Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura

Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Prova scritta in aula del 10.02.2026

Parte II - Testo 1

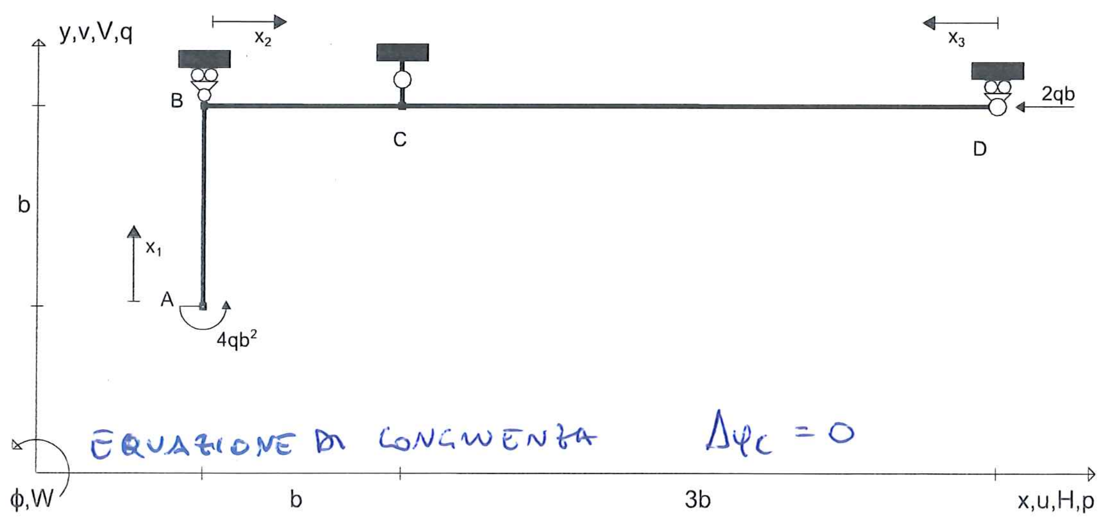
Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:...................................... e-mail:........................ Matricola:.......

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C, M_C.
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Calcolare infine, riapplicando il PLV, la rotazione del punto D, φ_D.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari — SdC_SdA 2 10.02.26*001

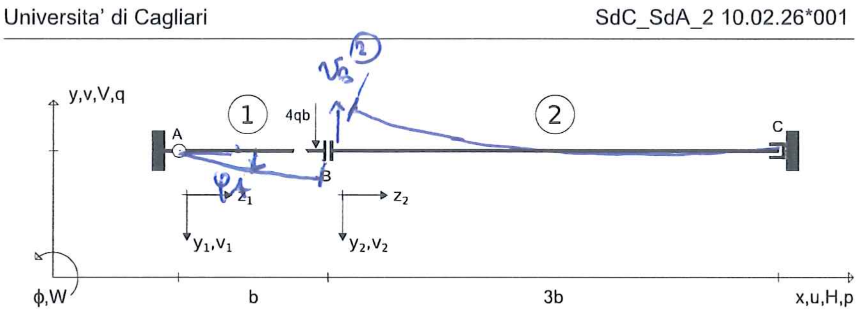


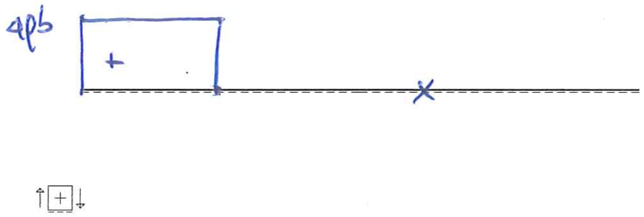
EQUAZIONE DI CONGRUENZA $\Delta\varphi_C = 0$

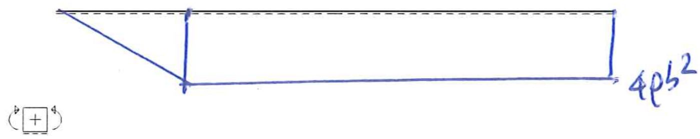
Esercizio n. 2 (7 punti)

Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A, B e C.
Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto B relativo al corpo 2, $v_B^{(2)}$;
4. La rotazione del punto A, φ_A.







H_A (⇨) = 0; V_A (⇧) = $4qb$; V_C (⇧) = 0; M_C = $4qb^2$;

N_{AB} = //; T_{AB} = $4qb$; M_{AB} = $4qb\,z_1$;

N_{BC} = //; T_{BC} = //; M_{BC} = $4qb^2$;

c.c in A = $v_1(z_1=0)=0$; c.c in B = $v_1'(z_1=b)=v_2'(z_2=0)$;

c.c in C = $v_2(z_2=3b)=0$; $v_2'(z_2=3b)=0$;

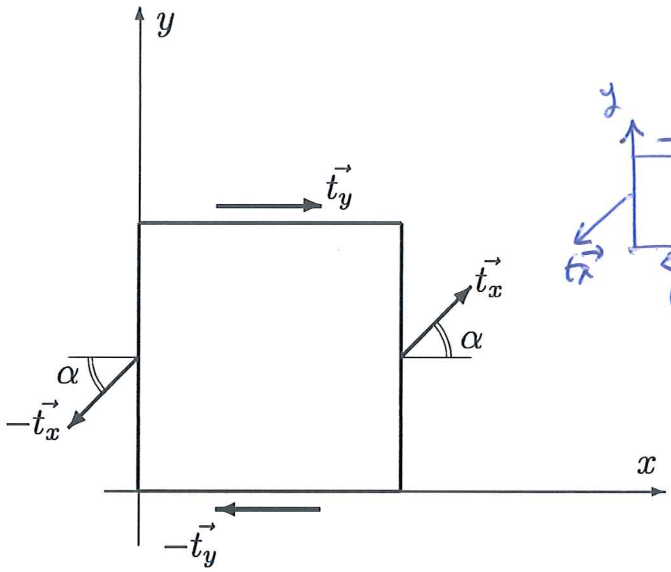
$v_1(z_1)$ = $-\frac{2qb}{3EJ}z_1^3+\frac{14qb^3}{EJ}z_1$; $v_1'(z_1)$ = $-\frac{2qb}{EJ}z_1^2+\frac{14qb^3}{EJ}$;

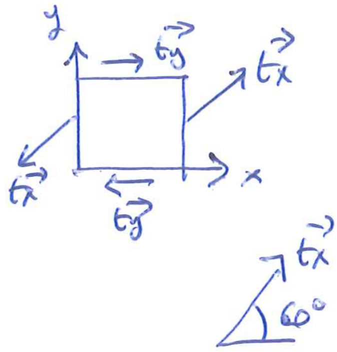
$v_2(z_2)$ = $-\frac{2qb^2}{EJ}z_2^2+\frac{12qb^3}{EJ}z_2-\frac{18qb^4}{EJ}$; $v_2'(z_2)$ = $-\frac{4qb^2}{EJ}z_2+\frac{12qb^3}{EJ}$;

$v_B^{(2)}$ = $-\frac{18qb^4}{EJ}$ (↑); φ_A = $\frac{14qb^3}{EJ}$ (↻);

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) t_x e t_y rispettivamente; di questi t_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 60°$ (sicché: $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos\alpha = \frac{1}{2}$;) e ha modulo di valore $|t_x| = 15$ MPa. L'altro vettore sforzo, t_y, è invece *orizzontale* (ma di verso non specificato!), come indicato in Figura.
Si chiede di determinare le componenti σ_x, σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2, e la massima tensione tangenziale, τ_{max}.
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1.

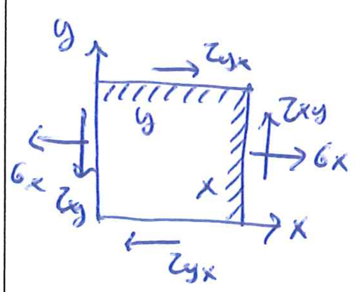




σ_x = 7,500 (MPa); σ_y = 0,000 (MPa); τ_{xy} = 12,990 (MPa);

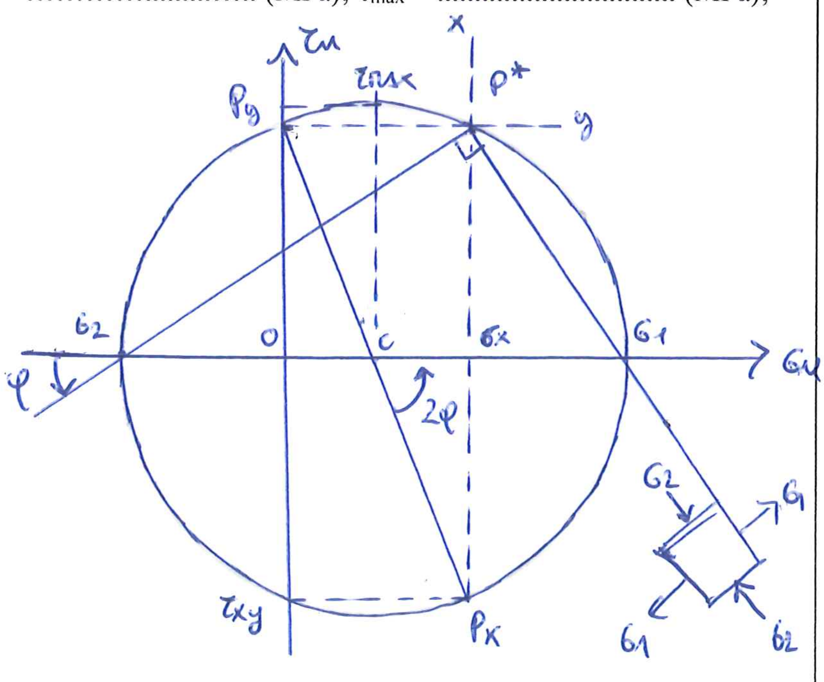
σ_1 = 17,271 (MPa); σ_2 = -9,771 (MPa); τ_{max} = 13,521 (MPa);

cerchio di Mohr:

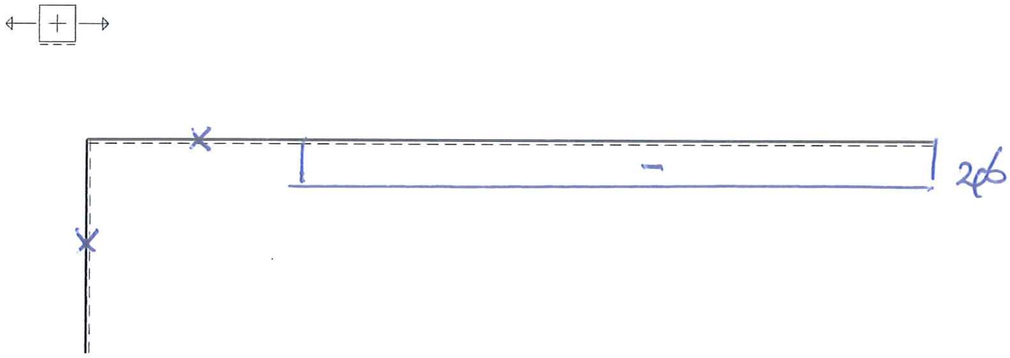


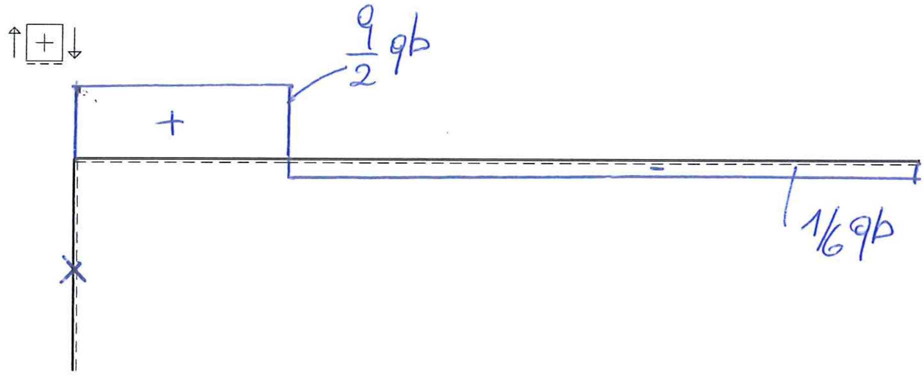
$P_x = (7{,}500; -12{,}990)$

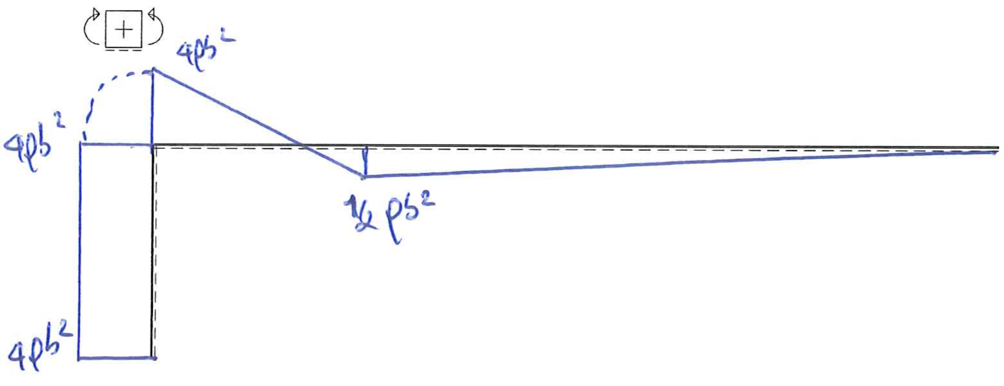
$P_y = (0{,}000; +12{,}990)$



φ = 36,94 (°);







V_B (⇧) = $9/2\, qb$; H_C (⇨) = $2qb$; V_C (⇧) = $-14/3\, qb$; V_D (⇧) = $1/6\, qb$; M_C ($\circlearrowright$ □ $\circlearrowleft$) = $1/2\, qb^2$;

N_{AB} = // ; T_{AB} = // ; M_{AB} = $-4qb^2$;

N_{BC} = / ; T_{BC} = $9/2\, qb$; M_{BC} = $-4qb^2 + 9/2\, qb\, x_2$;

N_{DC} = $-2qb$; T_{DC} = $-1/6\, qb$; M_{DC} = $1/6\, qb\, x_3$;

φ_D = $qb^3/4EJ$ ( );

Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura

Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Prova scritta in aula del 10.02.2026

Parte II - Testo 2

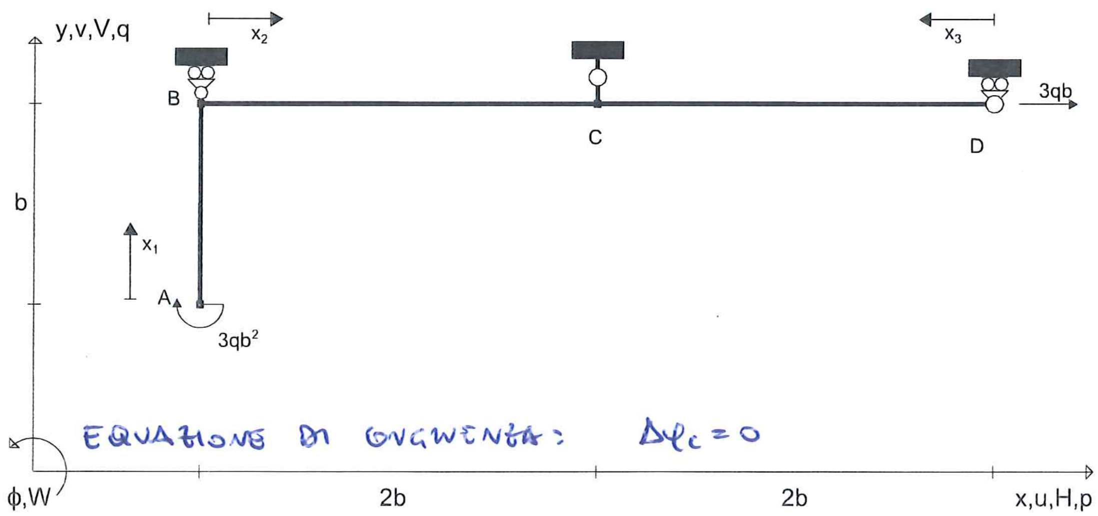
Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.................................... e-mail:...................... Matricola:.......

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C, M_C.
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Calcolare infine, riapplicando il PLV, la rotazione del punto D, φ_D.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari SdC_SdA 2 10.02.26*002

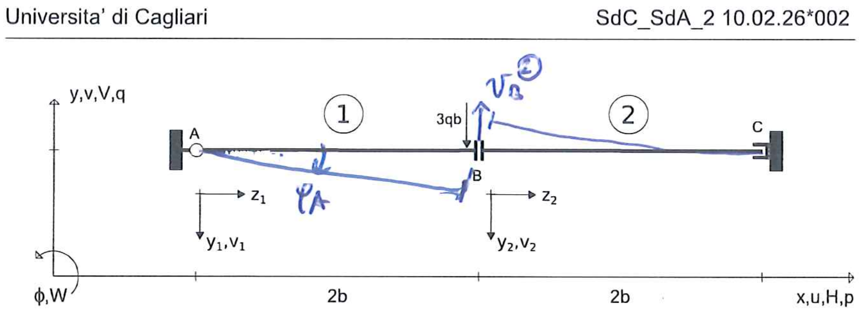


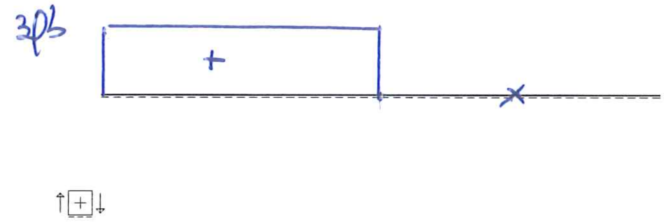
EQUAZIONE DI CONGRUENZA: $\Delta\varphi_C = 0$

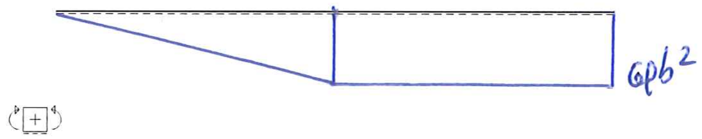
Esercizio n. 2 (7 punti)

Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A, B e C.
Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto B relativo al corpo 2, $v_B^{(2)}$;
4. La rotazione del punto A, φ_A.







H_A (⇨) = 0; V_A (⇧) = 3pb; V_C (⇧) = 0; M_C = $6pb^2$;

N_{AB} = //; T_{AB} = 3pb; M_{AB} = $3pb\,z_1$;

N_{BC} = //; T_{BC} = //; M_{BC} = $6pb^2$;

c.c in A = $v_1(z_1=0)=0$; c.c in B = $v_1'(z_1=2b) = v_2'(z_2=0)$;

c.c in C = $v_2(z_2=2b)=0$; $v_2'(z_2=2b)=0$;

$v_1(z_1)$ = $-\frac{pb}{2EJ} z_1^3 + \frac{18pb^3}{EJ} z_1$; $v_1'(z_1)$ = $-\frac{3pb}{2EJ} z_1^2 + \frac{18pb^3}{EJ}$;

$v_2(z_2)$ = $-\frac{3pb^2}{EJ} z_2^2 + \frac{12pb^3}{EJ} z_2 - \frac{12pb^4}{EJ}$; $v_2'(z_2)$ = $-\frac{6pb^2}{EJ} z_2 + \frac{12pb^3}{EJ}$;

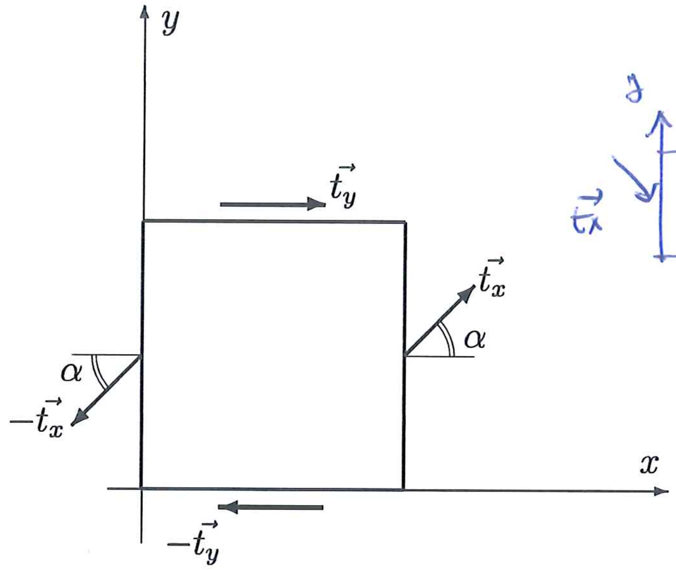
$v_B^{(2)}$ = $-\frac{12pb^4}{EJ}$ (↑); φ_A = $\frac{18pb^3}{EJ}$ (↻);

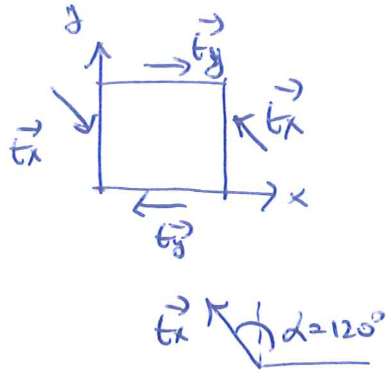
Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) t_x e t_y rispettivamente; di questi t_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 120°$ (sicché: $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\cos\alpha = -\frac{1}{2}$;) e ha modulo di valore $|t_x| = 15$ MPa. L'altro vettore sforzo, t_y, è invece *orizzontale* (ma di verso non specificato!), come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x, σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2, e la massima tensione tangenziale, τ_{max}.

Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1.

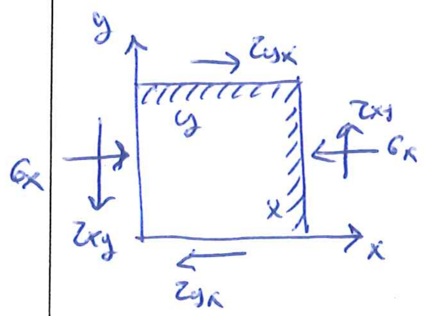


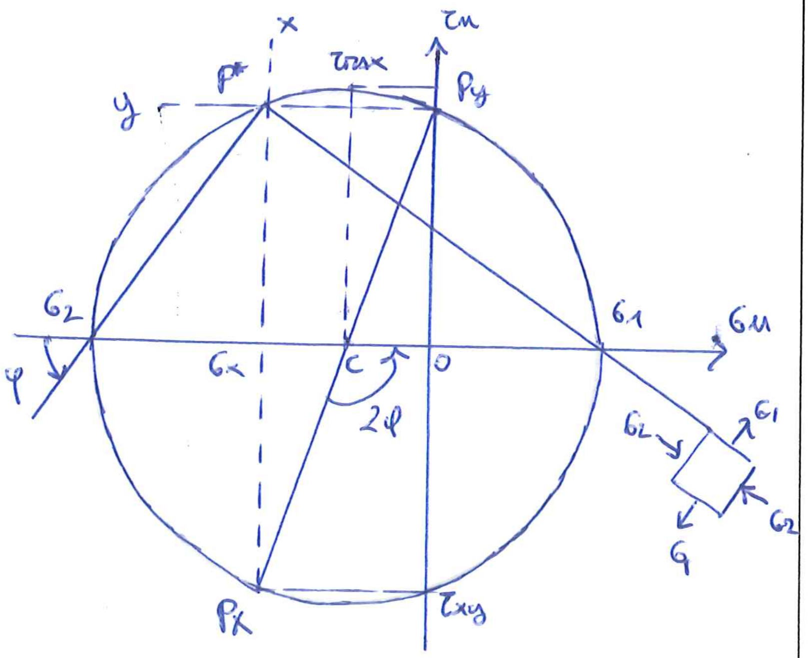


σ_x = -7,500 (MPa); σ_y = 0,000 (MPa); τ_{xy} = 12,990 (MPa);

σ_1 = 9,771 (MPa); σ_2 = -17,271 (MPa); τ_{max} = 13,521 (MPa);

cerchio di Mohr:

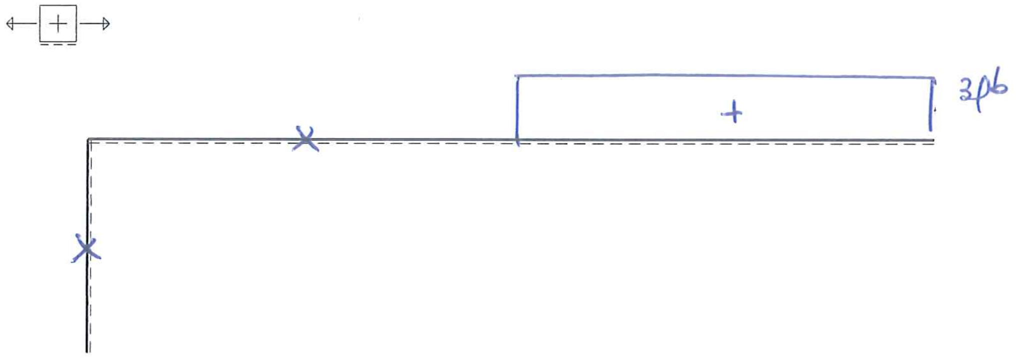


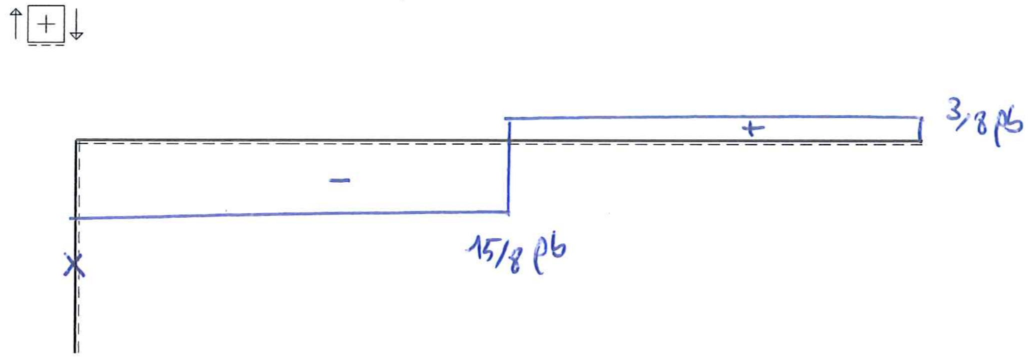


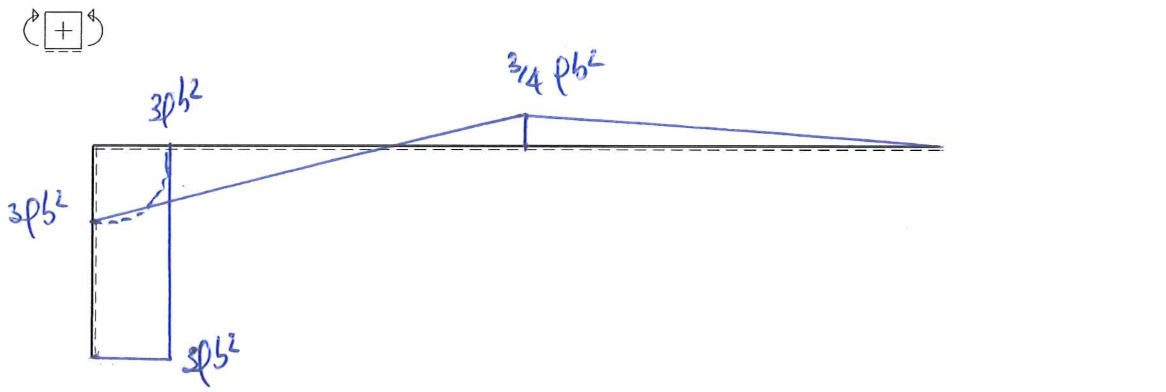
$P_x = (-7,500; -12,990)$

$P_y = (0,000; +12,990)$

φ = 53,05 (°);







V_B (⇧) = $-15/8\ pb$; H_C (⇨) = $-3pb$; V_C (⇧) = $3/4\ pb$; V_D (⇧) = $-3/8\ pb$; M_C = $-3/4\ pb^2$;

N_{AB} = × ; T_{AB} = × ; M_{AB} = $3pb^2$;

N_{BC} = × ; T_{BC} = $-15/8\ pb$; M_{BC} = $3pb^2 - 15/8\ pb\,x_2$;

N_{DC} = $3pb$; T_{DC} = $3/8\ pb$; M_{DC} = $-3/8\ pb\,x_3$;

φ_D = $-pb^3/4EJ$ (↻);

Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura

Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

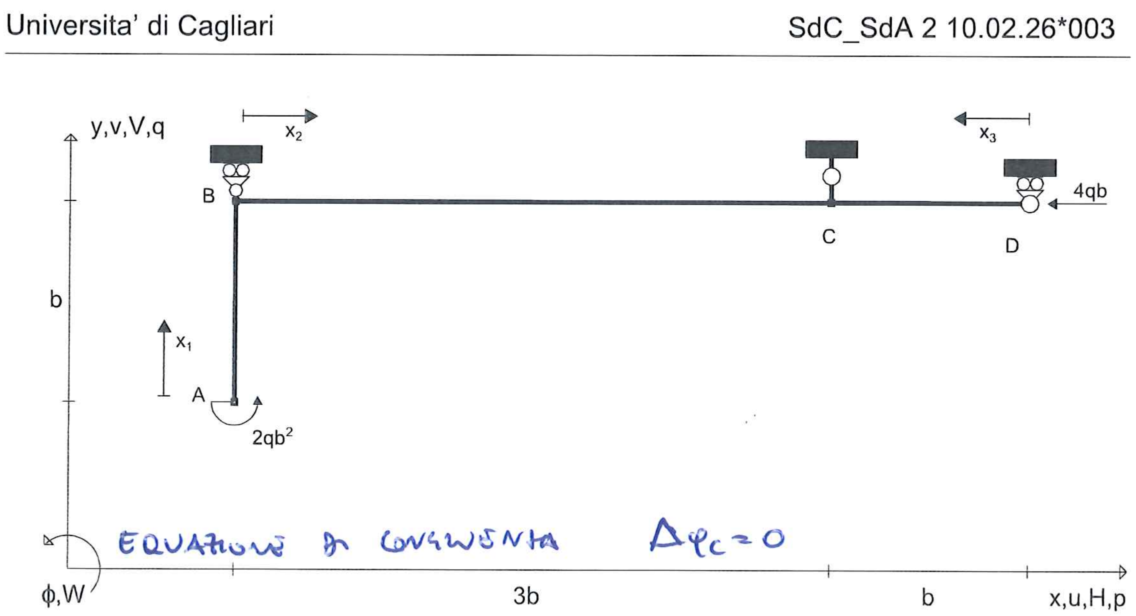
Prova scritta in aula del 10.02.2026
Parte II - Testo 3

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:....................................e-mail:....................... Matricola:.......

Esercizio n. 1 (17 punti)

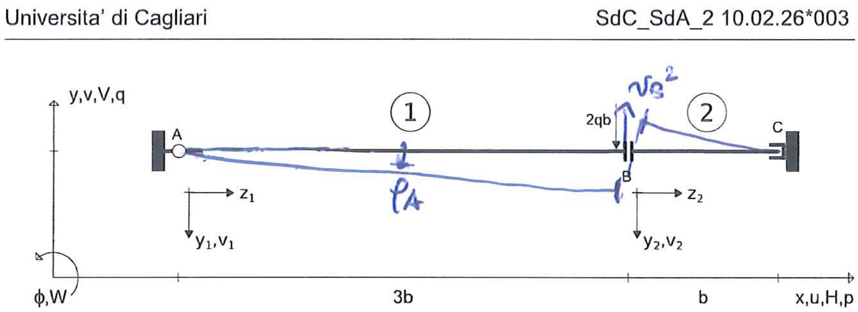
Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C, M_C.
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Calcolare infine, riapplicando il PLV, la rotazione del punto D, φ_D.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

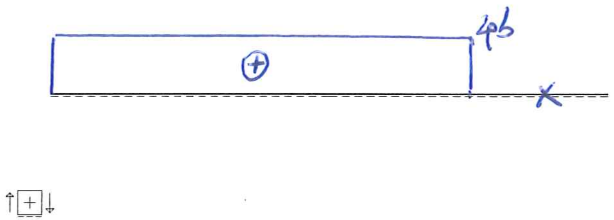


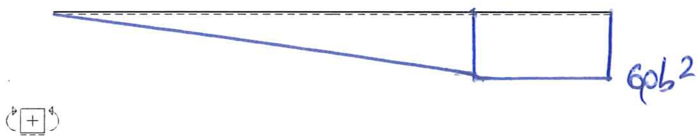
Esercizio n. 2 (7 punti)

Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A, B e C.
Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto B relativo al corpo 2, $v_B^{(2)}$;
4. La rotazione del punto A, φ_A.







H_A (⇨) = 0; V_A (⇧) = $2qb$; V_C (⇧) = 0; M_C = $6qb^2$;

N_{AB} = // ; T_{AB} = $2qb$; M_{AB} = $2qb\,z_1$;

N_{BC} = // ; T_{BC} = // ; M_{BC} = $6qb^2$;

c.c in A = $v_1(z_1=0)=0$; c.c in B = $v_1'(z_1=3b) = v_2'(z_2=0)$;

c.c in C = $v_2(z_2=b)=0\ ;\ v_2'(z_2=b)=0$;

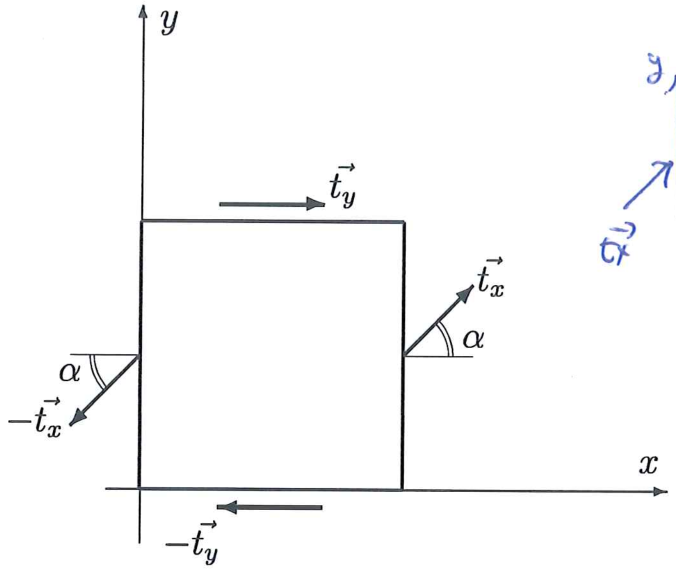
$v_1(z_1) = -\frac{qb}{3EJ} z_1^3 + \frac{15qb^3}{EJ} z_1$; $v_1'(z_1) = -\frac{qb}{EJ} z_1^2 + \frac{15qb^3}{EJ}$;

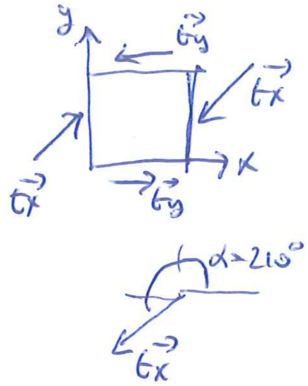
$v_2(z_2) = -\frac{3qb^2}{EJ} z_2^2 + \frac{6qb^3}{EJ} z_2 + \frac{3qb^4}{EJ}$; $v_2'(z_2) = -\frac{3qb^2}{2EJ} z_2 + \frac{6qb^3}{EJ}$;

$v_B^{(2)} = \frac{3qb^4}{EJ}$ (↑); $\varphi_A = \frac{15qb^3}{EJ}$ (↻);

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) t_x e t_y rispettivamente; di questi t_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 210°$ (sicché: $\sin\alpha = -\frac{1}{2}$; $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;) e ha modulo di valore $|t_x| = 15$ MPa. L'altro vettore sforzo, t_y, è invece *orizzontale* (ma di verso non specificato!), come indicato in Figura.
Si chiede di determinare le componenti σ_x, σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2, e la massima tensione tangenziale, τ_{max}.
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1.

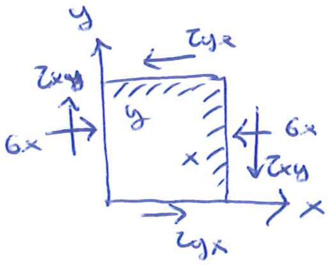




σ_x = -12,990 (MPa); σ_y = 0,000 (MPa); τ_{xy} = -7,500 (MPa);

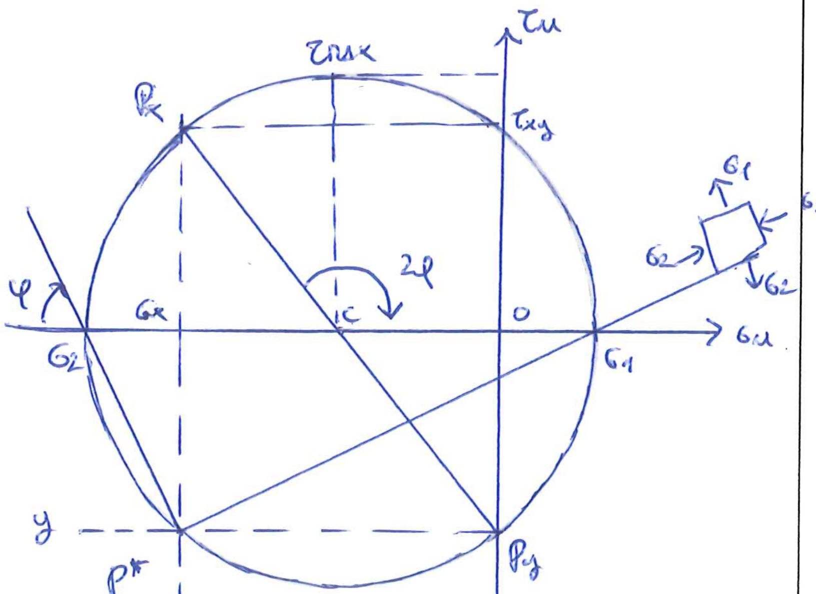
σ_1 = 3,426 (MPa); σ_2 = -16,416 (MPa); τ_{max} = 9,921 (MPa);

cerchio di Mohr:

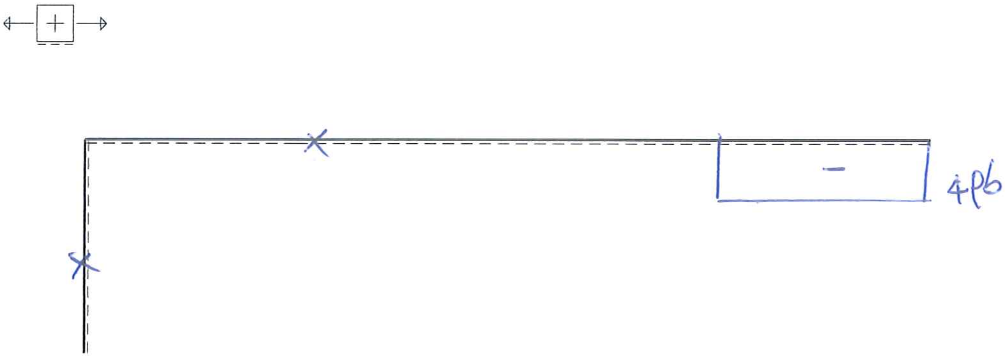


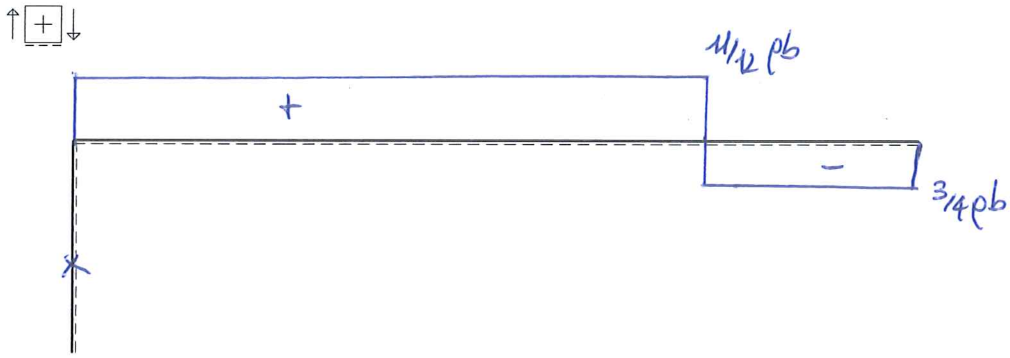
$P_x = (-12,990; +7,500)$

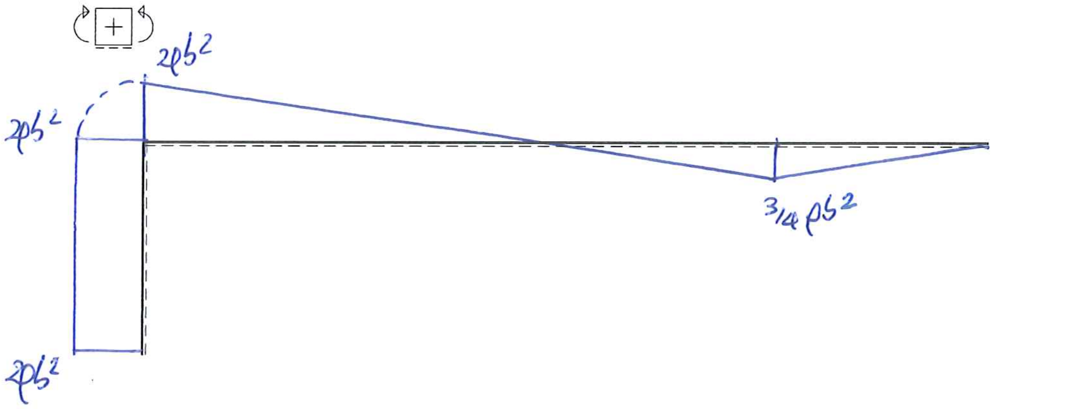
$P_y = (0,000; -7,500)$



φ = -65,44 (°);







V_B (⇧) = $\frac{11}{12} pb$; H_C (⇨) = $4pb$; V_C (⇧) = $-\frac{5}{3} pb$; V_D (⇧) = $\frac{3}{4} pb$; M_C = $\frac{3}{4} pb^2$;

N_{AB} = // ; T_{AB} = // ; M_{AB} = $-2pb^2$;

N_{BC} = / ; T_{BC} = $\frac{11}{12} pb$; M_{BC} = $-2pb^2 + \frac{11}{12} pb\, x_2$;

N_{DC} = $-4qb$; T_{DC} = $-\frac{3}{4} pb$; M_{DC} = $\frac{3}{4} pb\, x_3$;

φ_D = $9b^3/8EJ$ (↺);