

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Esame scritto del 20.03.2026

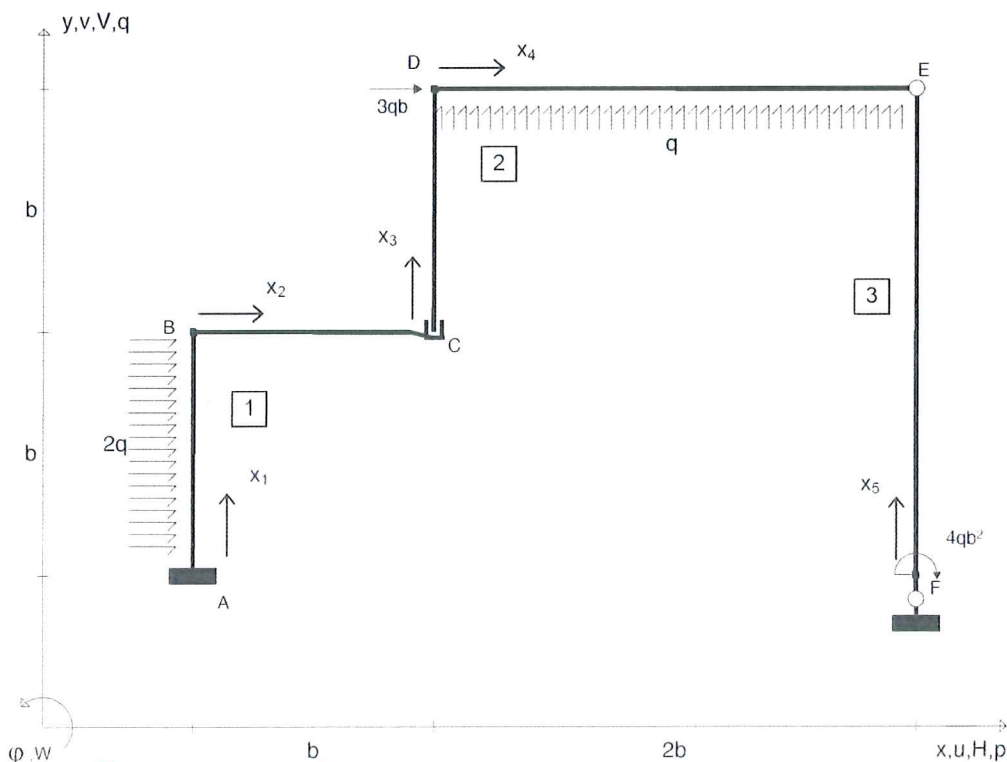
Parte 1 - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.



Eq. ausiliarie

$$R_y^{(1)} = 0 \text{ oppure } R_y^{(2+3)} = 0$$

$$M_z^{(1+2)} = 0 \text{ oppure } M_z^{(3)} = 0$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare il momento M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

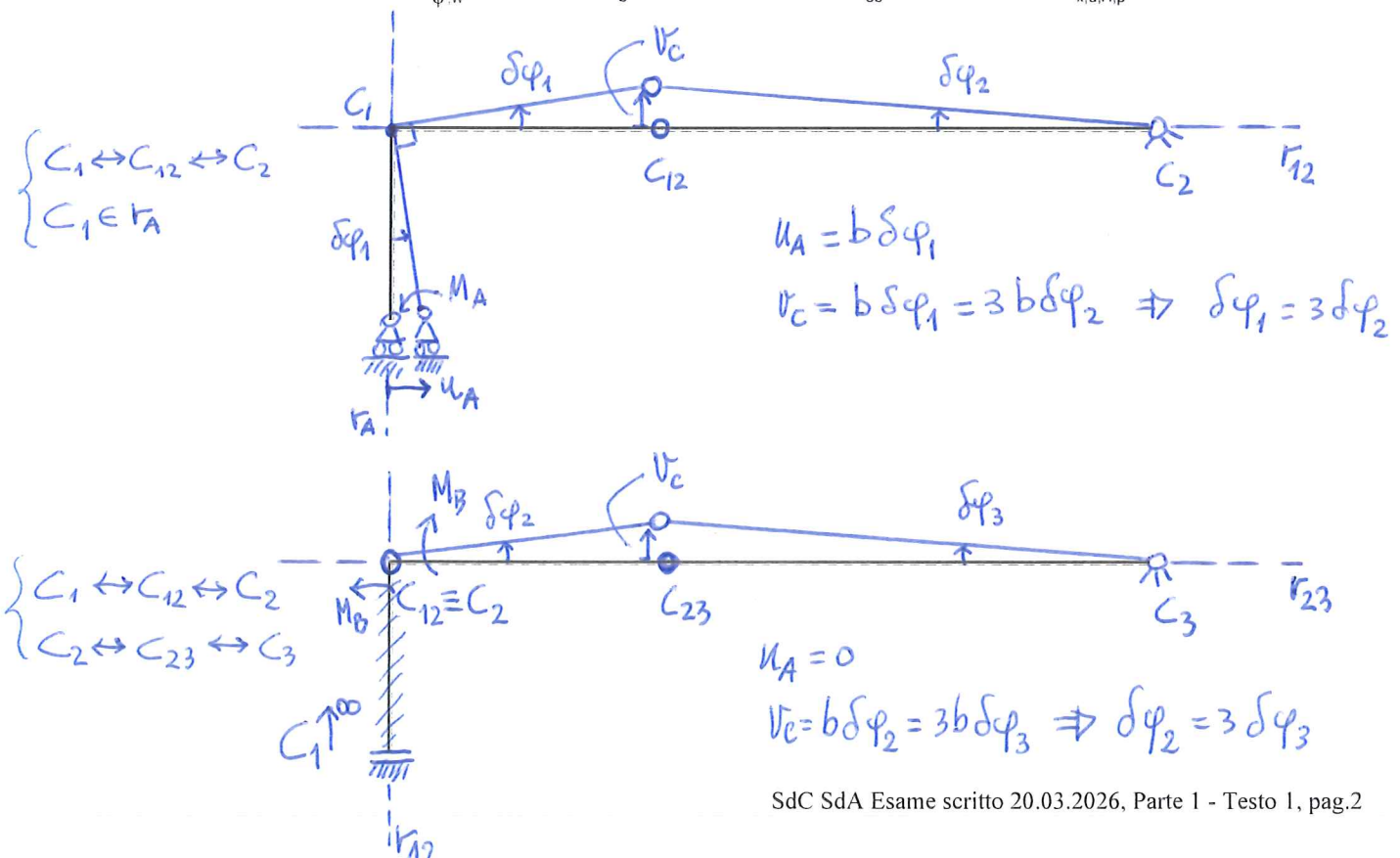
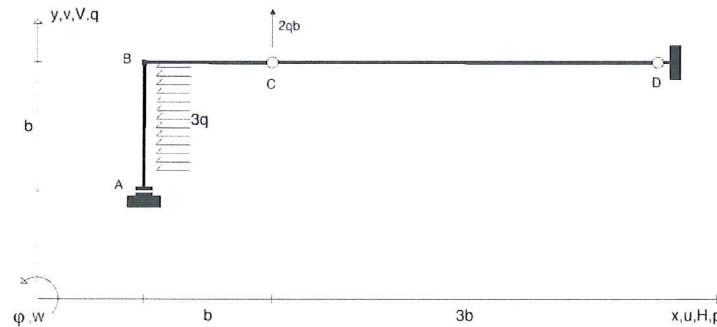
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$M_A(\hat{\varphi}) = -\frac{1}{2}qb^2; C_1 = (0, b); C_2 = (4b, b); C_{12} = (b, b);$$

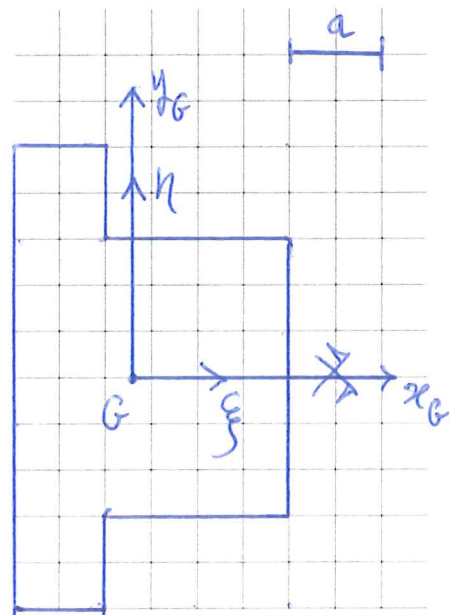
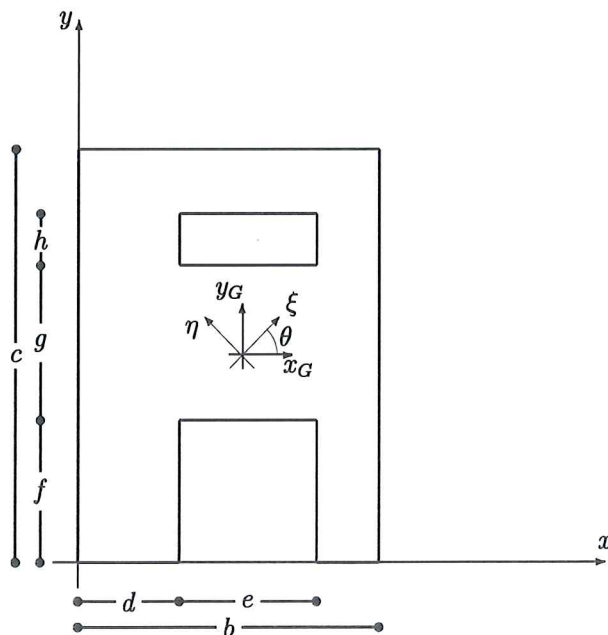
$$u_A = b\delta\varphi_1; v_C = b\delta\varphi_1 = 3b\delta\varphi_2;$$

$$M_B(\hat{\varphi} \square \hat{\varphi}_\xi) = 2qb^2; u_A = 0; v_C = b\delta\varphi_2 = 3b\delta\varphi_3$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 3a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = 2a$; $f = a$; $g = 3a$; $h = a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



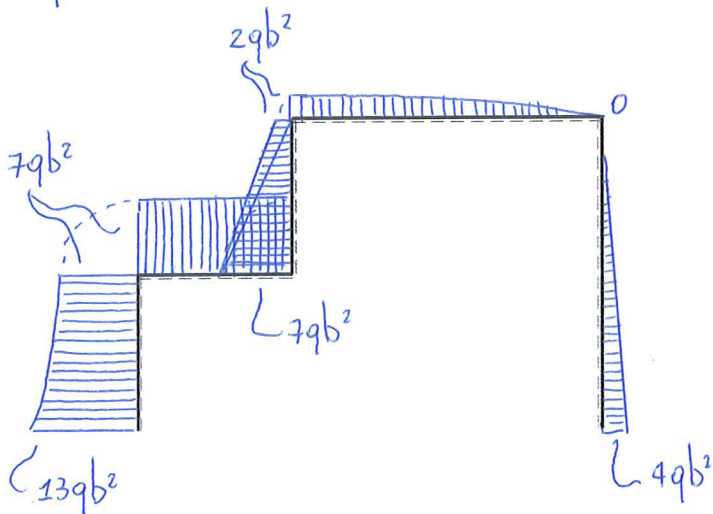
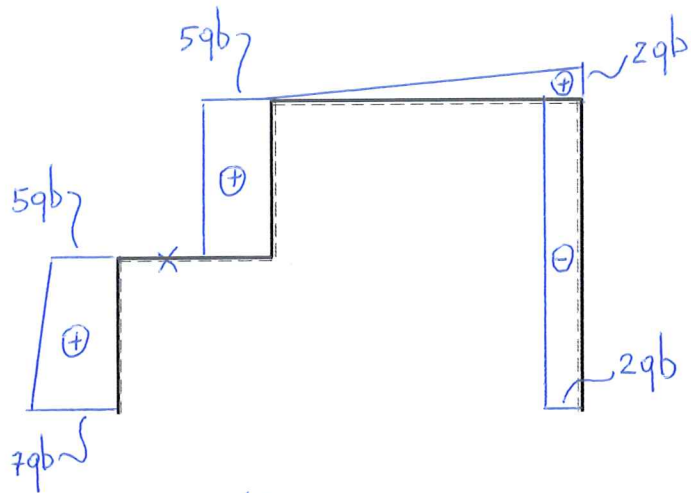
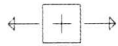
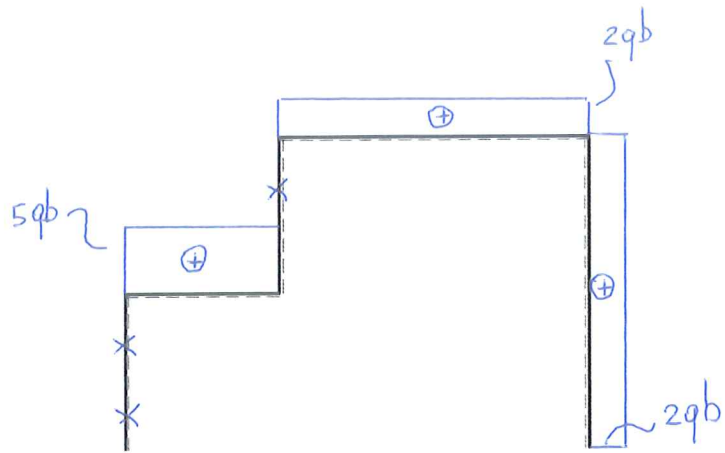
$$S_x = \frac{55}{2} a^3 = 27.5000 a^3; S_y = \frac{29}{2} a^3 = 14.5000 a^3;$$

$$x_G = \frac{29}{22} a = 1.3182 a; y_G = \frac{5}{2} a = 2.5000 a;$$

$$J_{xG} = \frac{179}{12} a^4 = 14.9167 a^4; J_{yG} = \frac{1129}{132} a^4 = 8.5530 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{179}{12} a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{1129}{132} a^4;$$



$H_A (\Rightarrow) = -7qb$	$V_A (\hat{\uparrow}) = 0$	$M_A (\hat{\curvearrowright}) = 13qb^2$	$H_F (\Rightarrow) = 2qb$	$V_F (\hat{\uparrow}) = -2qb$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = 7qb - 2qx_1$	$M_{AB} = -13qb^2 + 7qb x_1 - 9x_1^2$		
$N_{BC} = 5qb$	$T_{BC} = 0$	$M_{BC} = -7qb^2$		
$N_{CD} = 0$	$T_{CD} = 5qb$	$M_{CD} = -7qb^2 + 5qb x_3$		
$N_{DE} = 2qb$	$T_{DE} = 9x_4$	$M_{DE} = -2qb^2 + \frac{1}{2} 9x_4^2$		
$N_{FE} = 2qb$	$T_{FE} = -2qb$	$M_{FE} = -4qb^2 + 2qb x_5$		

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Esame scritto del 20.03.2026

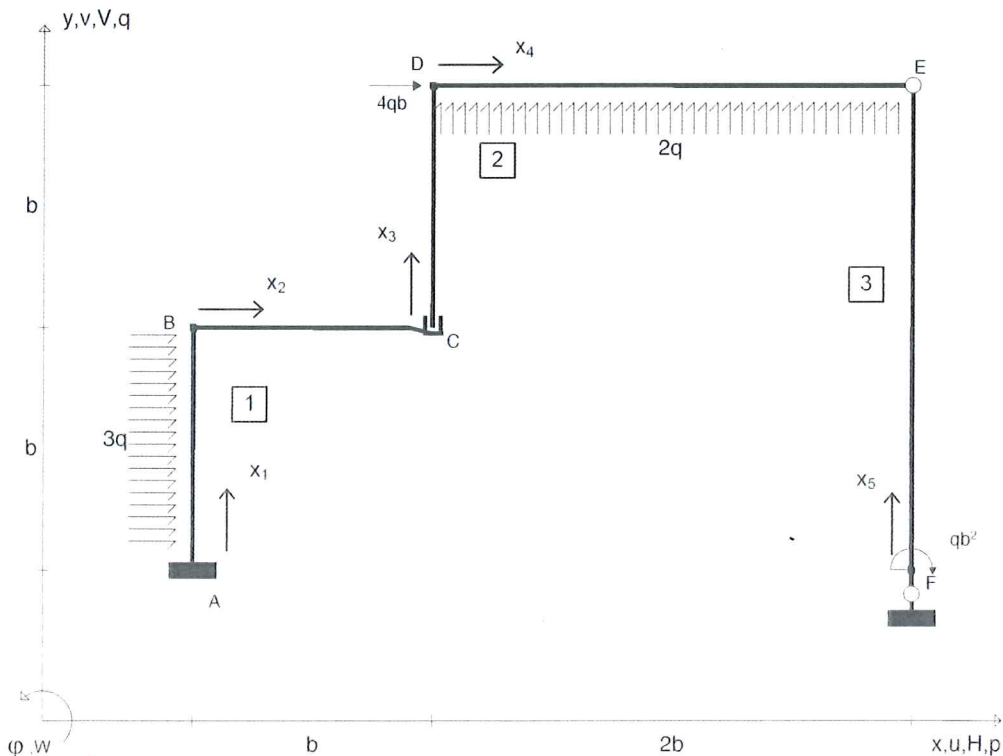
Parte 1 - Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.



Eq. ausiliarie
 $R_y^{(1)} = 0$ oppure $R_y^{(2+3)}$
 $M_{z(E)}^{(1+2)} = 0$ oppure $M_{z(E)}^{(3)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare il momento M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

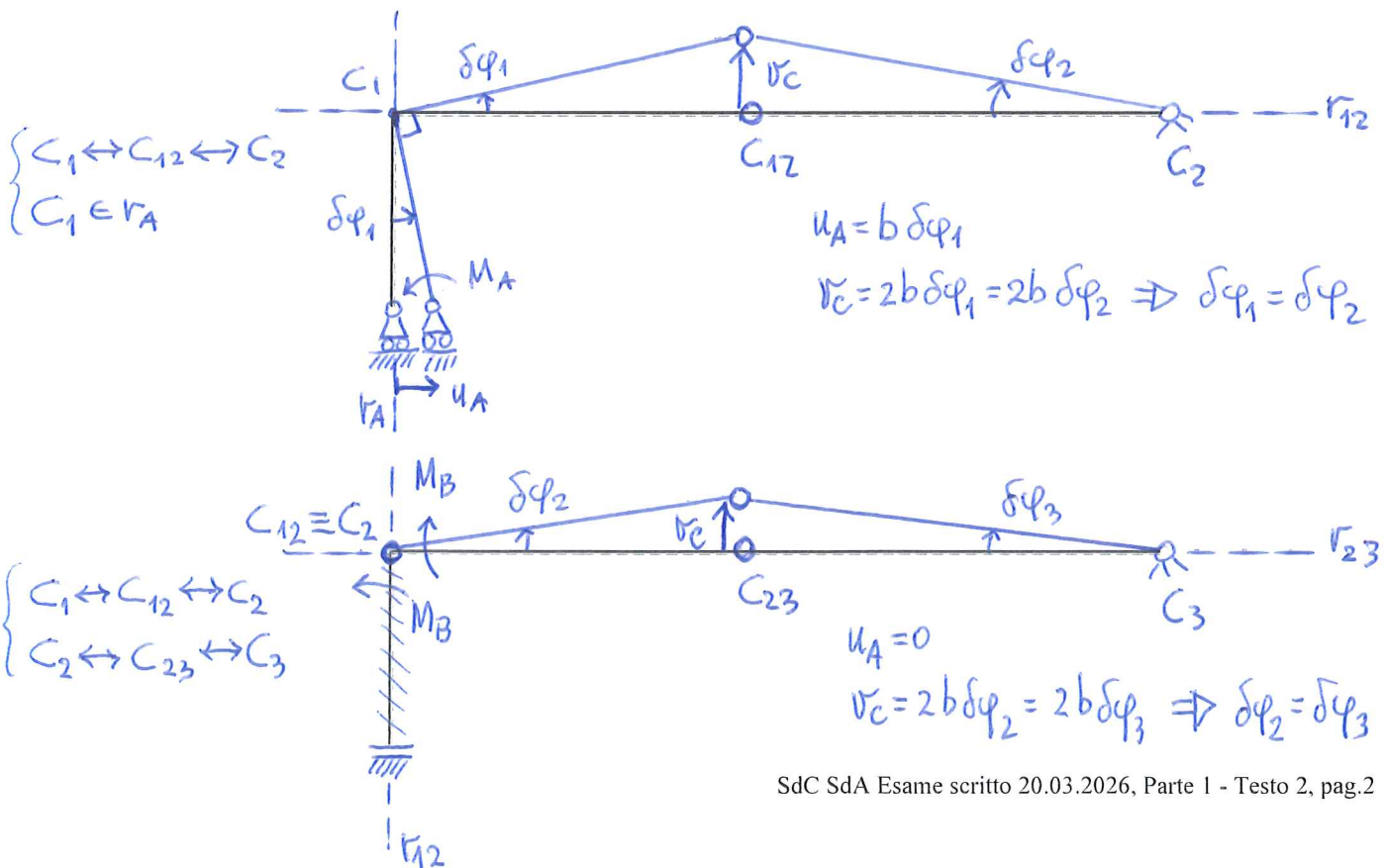
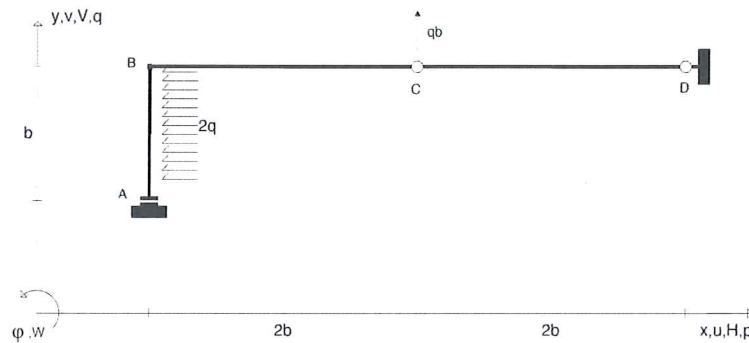
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste* AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$M_A(\varphi) = -qb^2; C_1 = (0, b); C_2 = (4b, b); C_{12} = (2b, b);$$

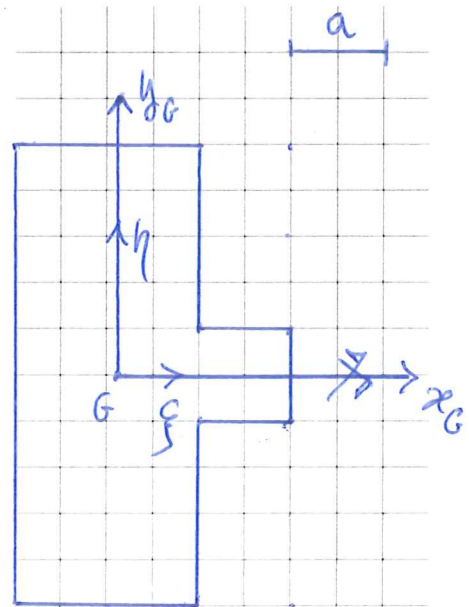
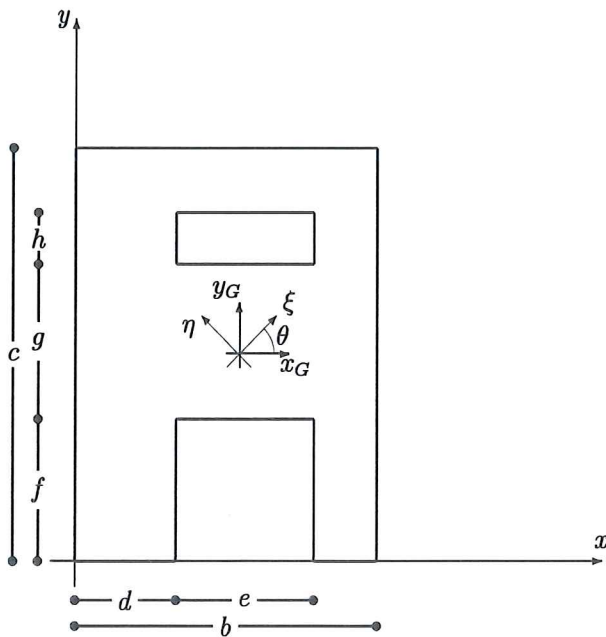
$$u_A = b\delta\varphi_1; v_C = 2b\delta\varphi_1 = 2b\delta\varphi_2;$$

$$M_B(\varphi \square \varphi) = 2qb^2; u_A = 0; v_C = 2b\delta\varphi_2 = 2b\delta\varphi_3;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 3a$; $c = 5a$; $d = 2a$; $e = a$; $f = 2a$; $g = a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



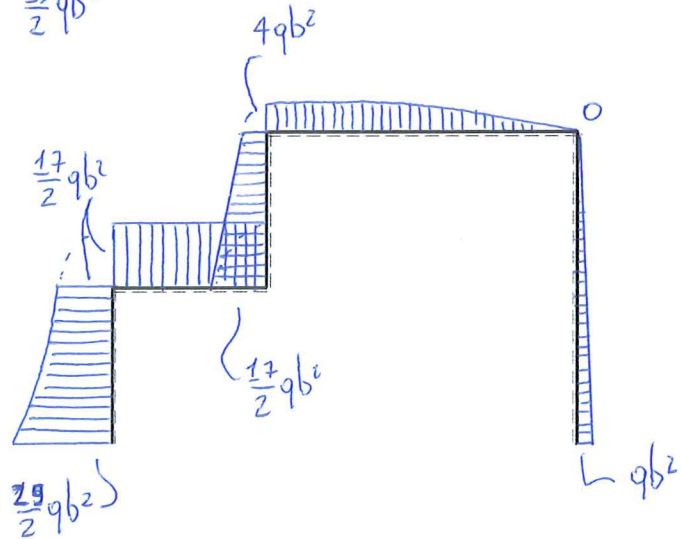
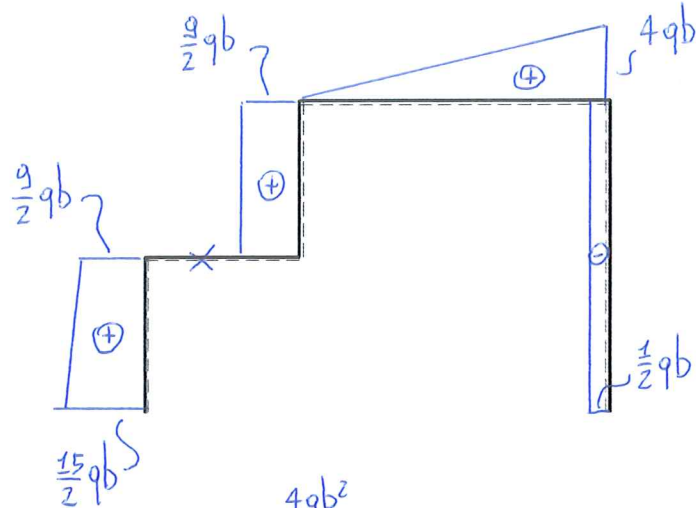
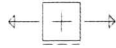
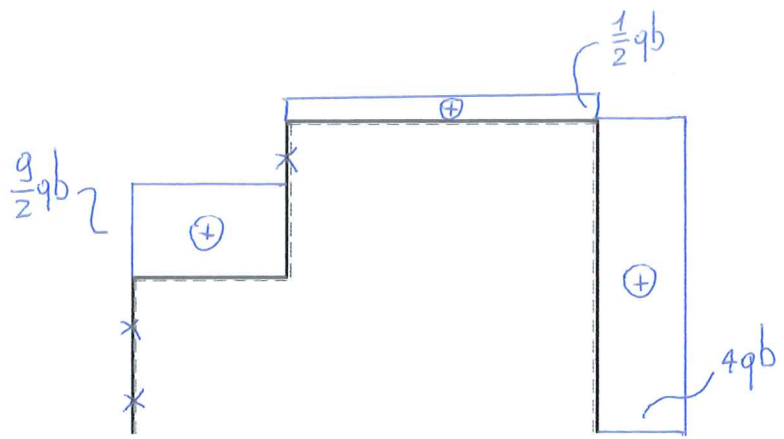
$$S_x = 55/2 a^3 = 27.5000 a^3; S_y = 25/2 a^3 = 12.5000 a^3;$$

$$x_G = 25/22 a = 1.1364 a; y_G = 5/2 a = 2.5000 a;$$

$$J_{xG} = 251/12 a^4 = 20.9167 a^4; J_{yG} = 721/132 a^4 = 5.4621 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = 251/12 a^4; J_\eta = J_{\min} = 721/132 a^4;$$



$H_A (\Rightarrow) = -\frac{15}{2} qb$	$V_A (\hat{U}) = 0$	$M_A (\hat{x}) = \frac{29}{2} qb^2$	$H_F (\Rightarrow) = \frac{1}{2} qb$	$V_F (\hat{U}) = -4 qb$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = \frac{15}{2} qb - 3qx_1$	$M_{AB} = -\frac{29}{2} qb^2 + \frac{15}{2} qbx_1 - \frac{3}{2} qx_1^2$		
$N_{BC} = \frac{9}{2} qb$	$T_{BC} = 0$	$M_{BC} = -\frac{17}{2} qb^2$		
$N_{CD} = 0$	$T_{CD} = \frac{9}{2} qb$	$M_{CD} = -\frac{17}{2} qb^2 + \frac{9}{2} qbx_3$		
$N_{DE} = \frac{1}{2} qb$	$T_{DE} = 2qx_4$	$M_{DE} = -4qb^2 + qx_4^2$		
$N_{FE} = 4 qb$	$T_{FE} = -\frac{1}{2} qb$	$M_{FE} = -qb^2 + \frac{1}{2} qbx_5$		

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Esame scritto del 20.03.2026

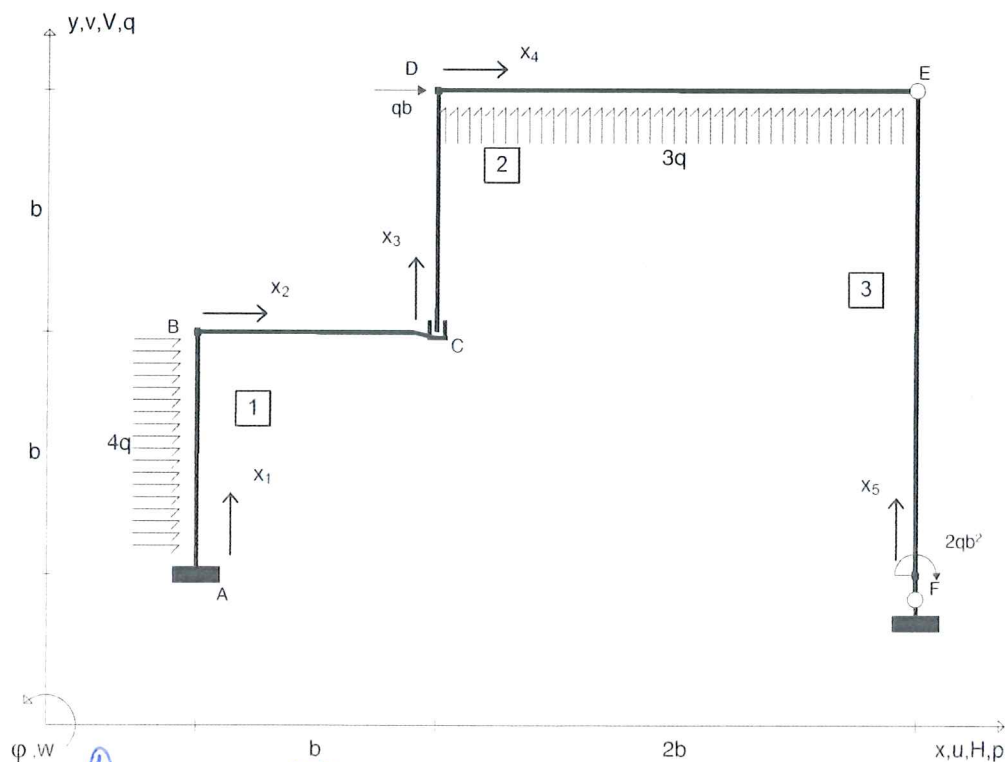
Parte 1 - Testo 3

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:..... e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.



Eq. ausiliarie

$$R_y^{(1)} = 0 \text{ oppure } R_y^{(2+3)} = 0$$

$$M_z^{(1+2)} = 0 \text{ oppure } M_z^{(3)} = 0$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare il momento M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

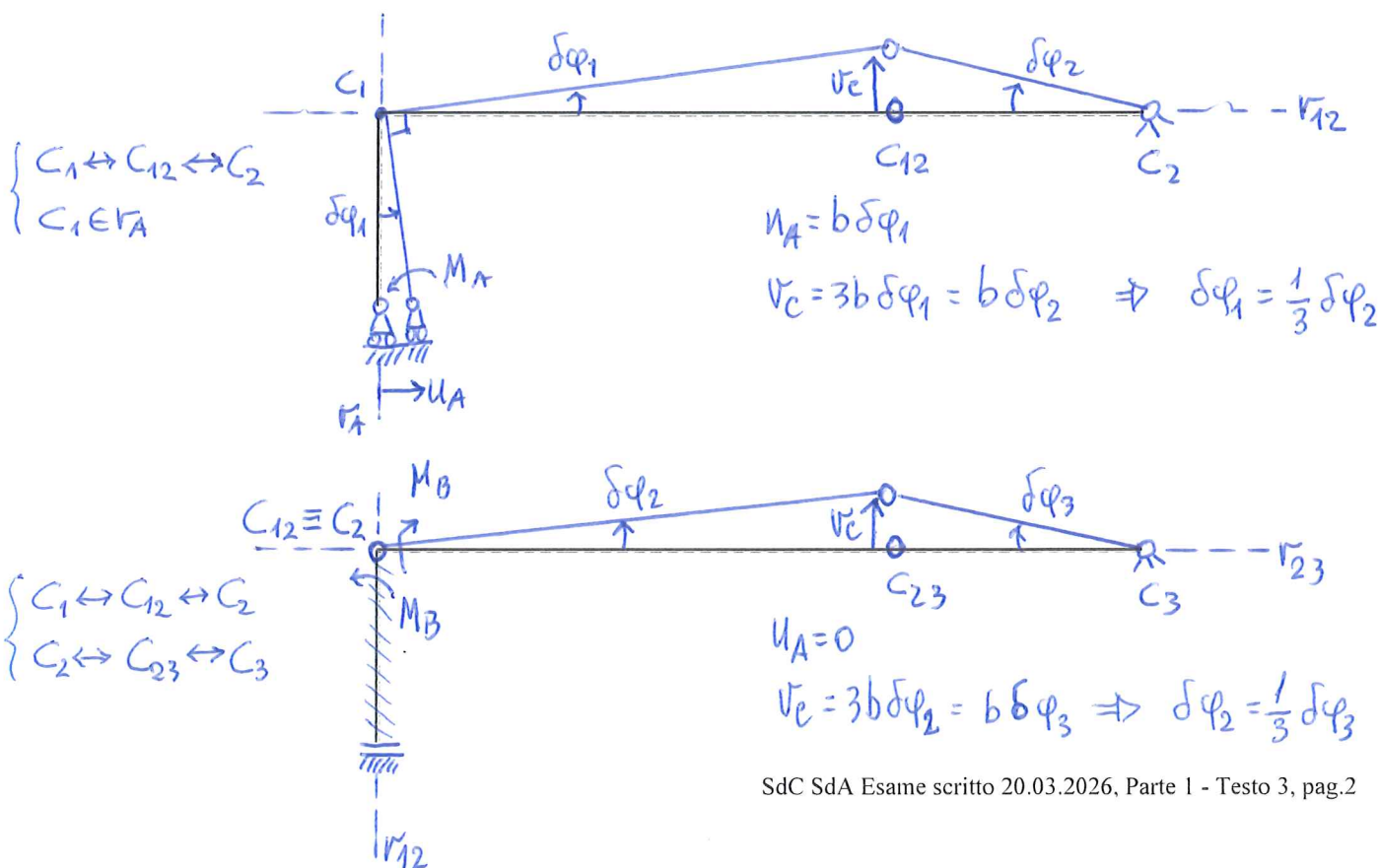
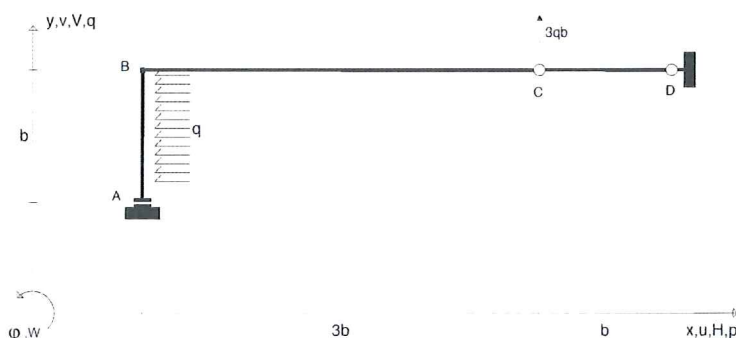
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CD), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CD) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$M_A(\hat{\varphi}) = \dots\dots\dots; C_1 = (\dots\dots\dots); C_2 = (\dots\dots\dots); C_{12} = (\dots\dots\dots);$$

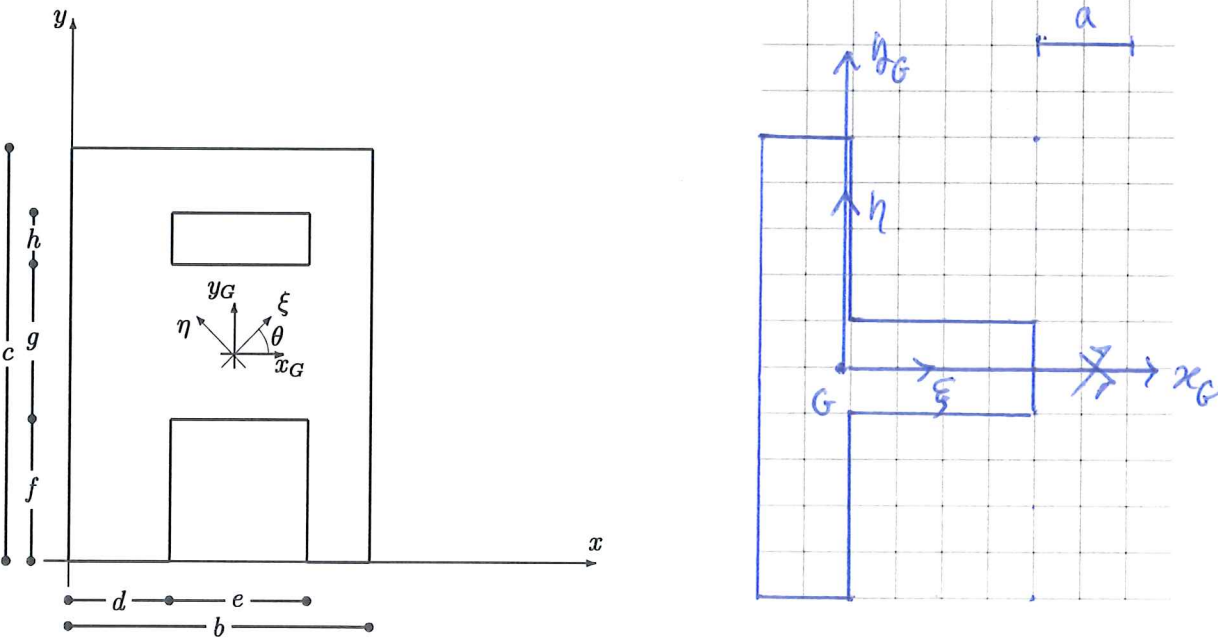
$$u_A = \dots\dots\dots; v_C = \dots\dots\dots;$$

$$M_B(\hat{\varphi} \square \hat{\varphi}_\xi) = \dots\dots\dots; u_A = \dots\dots\dots; v_C = \dots\dots\dots;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 3a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = 2a$; $f = 2a$; $g = a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



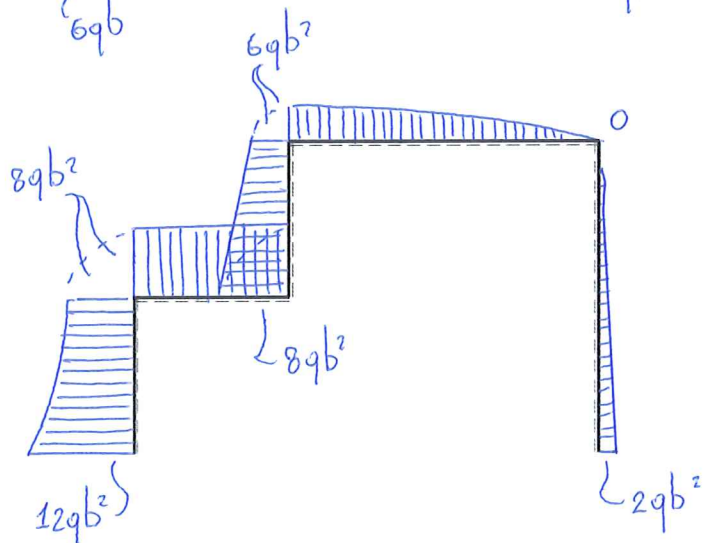
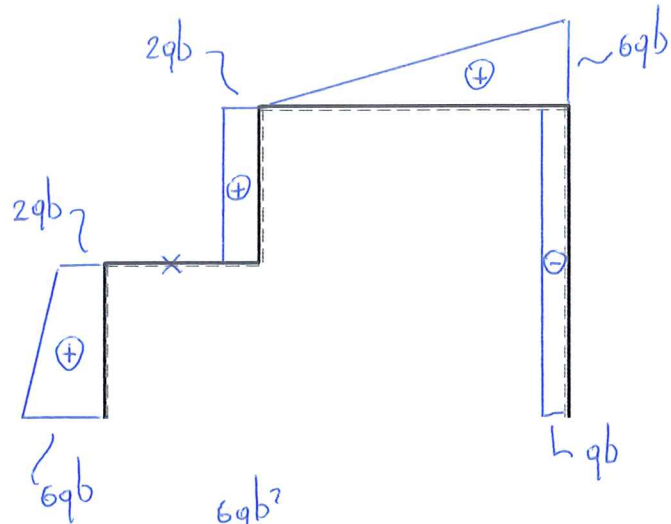
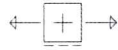
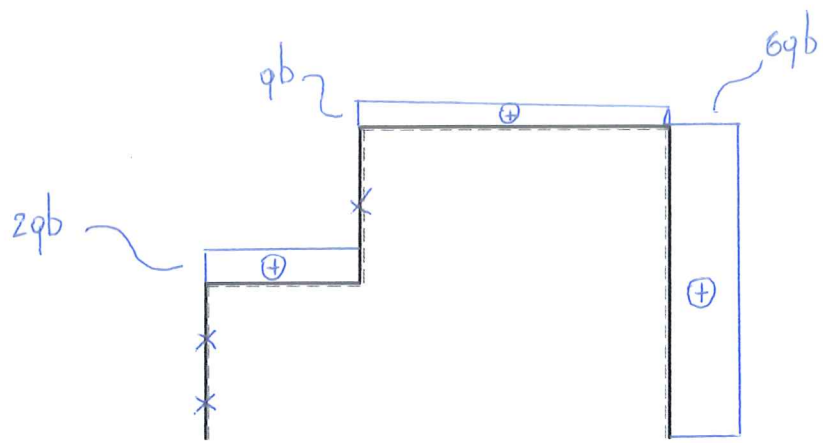
$$S_x = \dots\dots\dots; S_y = \dots\dots\dots;$$

$$x_G = \dots\dots\dots; y_G = \dots\dots\dots;$$

$$J_{xG} = \dots\dots\dots; J_{yG} = \dots\dots\dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots\dots\dots; \tan 2\theta = \dots\dots\dots;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots\dots\dots; J_\eta = J_{\min} = \dots\dots\dots;$$



$H_A (\Rightarrow) = -6qb$	$V_A (\hat{U}) = 0$	$M_A (\hat{Z}) = 12qb^2$	$H_F (\Rightarrow) = qb$	$V_F (\hat{U}) = -6qb$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = 6qb - 4qx_1$	$M_{AB} = -12qb^2 + 6qb x_1 - 2q x_1^2$		
$N_{BC} = 2qb$	$T_{BC} = 0$	$M_{BC} = -8qb^2$		
$N_{CD} = 0$	$T_{CD} = 2qb$	$M_{CD} = -8qb^2 + 2qb x_3$		
$N_{DE} = qb$	$T_{DE} = 3qx_4$	$M_{DE} = -6qb^2 + \frac{3}{2} q x_4^2$		
$N_{FE} = 6qb$	$T_{FE} = -9b$	$M_{FE} = -2qb^2 + qb x_5$		