

ESEMPIO 1

Verificare la sezione in cemento armato $b = 30 \text{ cm}$, $h = 50 \text{ cm}$, $A_s = 3 \text{ } \varnothing 16$, $A'_s = 3 \text{ } \varnothing 16$, realizzata con calcestruzzo $f_{cd} = 15,79 \text{ N/mm}^2$ e acciaio $f_{yd} = 391 \text{ N/mm}^2$, sollecitata all'azione normale di compressione $N_{Sd} = 500 \text{ kN}$ ed al momento flettente $M_{Sd} = 200 \text{ kNm}$.

CARATTERISTICHE RESISTIVE DI CALCOLO DEI MATERIALI IMPIEGATI

Calcestruzzo: $f_{cd} = 15,79 \text{ N/mm}^2$

Acciaio: $f_{yd} = 391 \text{ N/mm}^2$

$$\varepsilon_{yd} = 391/200.000 = 0,001957$$

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLA SEZIONE

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLA SEZIONE							
b	300						
h	500			grande eccentricità	83.33333	mm	
c	25						
\varnothing longit	16	Area	201.0619				
\varnothing staffe	8						
A_s	3 \varnothing	16	=	603.1858	d		459
A'_s	3 \varnothing	16	=	603.1858	d'		41
AZIONI SOLLECITANTI							
N_{Sd}	500000	N		e	400	mm	
M_{Sd}	200000000	N mm					
DETERMINAZIONE POSIZIONE ASSE NEUTRO							
x	131.94005						
ε_s	0.008676	σ_s	391.3043				
$\varepsilon_{s'}$	0.0024124	$\sigma_{s'}$	391.3043				
C	500000						
T'	236029.22						
T	236029.22						
NRd	-500000			duttilità	x/d		0.28745
MOMENTO RESISTENTE MRd							
rispetto al baricentro della sezione di calcestruzzo					braccio C		197.2239814
					braccio T'		209
					braccio T		209

La sezione non è verificata

Proposta di incremento di armatura $A_s = A'_s = 5 \text{ } \varnothing 14$

h	500			piccola eccentricità	83.33333	mm
c	25					
\varnothing longit	14	Area	153.938			
\varnothing staffe	8					
A_s	5 \varnothing	14	=	769.6902 d	460	
A'_s	5 \varnothing	14	=	769.6902 d'	40	
AZIONI SOLLECITANTI						
NSd	500000	N		e	400	mm
MSd	200000000	N mm				
DETERMINAZIONE POSIZIONE ASSE NEUTRO						
x	131.94005					
ε_s	0.0087025	σ_s	391.3043			
$\varepsilon_{s'}$	0.0024389	$\sigma_{s'}$	391.3043			
C	500000					
T'	301183.12					
T	301183.12					
NRd	-500000			ductilità x/d	0.28683	
MOMENTO RESISTENTE MRd						
rispetto al baricentro della sezione di calcestruzzo					braccio C	197.2239814
					braccio T'	210
					braccio T	210
					MRd	225,108,902

VERIFICA DISPOSIZIONI COSTRUTTIVE

$$A_{smin} = 0.10 N_{sd}/f_{yd} = 0.10 \cdot 500000/391 = 128 \text{ mm}^2$$

$$A_{smin} = 0.003 A_c = 0.003 \cdot 150000 = 450 \text{ mm}^2$$

$$A_{smax} = 0.04 A_c = 0.04 \cdot 150000 = 6000 \text{ mm}^2$$

$$A_s \text{ è l'armatura totale} = 10 \varnothing 14 = 1540 \text{ mm}^2$$

ESEMPIO 2

Costruire il dominio di sicurezza della sezione in cemento armato $b = 30 \text{ cm}$, $h = 50 \text{ cm}$, $A_s = 3 \varnothing 16 = 603 \text{ mm}^2$, $A'_s = 3 \varnothing 16 = 603 \text{ mm}^2$, realizzata con calcestruzzo $f_{cd} = 15,79 \text{ N/mm}^2$ e acciaio $f_{yd} = 391 \text{ N/mm}^2$.

CARATTERISTICHE RESISTIVE DI CALCOLO DEI MATERIALI IMPIEGATI

Calcestruzzo: $f_{cd} = 15,79 \text{ N/mm}^2$

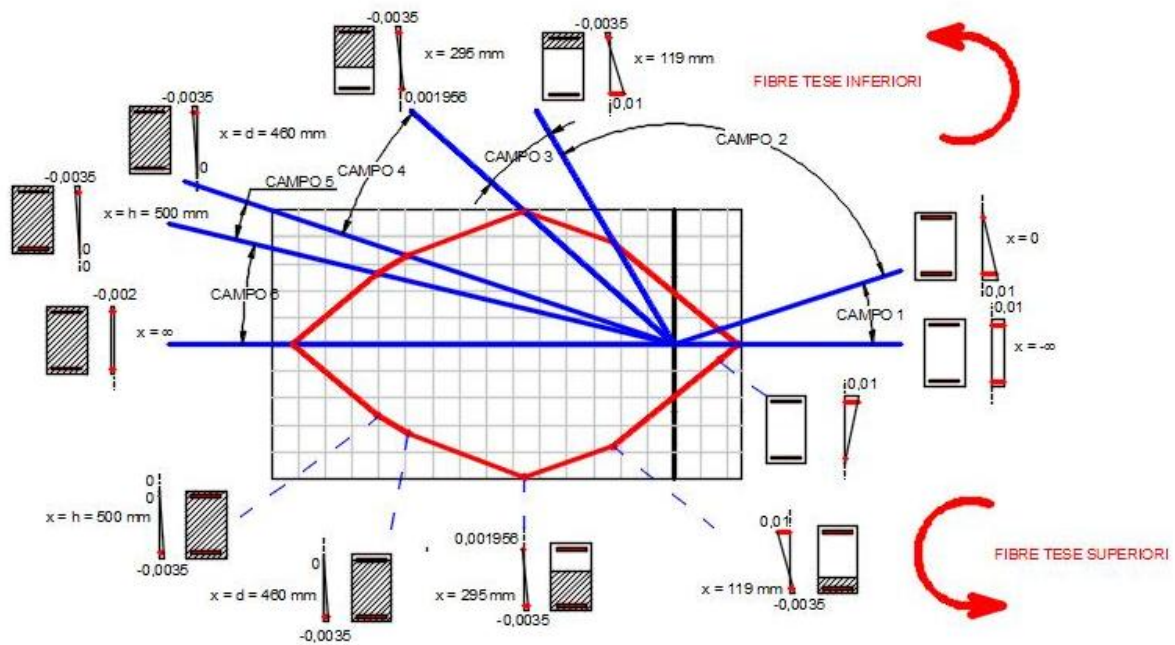
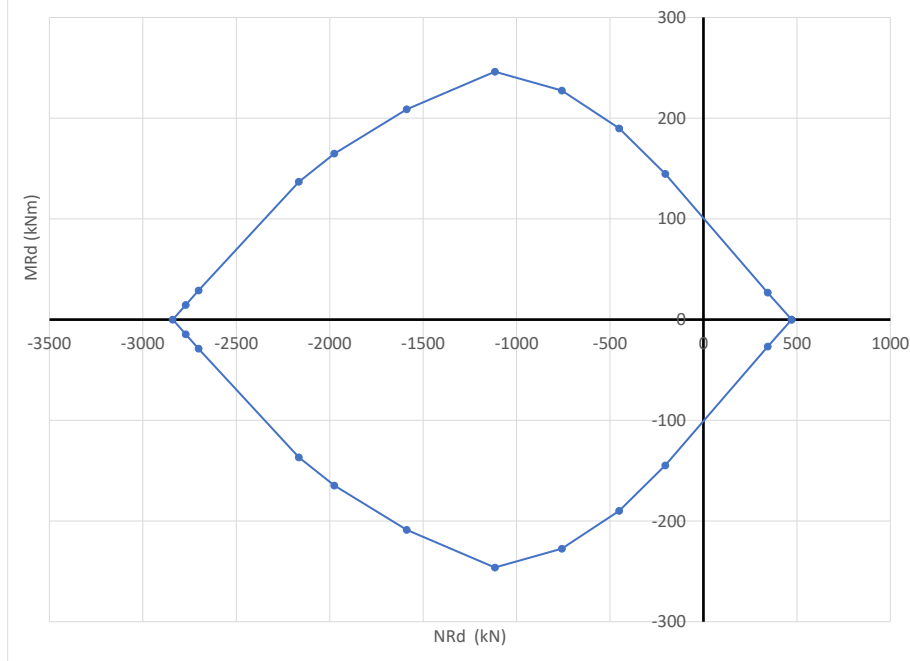
Acciaio: $f_{yd} = 391 \text{ N/mm}^2$

$$\varepsilon_{yd} = 391/200.000 = 0,001957$$

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLA SEZIONE

$b = 300 \text{ mm}$ $h = 500 \text{ mm}$ ricoprimento $c = 25 \text{ mm}$ staffe $\varnothing 8 \text{ mm}$

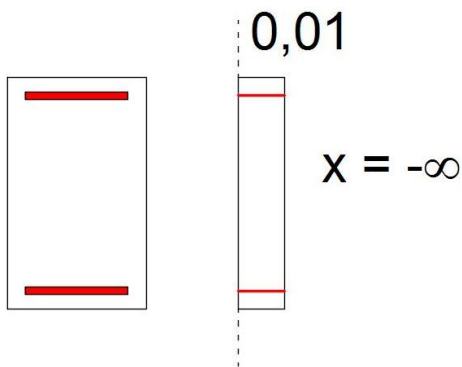
supponendo di disporre le armature inferiori e superiori su una unica fila poniamo per $d' = 41 \text{ mm}$ da cui $d = 459 \text{ mm}$.



DETERMINAZIONE N_{Rd} M_{Rd}

CAMPO 1 tutta la sezione è tesa

Limite inferiore



$$x = -\infty$$

$$\varepsilon_c = 0,01$$

$$\sigma_c = 0$$

$$C = 0$$

$$b_c = 0$$

$$N_{Rd} = 236 + 236 = 472 \text{ kN}$$

$$M_{Rd} = 236 \cdot 0,209 - 236 \cdot 0,209 = 0$$

$$\varepsilon_s = 0,01$$

$$\sigma_s = 391 \text{ N/mm}^2$$

$$T = 391 \cdot 603 = 236 \text{ kN}$$

$$b_T = 209 \text{ mm}$$

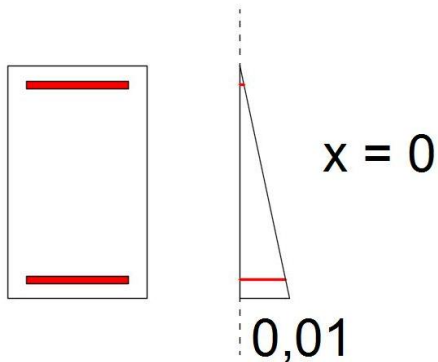
$$\varepsilon_s' = 0,01$$

$$\sigma_s' = 391 \text{ N/mm}^2$$

$$T' = 391 \cdot 603 = 236 \text{ kN}$$

$$b_{T'} = 209 \text{ mm}$$

Limite superiore



$$x = 0$$

$$\varepsilon_c = 0$$

$$\sigma_c = 0$$

$$C = 0$$

$$b_c = 0$$

$$\varepsilon_s = 0,01$$

$$\sigma_s = 391 \text{ N/mm}^2$$

$$T = 391 \cdot 603 = 236 \text{ kN}$$

$$b_T = 209 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_s' = 0,000893$$

$$\sigma_s' = 0,000893 \cdot 200000 = 179 \text{ N/mm}^2$$

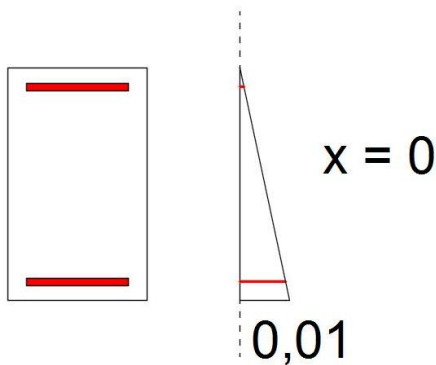
$$T' = 179 \cdot 603 = 108 \text{ kN}$$

$$b_{T'} = 209 \text{ mm}$$

$$N_{Rd} = 108 + 236 = 344 \text{ kN}$$

$$M_{Rd} = -108 \cdot 0,209 + 236 \cdot 0,209 = 27 \text{ kNm}$$

CAMPO 2 sezione parzializzata
Limite inferiore



$$x = 0$$

$$\varepsilon_c = 0$$

$$\varepsilon_s = 0,01$$

$$\varepsilon_s' = 0,000893$$

$$\sigma_c = 0$$

$$\sigma_s = 391 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_s' = 0,000893 \cdot 200000 = 179 \text{ N/mm}^2$$

$$C = 0$$

$$T = 391 \cdot 603 = 236 \text{ kN}$$

$$T' = 179 \cdot 603 = 108 \text{ kN}$$

$$b_c = 0$$

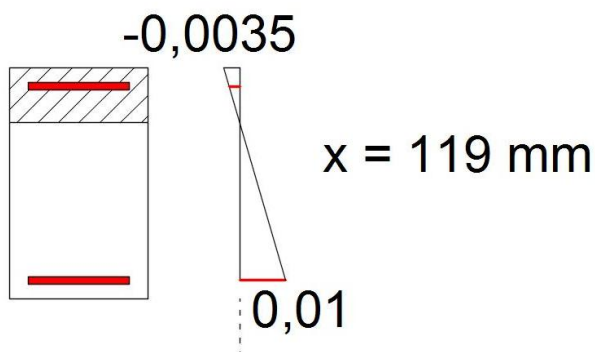
$$b_T = 209 \text{ mm}$$

$$b_{T'} = 209 \text{ mm}$$

$$N_{Rd} = 108 + 236 = 344 \text{ kN}$$

$$M_{Rd} = -108 \cdot 0,209 + 236 \cdot 0,209 = 27 \text{ kNm}$$

Limite superiore



$$x = 0,259 \cdot 459 = 119 \text{ mm}$$

$$\varepsilon_c = -0,0035$$

$$\varepsilon_s = 0,01$$

$$\varepsilon_s' = 0,002294$$

$$\sigma_c = 15,79 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_s = 391 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_s' = 391 \text{ N/mm}^2$$

$$C = -15,79 \cdot 0,8 \cdot 119 \cdot 300 = -451 \text{ kN}$$

$$T = 391 \cdot 603 = 236 \text{ kN}$$

$$T' = -391 \cdot 603 = -236 \text{ kN}$$

$$b_c = 250 - 0,4 \cdot 119 = 202 \text{ mm}$$

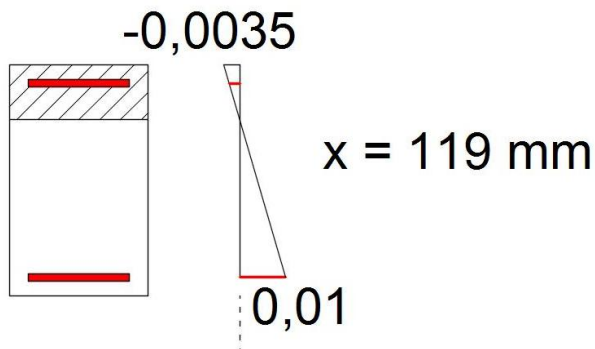
$$b_T = 209 \text{ mm}$$

$$b_{T'} = 209 \text{ mm}$$

$$N_{Rd} = -451 - 236 + 236 = -451 \text{ kN}$$

$$M_{Rd} = 451 \cdot 0,202 + 236 \cdot 0,209 + 236 \cdot 0,209 = 190 \text{ kNm}$$

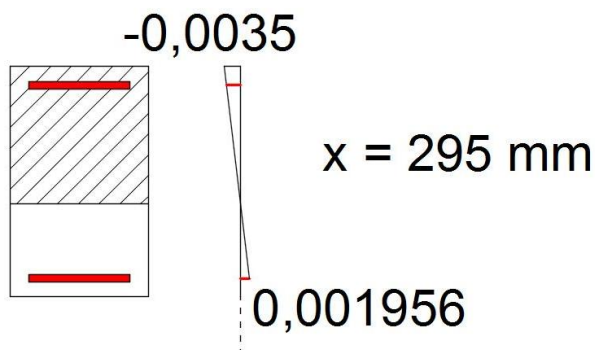
CAMPO 3 sezione parzializzata
Limite inferiore



$$\begin{aligned}
 x &= 0,259 \cdot 459 = 119 \text{ mm} \\
 \varepsilon_c &= -0,0035 & \varepsilon_s &= 0,01 & \varepsilon_s' &= 0,002294 \\
 \sigma_c &= 15,79 \text{ N/mm}^2 & \sigma_s &= 391 \text{ N/mm}^2 & \sigma_s' &= 391 \text{ N/mm}^2 \\
 C &= -15,79 \cdot 0,8 \cdot 119 \cdot 300 = -451 \text{ kN} \\
 T &= 391 \cdot 603 = 236 \text{ kN} & T' &= -391 \cdot 603 = -236 \text{ kN} \\
 b_c &= 250 - 0,4 \cdot 119 = 202 \text{ mm} & b_T &= 209 \text{ mm} & b_{T'} &= 209 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{Rd} &= -451 - 236 + 236 = -451 \text{ kN} \\
 M_{Rd} &= 451 \cdot 0,202 + 236 \cdot 0,209 + 236 \cdot 0,209 = 190 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

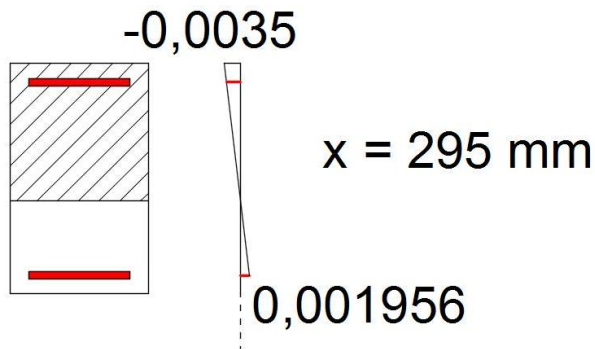
Limite superiore



$$\begin{aligned}
 x &= 295 \text{ mm} \\
 \varepsilon_c &= -0,0035 & \varepsilon_s &= 0,001956 & \varepsilon_s' &= -0,003013 \\
 \sigma_c &= 15,79 \text{ N/mm}^2 & \sigma_s &= 391 \text{ N/mm}^2 & \sigma_s' &= 391 \text{ N/mm}^2 \\
 C &= -15,79 \cdot 0,8 \cdot 295 \cdot 300 = -1118 \text{ kN} \\
 T &= 391 \cdot 603 = 236 \text{ kN} & T' &= -391 \cdot 603 = -236 \text{ kN} \\
 b_c &= 250 - 0,4 \cdot 295 = 132 \text{ mm} & b_T &= 209 \text{ mm} & b_{T'} &= 209 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{Rd} &= -1116 - 236 + 236 = -1116 \text{ kN} \\
 M_{Rd} &= 1116 \cdot 0,132 + 236 \cdot 0,209 + 236 \cdot 0,209 = 246 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

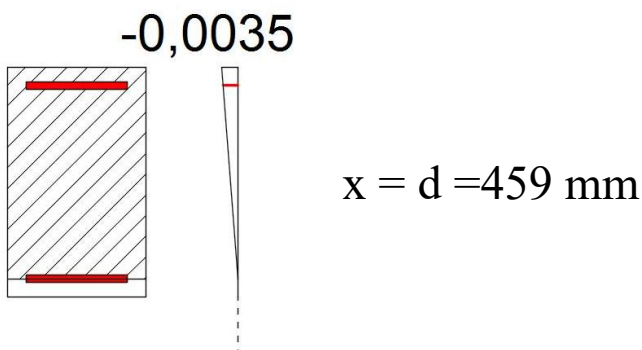
CAMPO 4 sezione parzializzata
Limite inferiore



$$\begin{aligned}
 x &= 295 \text{ mm} \\
 \varepsilon_c &= -0,0035 & \varepsilon_s &= 0,001956 & \varepsilon_s' &= -0,003013 \\
 \sigma_c &= 15,79 \text{ N/mm}^2 & \sigma_s &= 391 \text{ N/mm}^2 & \sigma_s' &= 391 \text{ N/mm}^2 \\
 C &= -15,79 \cdot 0,8 \cdot 295 \cdot 300 = -1118 \text{ kN} \\
 T &= 391 \cdot 603 = 236 \text{ kN} & T' &= -391 \cdot 603 = -236 \text{ kN} \\
 b_c &= 250 - 0,4 \cdot 295 = 132 \text{ mm} & b_T &= 209 \text{ mm} & b_{T'} &= 209 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{Rd} &= -1116 - 236 + 236 = -1116 \text{ kN} \\
 M_{Rd} &= 1116 \cdot 0,132 + 236 \cdot 0,209 + 236 \cdot 0,209 = 246 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

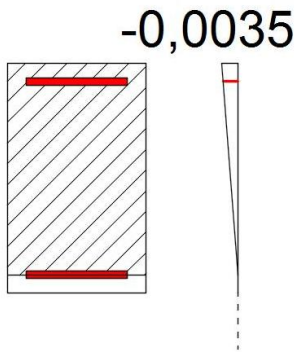
Limite superiore



$$\begin{aligned}
 x &= 459 \text{ mm} \\
 \varepsilon_c &= -0,0035 & \varepsilon_s &= 0 & \varepsilon_s' &= -0,003187 \\
 \sigma_c &= 15,79 \text{ N/mm}^2 & \sigma_s &= 0 \text{ N/mm}^2 & \sigma_s' &= 391 \text{ N/mm}^2 \\
 C &= -15,79 \cdot 0,8 \cdot 460 \cdot 300 = -1739 \text{ kN} \\
 T &= 0 & T' &= -391 \cdot 603 = -236 \text{ kN} \\
 b_c &= 250 - 0,4 \cdot 459 = 66 \text{ mm} & b_T &= 209 \text{ mm} & b_{T'} &= 209 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{Rd} &= -1739 - 236 = -1975 \text{ kN} \\
 M_{Rd} &= 1739 \cdot 0,066 + 236 \cdot 0,209 = 165 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

CAMPO 5 sezione parzializzata
Limite inferiore

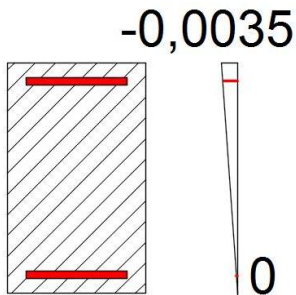


$$x = d = 459 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned}
 x &= 459 \text{ mm} & \epsilon_c &= -0,0035 & \epsilon_s &= 0 & \epsilon_s' &= -0,003187 \\
 \sigma_c &= 15,79 \text{ N/mm}^2 & \sigma_s &= 0 \text{ N/mm}^2 & \sigma_s' &= 391 \text{ N/mm}^2 \\
 C &= -15,79 \cdot 0,8 \cdot 460 \cdot 300 = -1739 \text{ kN} \\
 T &= 0 & T' &= -391 \cdot 603 = -236 \text{ kN} \\
 b_c &= 250 - 0,4 \cdot 459 = 66 \text{ mm} & b_T &= 209 \text{ mm} & b_{T'} &= 209 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{Rd} &= -1739 - 236 = -1975 \text{ kN} \\
 M_{Rd} &= 1739 \cdot 0,066 + 236 \cdot 0,209 = 165 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

Limite superiore

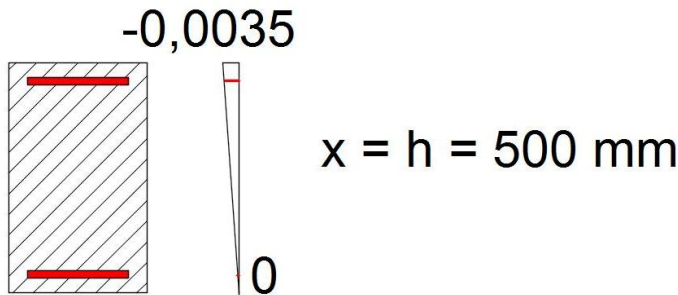


$$x = h = 500 \text{ mm}$$

$$\begin{aligned}
 x &= 500 \text{ mm} & \epsilon_c &= -0,0035 & \epsilon_s &= -0,00029 & \epsilon_s' &= -0,003213 \\
 \sigma_c &= 15,79 \text{ N/mm}^2 & \sigma_s &= -0,00029 \cdot 200000 = -57 \text{ N/mm}^2 & \sigma_s' &= 391 \text{ N/mm}^2 \\
 C &= -15,79 \cdot 0,8 \cdot 500 \cdot 300 = -1895 \text{ kN} \\
 T &= -57 \cdot 603 = -35 \text{ kN} & T' &= -391 \cdot 603 = -236 \text{ kN} \\
 b_c &= 250 - 0,4 \cdot 500 = 50 \text{ mm} & b_T &= 209 \text{ mm} & b_{T'} &= 209 \text{ mm}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 N_{Rd} &= -1895 - 236 - 35 = -2165 \text{ kN} \\
 M_{Rd} &= 1895 \cdot 0,050 + 236 \cdot 0,209 - 35 \cdot 0,209 = 137 \text{ kNm}
 \end{aligned}$$

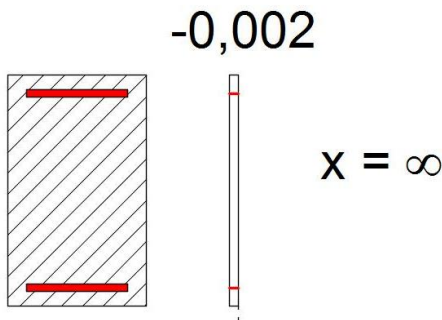
CAMPO 6 sezione tutta compressa
Limite inferiore



$x = 500 \text{ mm}$
 $\epsilon_c = -0,0035$ $\epsilon_s = -0,00029$ $\epsilon_s' = -0,003213$
 $\sigma_c = 15,79 \text{ N/mm}^2$ $\sigma_s = -0,00029 \cdot 200000 = -57 \text{ N/mm}^2$ $\sigma_s' = 391 \text{ N/mm}^2$
 $C = -15,79 \cdot 0,8 \cdot 500 \cdot 300 = -1895 \text{ kN}$
 $T = -57 \cdot 603 = -35 \text{ kN}$ $T' = -391 \cdot 603 = -236 \text{ kN}$
 $b_c = 250 - 0,4 \cdot 500 = 50 \text{ mm}$ $b_T = 209 \text{ mm}$ $b_{T'} = 209 \text{ mm}$

$N_{Rd} = -1895 - 236 - 35 = -2165 \text{ kN}$
 $M_{Rd} = 1895 \cdot 0,050 + 236 \cdot 0,209 - 35 \cdot 0,209 = 137 \text{ kNm}$

Limite superiore

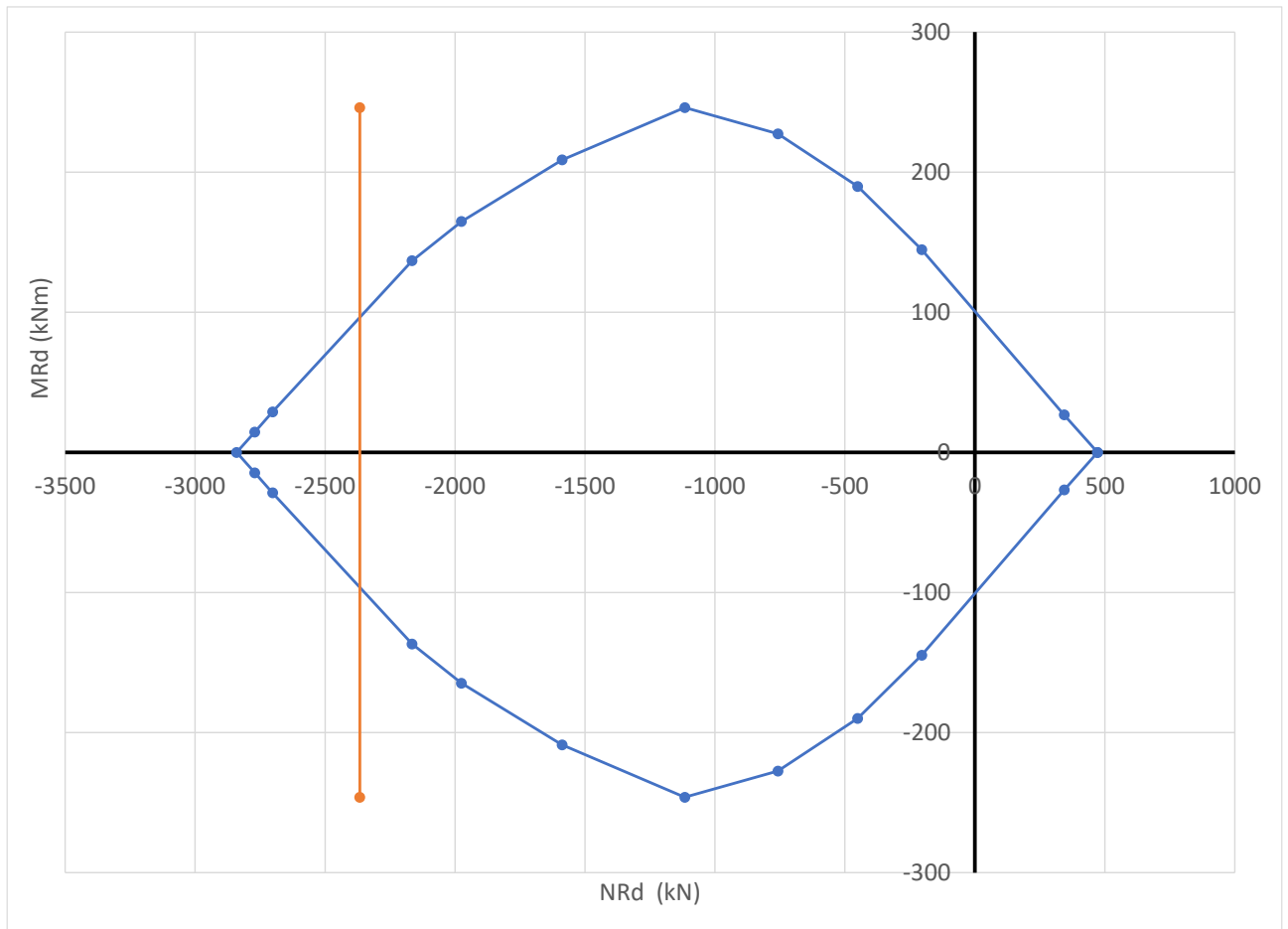


$x = +\infty$
 $\epsilon_c = -0,002$ $\epsilon_s = -0,002$ $\epsilon_s' = -0,002$
 $\sigma_c = 15,79 \text{ N/mm}^2$ $\sigma_s = -391 \text{ N/mm}^2$ $\sigma_s' = -391 \text{ N/mm}^2$
 $C = -15,79 \cdot 500 \cdot 300 = -2368 \text{ kN}$
 $T = -391 \cdot 603 = -236 \text{ kN}$ $T' = -391 \cdot 603 = -236 \text{ kN}$
 $b_c = 0$ $b_T = 209 \text{ mm}$ $b_{T'} = 209 \text{ mm}$

$N_{Rd} = -2368 - 236 - 236 = -2840 \text{ kN}$
 $M_{Rd} = 236 \cdot 0,209 - 236 \cdot 0,209 = 0$

AZIONE NORMALE DI COMPRESSIONE LIMITE

$N_{Rd} = -0,8 f_{cd} b h - A_{s, tot} f_{yd} = -0,8 \cdot 15,79 \cdot 300 \cdot 500 - 1206 \cdot 391 = -2366 \text{ kN}$



ESEMPIO 3

Progettare le armature per la sezione $b = 30 \text{ cm}$, $h = 40 \text{ cm}$ sollecitata allo stato limite ultimo a $M_{Sd} = 200 \text{ kNm}$ ed $N_{Sd} = -1000 \text{ kN}$, realizzata con calcestruzzo $f_{cd} = 15,79 \text{ N/mm}^2$ e acciaio $f_{yd} = 391 \text{ N/mm}^2$.

CARATTERISTICHE RESISTIVE DI CALCOLO DEI MATERIALI IMPIEGATI

Calcestruzzo: $f_{cd} = 15,79 \text{ N/mm}^2$

Acciaio: $f_{yd} = 391 \text{ N/mm}^2$

$$\varepsilon_{yd} = 391/200.000 = 0,001957$$

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLA SEZIONE

$b = 300 \text{ mm}$ $h = 400 \text{ mm}$ $e = M_{Sd}/N_{Sd} = 200 \text{ mm}$ **grande eccentricità**

supponendo di disporre le armature sia tese che compresse su una unica fila ipotizziamo $d' = 40 \text{ mm}$ e $d = 360 \text{ mm}$.

PROGETTO TIPO 1

Ipotizzato un meccanismo di collasso nel CAMPO 4, nel quale l'asse neutro varia fra $0,0035/(0,0035 + \varepsilon_{yd}) d = 231 \text{ mm}$ e 360 mm , imponiamo che il collasso avvenga per $x = 250 \text{ mm}$

$$\varepsilon'_s = 0,0035/250 \cdot (250 - 40) = 0,00294$$

$$\sigma'_s = 391 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon_s = 0,0035/250 \cdot (360 - 250) = 0,00154$$

$$\sigma_s = 308 \text{ N/mm}^2$$

equazione di equilibrio alla traslazione

$$-C - T' + T = -1000000$$

$$-f_{cd} \cdot 0,8 \cdot x \cdot b - \sigma'_s \cdot A'_s + \sigma_s \cdot A_s = N_{Sd}$$

$$-15,79 \cdot 0,8 \cdot 250 \cdot 300 - 391 A'_s + 308 A_s = -1000000$$

equazione di equilibrio alla rotazione rispetto al baricentro della sezione di calcestruzzo

$$C (h/2 - 0,4 x) + T' \cdot (h/2 - d') + T (d - h/2) = 200000000$$

$$15,79 \cdot 0,8 \cdot 250 \cdot 300 (400/2 - 0,4 \cdot 250) + 391 A'_s (400/2 - 40) + 308 A_s (360 - 400/2) = 200000000$$

Dalla risoluzione del sistema si ottiene $A_s = 982 \text{ mm}^2$ e $A'_s = 908 \text{ mm}^2$

VERIFICA DELLA SEZIONE

$A_s =$	5 \varnothing 16			1005.31	d	359
$A'_s =$	5 \varnothing 16			1005.31	d'	41
AZIONI SOLLECITANTI						
N_{Sd}	-1000000	N				
M_{Sd}	200000000	N mm				
DETERMINAZIONE POSIZIONE ASSE NEUTRO						
x	245.70241					
ε_s	0.0016139	σ_s	322.782			
$\varepsilon_{s'}$	0.002916	$\sigma_{s'}$	391.3043			
C	931113.83					
T'	393382.04					
T	324495.87					
NR_d	-1000000				duttilità x/d	0.68441
MOMENTO RESISTENTE MR_d						
rispetto al baricentro della sezione di calcestruzzo					braccio C	101.719038
					braccio T'	159
					braccio T	159
					MRd	208,854,591

DISPOSIZIONI COSTRUTTIVE

$$A_{s \min} \geq 0,10 \frac{N_{Sd}}{f_{yd}} = 255 \text{ mm}^2$$

$$0,003 \cdot A_c \leq A_s \leq 0,04 \cdot A_c$$

$$360 \leq A_s \leq 4800$$

\varnothing delle armature $\geq 12 \text{ mm}$

PROGETTO TIPO 2

Si considerano le disposizioni costruttive per determinare l'armatura minima

$$A_{s\min} \geq 0,10 \frac{N_{sd}}{f_{yd}} = 255 \text{ mm}^2$$

$$0,003 \cdot A_c \leq A_s \leq 0,04 \cdot A_c$$

$$360 \leq A_s \leq 4800$$

\varnothing_{\min} delle armature $\geq 12 \text{ mm}$

Si dispongono 4 $\varnothing 12 = 452 \text{ mm}^2$, uno per spigolo e si procede alla verifica

\varnothing longit	12	Area	113,0973			
\varnothing staffe	8					
As =	2 \varnothing	12	=	226,1947	d	361
A's =	2 \varnothing	12	=	226,1947	d'	39
AZIONI SOLLECITANTI						
NSd	-1.000.000	N				
MSd	200.000.000	N mm				
DETERMINAZIONE POSIZIONE ASSE NEUTRO						
x	257,3514662					
ϵ_s	0,001409628	σ_s	281,9256			
$\epsilon_{s'}$	0,002969597	$\sigma_{s'}$	391,3043			
C	975259,1164					
T'	88510,95824					
T	63770,07461					
NRd	-1000000			duttilità	x/d	0,71288
MOMENTO RESISTENTE MRd						
rispetto al baricentro della sezione di calcestruzzo					braccio C	97,05941351
					braccio T'	161
					braccio T'	161
					MRd	119.175.324

Tale armatura non è sufficiente a sopportare il momento sollecitante $M_{Rd}(N_{sd}) \leq M_{Sd}$.

Si impone la posizione dell'asse neutro appena determinata e si procede alla risoluzione del sistema

x	257,3514662				
ϵ_s	0,001396028	σ_s	279,20561		
$\epsilon_{s'}$	0,002955997	$\sigma_{s'}$	391,30435		
SISTEMA RISOLVENTE					
279,2056	As	-391,304	A's	=	-24740,88
44672,9	As	62608,7	A's	=	105341922
279,2056	-391,3043478		-24740,88	As =	1134,7303
44672,9	62608,69565		105341922	A's =	872,88565
AZIONI SOLLECITANTI					
\varnothing longit	16	Area	201,06193		
As =	6 \varnothing	16	=	1206,3716	
A's =	5 \varnothing	16	=	1005,3096	

e si procede alla verifica.

As	6 Fi	16	1206.372	
As'	5 fi	16	1005.31	
d	359			
d'	41			
DETERMINAZIONE POSIZIONE ASSE NEUTRO				
x	253.23007 mm			
eps s	0.001461891	sigma s	292.3782	
eps's	0.002933322	sigma s'	391	
C	959640.6731 N	zc	98.70797	
T'	393076.0728 N	zt'	159	
T	352716.7459 N	zt	159	
Nrd	-1000000 N			
Mrd	213305242.9 Nmm	213.30524 KNm		verificata

ESEMPIO 4

Verificare la sezione in calcestruzzo armato $b = 30 \text{ cm}$, $h = 55 \text{ cm}$, $A_s = 3 \text{ } \varnothing 16$, $A'_s = 3 \text{ } \varnothing 16$, realizzata con calcestruzzo C28/35 e acciaio B450C, sollecitata all'azione normale di compressione $N_{Sd} = 2500 \text{ kN}$ ed al momento flettente $M_{Sd} = 100 \text{ kNm}$.

CARATTERISTICHE RESISTIVE DI CALCOLO DEI MATERIALI IMPIEGATI

Calcestruzzo C28/35: $f_{cd} = 15,87 \text{ N/mm}^2$
 Acciaio B450C: $f_{yd} = 391 \text{ N/mm}^2$
 $\varepsilon_{yd} = 391/200.000 = 0,001957$

CARATTERISTICHE GEOMETRICHE DELLA SEZIONE

$b = 300 \text{ mm}$ $h = 550 \text{ mm}$ $e = M_{Sd}/N_{Sd} = 40 \text{ mm}$ **piccola eccentricità $h/6 = 91.7 \text{ mm}$**
 le armature superiori e inferiori sono disposte su una unica fila, il ricoprimento previsto $c = 25 \text{ mm}$ e sono impiegate staffe di diametro 8 mm , pertanto $d' = 41 \text{ mm}$ e $d = 509 \text{ mm}$.
 $A_{s \text{ sup}} = 3 \varnothing 16 = 603 \text{ mm}^2$
 $A_{s \text{ inf}} = 3 \varnothing 16 = 603 \text{ mm}^2$

VERIFICA

La sezione è tutta compressa e pertanto si ipotizza una posizione di asse neutro $x > h$.
 $x = 600 \text{ mm}$, si tratta di un valore di tentativo scelto arbitrariamente.

Si determina lo stato di deformazione di:

calcestruzzo lembo superiore $\varepsilon_{c,sup} = 0.002 \cdot \frac{x}{x - \frac{3}{7}h} = 0.00394$
 lembo inferiore $\varepsilon_{c,inf} = 0.002 \cdot \frac{x-h}{x - \frac{3}{7}h} = 0.000275$
 acciaio Armatura superiore $\varepsilon_{s,sup} = 0.002 \cdot \frac{x-d'}{x - \frac{3}{7}h} = 0.00307$
 Armatura inferiore $\varepsilon_{s,inf} = 0.002 \cdot \frac{x-d}{x - \frac{3}{7}h} = 0.0005$

Lo stato tensionale dell'acciaio risulta:

Armatura superiore $\sigma_{s,sup} = f_{yd} = 391 \text{ N/mm}^2$
 Armatura inferiore $\sigma_{s,inf} = E_s \cdot \varepsilon_{s,inf} = 200000 \cdot 0.0005 = 100 \text{ N/mm}^2$

Per quanto riguarda la risultante delle tensioni nel calcestruzzo C occorre determinare i coefficienti $\beta = 100 \cdot \varepsilon_{c,inf} + 0.8 = 0.827$ e $k = 50 \cdot \varepsilon_{c,inf} + 0.4 = 0.414$

Le risultanti delle azioni interne nella sezione risultano

$C = f_{cd} \cdot \beta \cdot b \cdot h = 2165541 \text{ N}$

$T_{sup} = A_{s,sup} \cdot \sigma_{s,sup} = 235773 \text{ N}$

$T_{inf} = A_{s,inf} \cdot \sigma_{s,inf} = 60300 \text{ N}$

Tutte le azioni interne sono di compressione

$NRd = -C - T_{sup} - T_{inf} = -2461614 \text{ N}$

$NRd < NSd$, pertanto la posizione dell'asse neutro ipotizzata non è corretta. Il valore di x deve essere aumentato.

Con il foglio di calcolo si ottiene

x	622.9063803		
3/7 h	235.7142857		
epsc max	0.003217557	beta	0.837659
epsc min	0.00037659	k	0.4188295
epsssup	0.003005776	sigmasup	391.30435
epsinf	0.000588371	sigmainf	117.67428
C	2192991.323		
Tsup	236029.222		
Tinf	70979.45532		
NRd	-2500000	-2500	
MRd	136525042.6	136.525	

Il valore di MRd è stato ottenuto imponendo l'equilibrio alla rotazione rispetto al baricentro della sezione di calcestruzzo con la seguente relazione:

$MRd = C (h/2 - k \cdot h) + T_{sup} \cdot (h/2 - d') - T_{inf} (d - h/2) = 136.525 \text{ kNm}$

La sezione è verificata poiché
 $MRd (NSd) > MSd = 100 \text{ kNm}$.

Avremo potuto omettere il calcolo preciso e verificare la sezione confrontando semplicemente il valore di NRd limite con NSd

$$NRd \text{ limite} = - 0.8 f_{cd} \cdot b \cdot h - (A_{s,inf} + A_{s,sup}) \cdot f_{yd} = - 2566.46 \text{ kN}$$

La sezione risulta anche con questo controllo verificata poiché $NRd \text{ limite} > NSd$

ESEMPIO 5

Progettare la sezione quadrata e le armature per una sollecitazione allo stato limite ultimo di compressione $N_{Sd} = 3000$ kN e di momento flettente $M_{Sd} = 150$ kNm. I materiali impiegati sono calcestruzzo di classe C28/35 e acciaio B450C.

CARATTERISTICHE RESISTIVE DI CALCOLO DEI MATERIALI IMPIEGATI

Calcestruzzo C28/35: $f_{cd} = 15,87$ N/mm²
Acciaio B450C: $f_{yd} = 391$ N/mm²
 $\varepsilon_{yd} = 391/200.000 = 0.001957$

AZIONI SOLLECITANTI

$e = M_{Sd}/N_{Sd} = 50$ mm

Seppure non sono note le dimensioni della sezione si tratta di sollecitazione di pressoflessione con **piccola eccentricità**

PROGETTAZIONE DELLA SEZIONE

Nel rispetto delle disposizioni costruttive relative all'armatura minima:

$$A_{smin} = 0.1 \cdot \frac{N_{Sd}}{f_{yd}} = 767 \text{ mm}^2$$

$$0.003 A_c \leq A_{s,tot} \leq 0.04 A_c$$

Il diametro delle armature deve essere ≥ 12 mm e ci deve essere una barra per spigolo.

Determiniamo le dimensioni della sezione partendo da $N_{Rd, limite} = -0.8 f_{cd} \cdot b \cdot h - (A_{s,inf} + A_{s,sup}) \cdot f_{yd}$.

Avendo posto

$$N_{Rd, limite} = N_{Sd}$$

la condizione della sezione quadrata $b = h = a$

$$A_{s, tot} = 0.003 A_c = 0.003 b h$$

$$-3000000 = -0.8 \cdot 15.87 \cdot a^2 - 0.003 \cdot a^2 \cdot 391$$

Da cui si ricava $a = 465$ mm

La sezione avrà dimensione $500 \cdot 500$ mm

Sarà armata con $6 \text{ } \varnothing 14 = 924 \text{ mm}^2$, $A_{s,inf} = 3 \text{ } \varnothing 14$, $A_{s,sup} = 3 \text{ } \varnothing 14$, in quanto l'armatura minima realizzata con $\varnothing 12$ non rispetta le disposizioni costruttive. La mutua distanza fra le barre non deve superare 300 mm pertanto è necessario disporre 3 barre di armatura.

$$A_{s, tot} = 0.00367 A_c$$

$$N_{Rd, limite} = -0.8 f_{cd} \cdot b \cdot h - (A_{s,inf} + A_{s,sup}) \cdot f_{yd} = -0.8 \cdot 15.87 \cdot 500 \cdot 500 - (462 + 462) \cdot 391 = -3535 \text{ kN} > N_{Sd}$$

È evidente che incrementando il rapporto di armatura A_s/A_c la sezione diminuisce le dimensioni.