

Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio

Corso Integrato di Scienza e Tecnica delle Costruzioni

Modulo di **Tecnica delle Costruzioni**

A.A. 2025-2026
2° semestre

CFU 8

Docente

Marco Zucca

ANALISI DEI SISTEMI STRUTTURALI



POLITECNICO

MILANO 1863

Scuola Master Fratelli Pesenti



Università degli Studi di Cagliari

DICAAR

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, AMBIENTALE E ARCHITETTURA

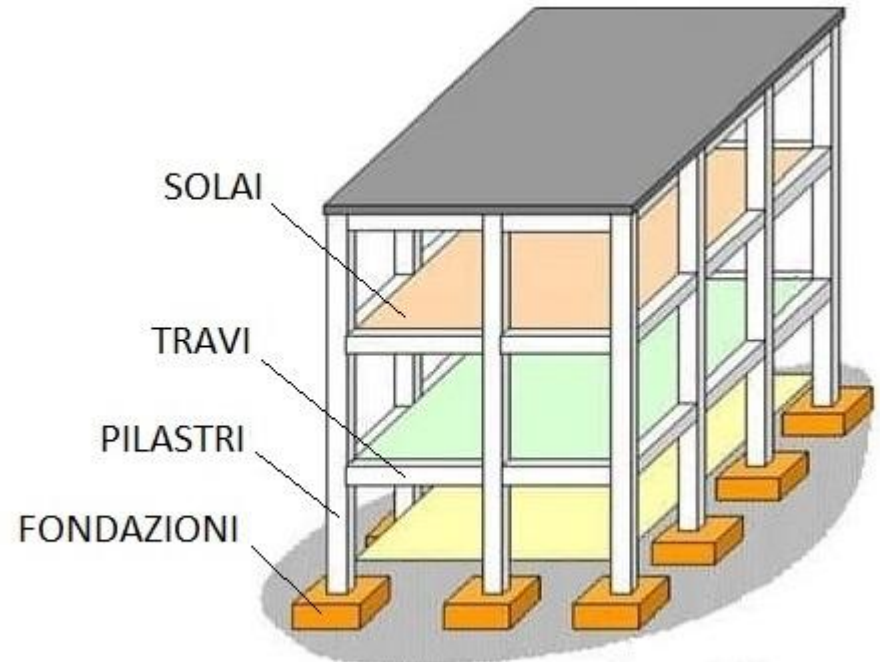
Riferimento bibliografici

- **E. Pozzo “Teoria e Tecnica delle Strutture” vol. I, cap. 2 e 4** da pag 25 a pag 36, da pag 40 a pag 59, da pag 101 a pag 130

Le strutture intelaiate

La struttura portante delle costruzioni in calcestruzzo armato, acciaio e legno è un sistema elastico spaziale ad **elevato grado di iperstaticità**, costituito da un elevato numero di elementi ad asse rettilineo o curvilineo, a sezione costante o variabile, collegati mutuamente da nodi incastro o cerniera e vincolate esternamente in maniera del tutto arbitraria.

Le strutture intelaiate



Il grado di iperstaticità n di una struttura intelaiata nello spazio può essere valutato dalla relazione:

$$n = 6 \cdot (a - r)$$

dove

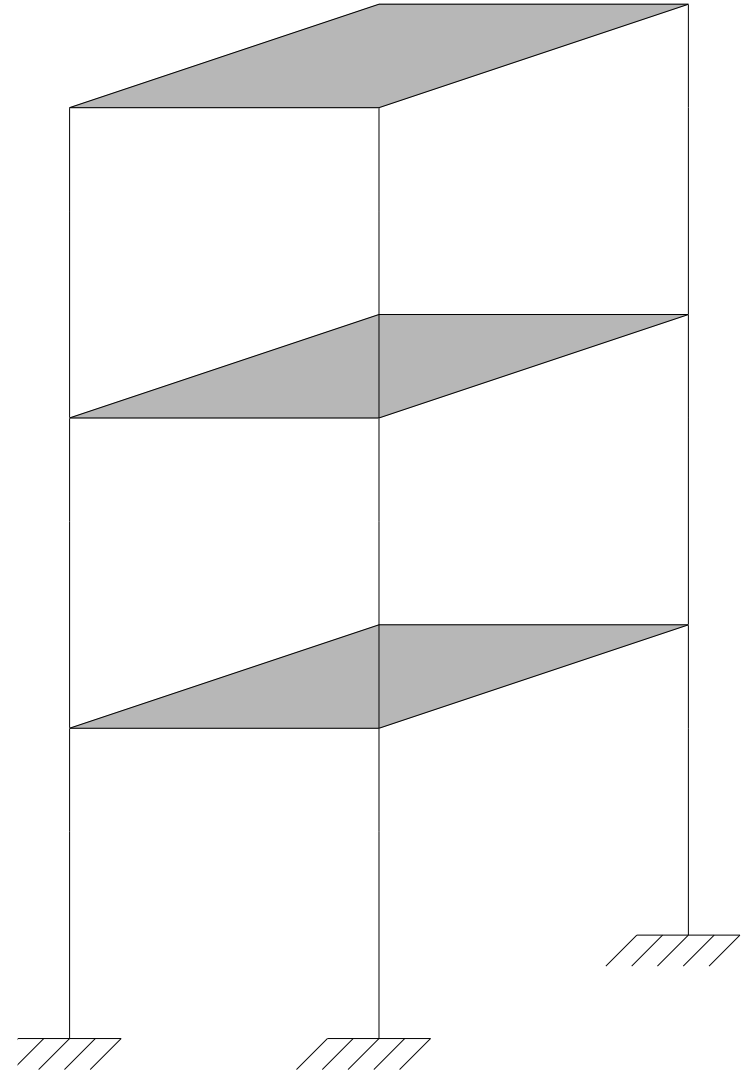
a è il numero di aste;

r è il numero dei nodi interni.

Le strutture intelaiate

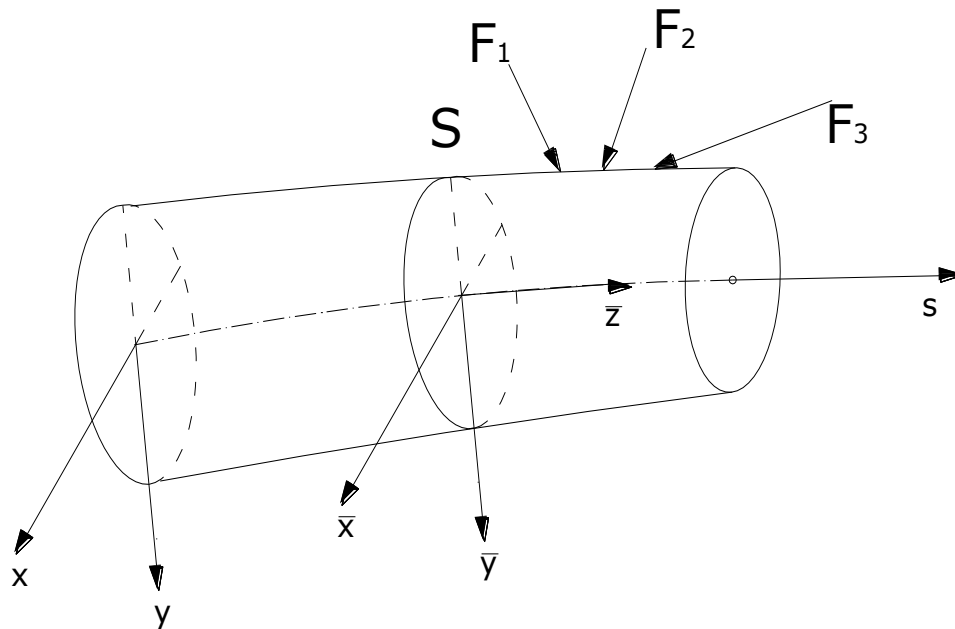
Il semplice esempio del telaio, incastrato alla base, a tre piani con numero di aste $a = 24$ e numero di nodi interni $r = 12$, risulta essere $n = 72$ volte iperstatico.

Il numero delle incognite iperstatiche risulta così elevato che conviene abbandonare i metodi classici di risoluzione e ricorrere a metodi specifici di maggiore snellezza e minore laboriosità.

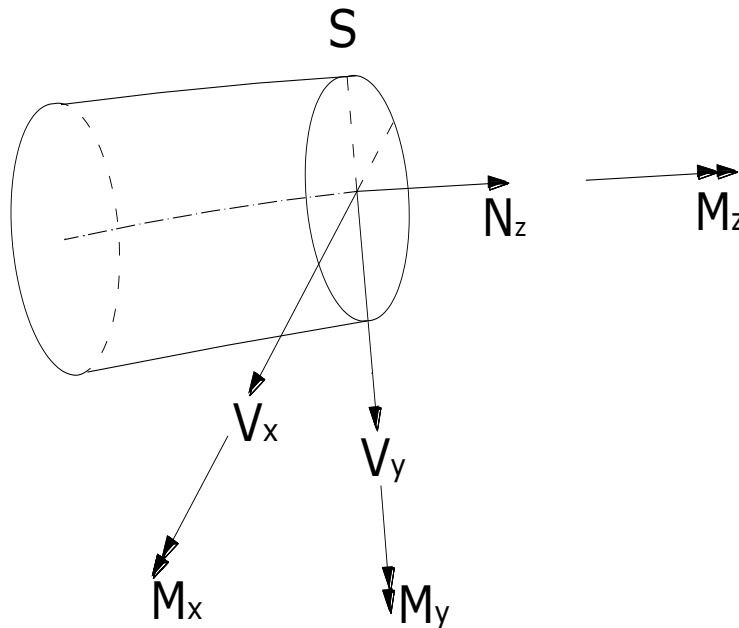


Richiami della teoria delle travi

Se si considera la generica trave isolata dal complesso elastico, dalla teoria classica di **De Saint Venant**, per ogni sezione possono essere definiti **sei parametri di forza** (caratteristiche della sollecitazione) e **sei parametri di spostamento** (caratteristiche del movimento).

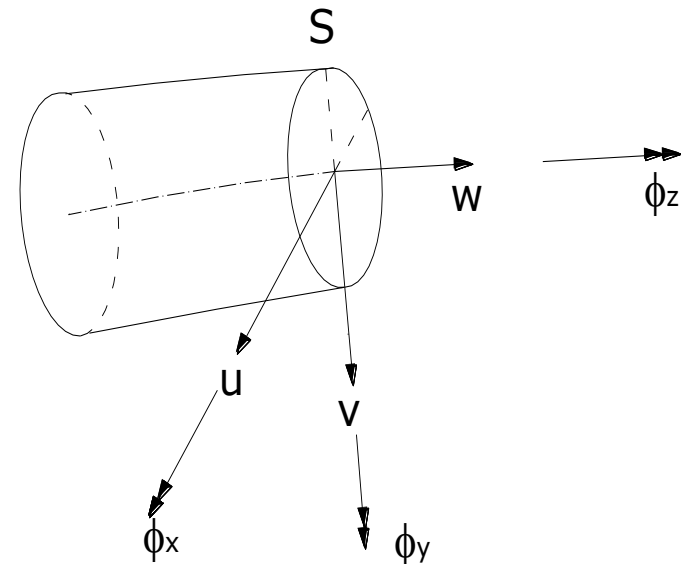


Richiami della teoria delle travi



$$\begin{aligned} &V_x(s), V_y(s), N_z(s) \\ &M_x(s), M_y(s), M_z(s) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &u(s), v(s), w(s) \\ &\Phi_x(s), \Phi_y(s), \Phi_z(s) \end{aligned}$$



Richiami della teoria delle travi

Fra i parametri di forza e di spostamento sussistono le relazioni differenziali (soluzione di De Saint Venant).

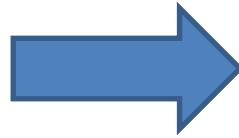
$$\frac{dw}{ds} = \frac{N_z}{EA} \quad \frac{d^2v}{ds^2} = -\frac{M_x}{EJ_x} \quad \frac{d^2u}{ds^2} = \frac{M_y}{EJ_y}$$

$$\frac{d\varphi_z}{ds} = \frac{q}{GJ_y} (M_z + V_x \cdot y_0 - V_y \cdot x_0)$$

Sono state trascurate le deformazioni provocate dagli sforzi taglienti, perché trascurabili nelle aste snelle.

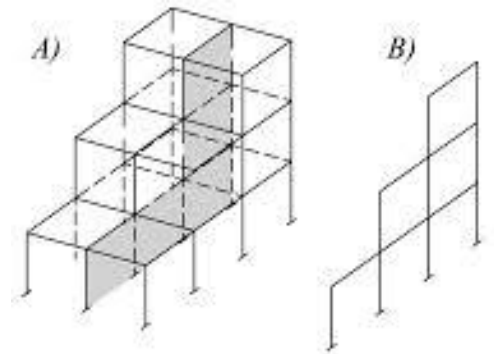
Per semplicità di calcolo

Le strutture
intelaiate spaziali



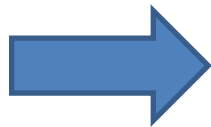
Strutture
intelaiate piane

- Il telaio piano è un insieme di aste, mutuamente collegate con nodi incastro o cerniera e comunque vincolate all'esterno.
- L'asse geometrico delle aste giace nello stesso piano delle forze sollecitanti.
- L'asse geometrico delle aste, a deformazione avvenuta, deve essere contenuto nello stesso piano.
- Non possono essere considerati effetti torcenti.

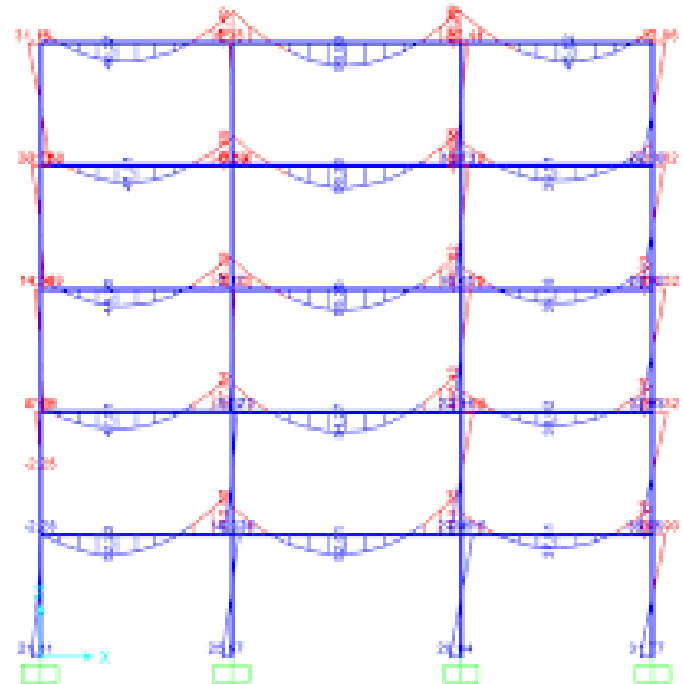


Le relazioni differenziali nel piano si semplificano:

$$\frac{dw}{ds} = \frac{N_z}{EA} \quad \frac{d^2v}{ds^2} = -\frac{M_x}{EJ_x}$$



strutture intelaiate piane

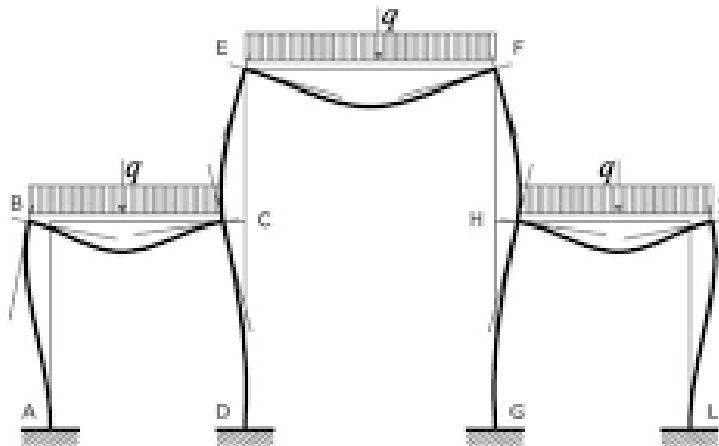


Metodi classici per la risoluzioni di strutture iperstatiche

- *METODO DELLE FORZE: incognite le reazioni dei vincoli sovrabbondanti.*
- *METODO DELLE DEFORMAZIONI: incognite i movimenti (traslazioni e rotazioni).*

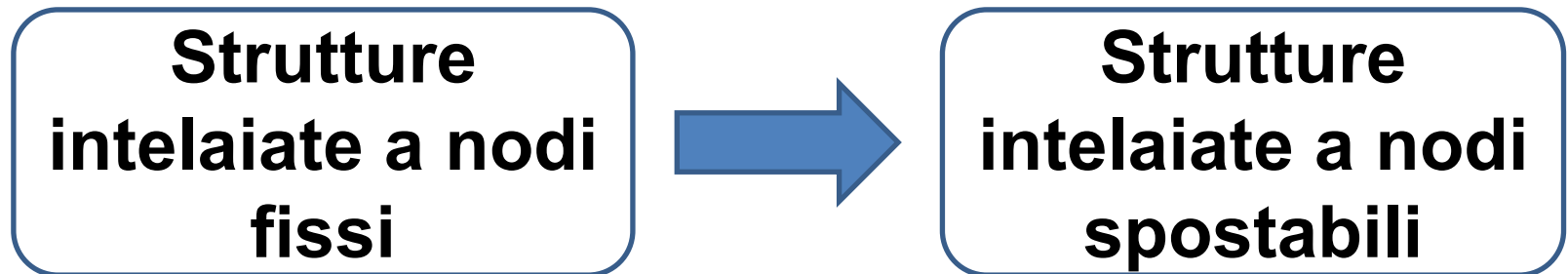
Metodo delle deformazioni

- Il metodo delle deformazioni è un metodo di risoluzione delle strutture iperstatiche.
- Il metodo delle deformazioni è duale al metodo delle forze.
- Le **incognite** coincidono con i **movimenti** (spostamenti o rotazioni) dei **nodi interni**.
- Tali **incognite sono cinematicamente indeterminate**, cioè tutti i movimenti ipotizzati sono congruenti, ma una **sola configurazione deformata è in equilibrio**.



Metodo delle deformazioni

- Il **calcolo delle incognite** è ottenuto imponendo **l'equilibrio in corrispondenza dei nodi interni**.
- Occorre **individuare i movimenti** che possono effettuare **i nodi interni** della struttura.



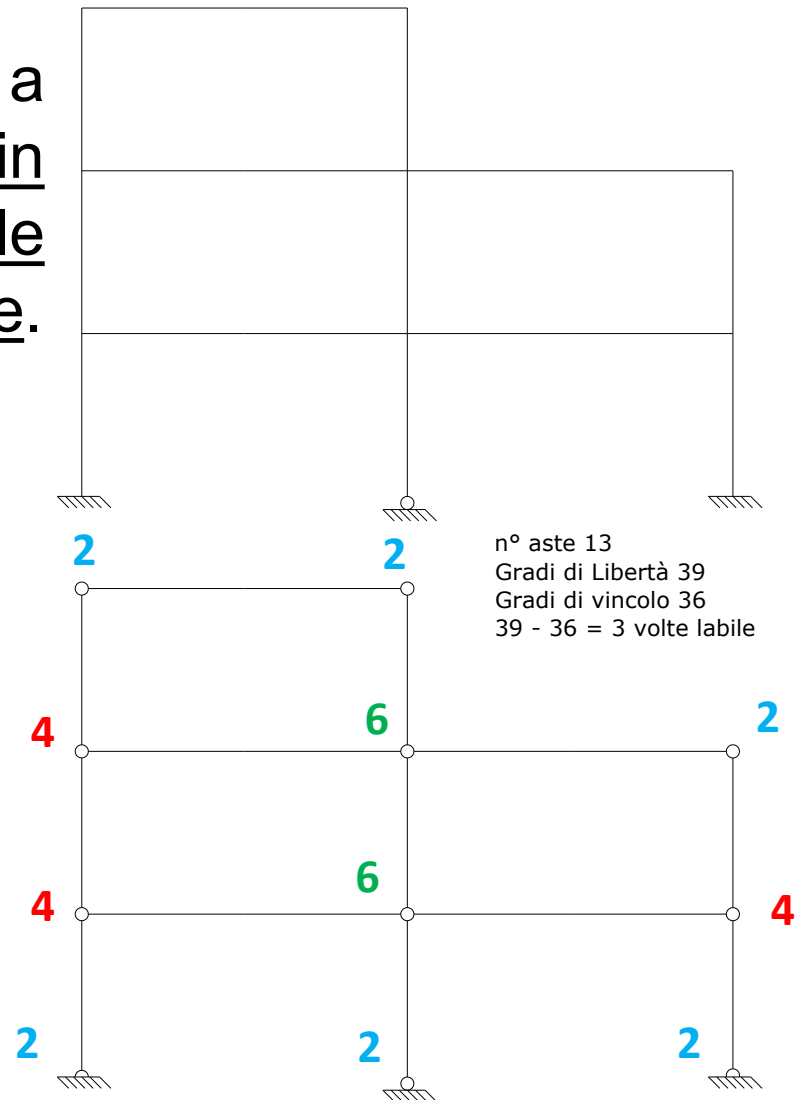
Le strutture intelaiate piane

Per **valutare** se una struttura è a **nodi spostabili** occorre sostituire in tutti i nodi, interni ed esterni, delle cerniere e valutare se diventa labile.

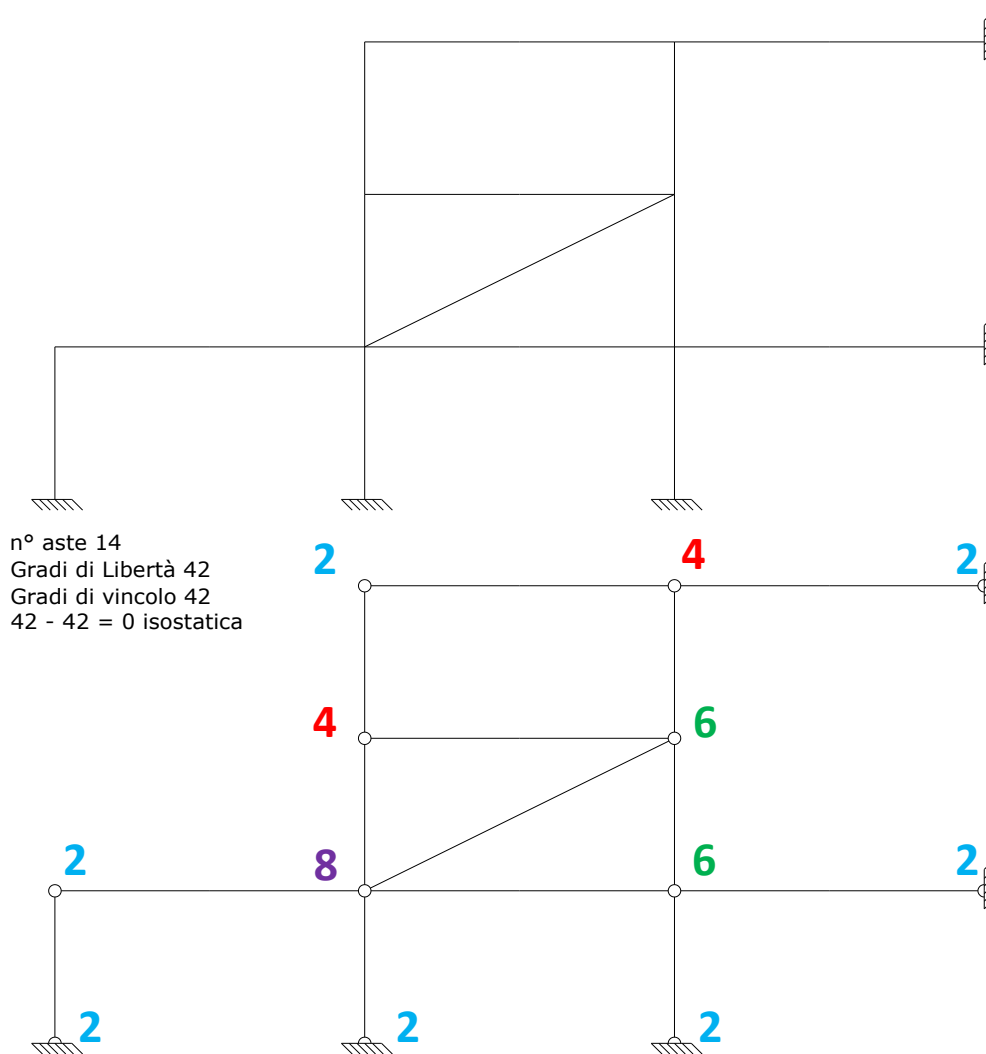
2 aste che convergono in una cerniera hanno **2 gradi di vincolo**

3 aste che convergono in una cerniera hanno **4 gradi di vincolo**

4 aste che convergono in una cerniera hanno **6 gradi di vincolo**



Le strutture intelaiate piane



***Prima di procedere ad applicare il
Metodo delle Deformazioni***

***Definiamo per ciascuna asta che
componete il telaio iperstatico***

***i Coefficienti di Flessibilità e di
Rigidezza***