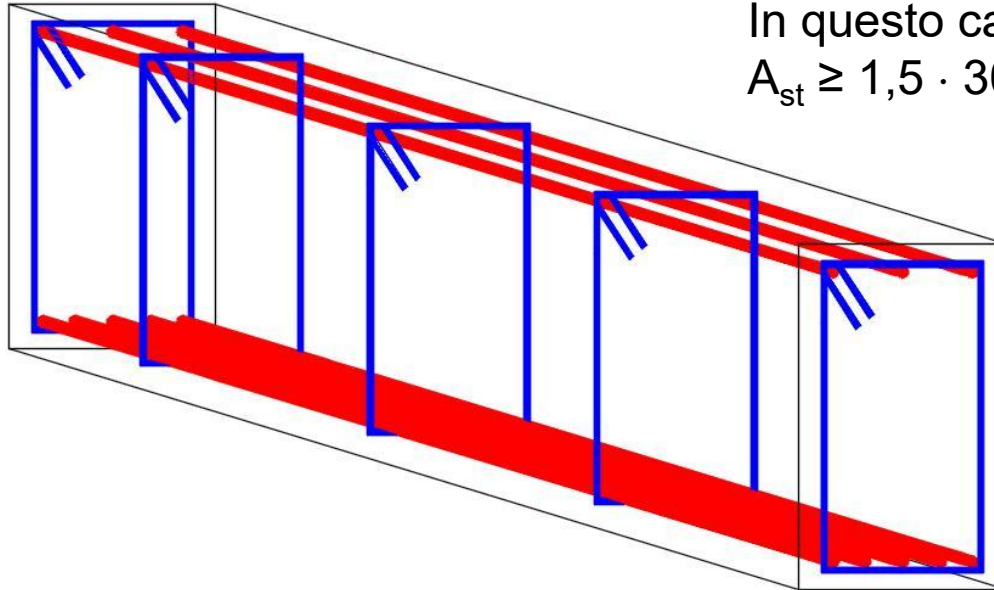
DETTAGLI COSTRUTTIVI

- Inferiormente alle estremità della trave deve essere presente un'armatura longitudinale in grado di assorbire una forza pari al taglio.
- Le sezioni devono essere verificate considerando il diagramma dei momenti traslato di z ($z = 0.9 d/2$).
- Devono essere disposte staffe che soddisfino le tre condizioni:
 - 3 staffe a metro;
 - interasse staffe inferiore a $0.8 d$;
 - la sezione complessiva delle staffe deve non essere inferiore a $A_{st} = 1.5b \text{ mm}^2/\text{m}$, essendo b lo spessore minimo dell'anima in mm.

IL TAGLIO

DETTAGLI COSTRUTTIVI

Cosa significa *la sezione complessiva delle staffe deve avere sezione complessiva non inferiore a $A_{st} = 1.5 b \text{ mm}^2/\text{m}$, essendo b lo spessore minimo dell'anima in mm?*



In questo caso $b = 300 \text{ mm}$
 $A_{st} \geq 1,5 \cdot 300 = 450 \text{ mm}^2$

Questo tratto di trave è lungo 1 m:

Quante staffe sono presenti?

5

Quanto vale A_{sw} di ciascuna staffa $\varnothing 8$? **Staffe a 2 bracci, $A_{sw} = 2 \cdot 50 = 100 \text{ mm}^2$**

Quanto vale l'area complessiva delle staffe A_{st} in 1 m? **$5 \cdot 100 = 500 \text{ mm}^2$**

L'interasse delle staffe risulta $i = 1000/(n-1) = 250 \text{ mm}$