

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Esame scritto del 10.02.2026

Parte 1 - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui solli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

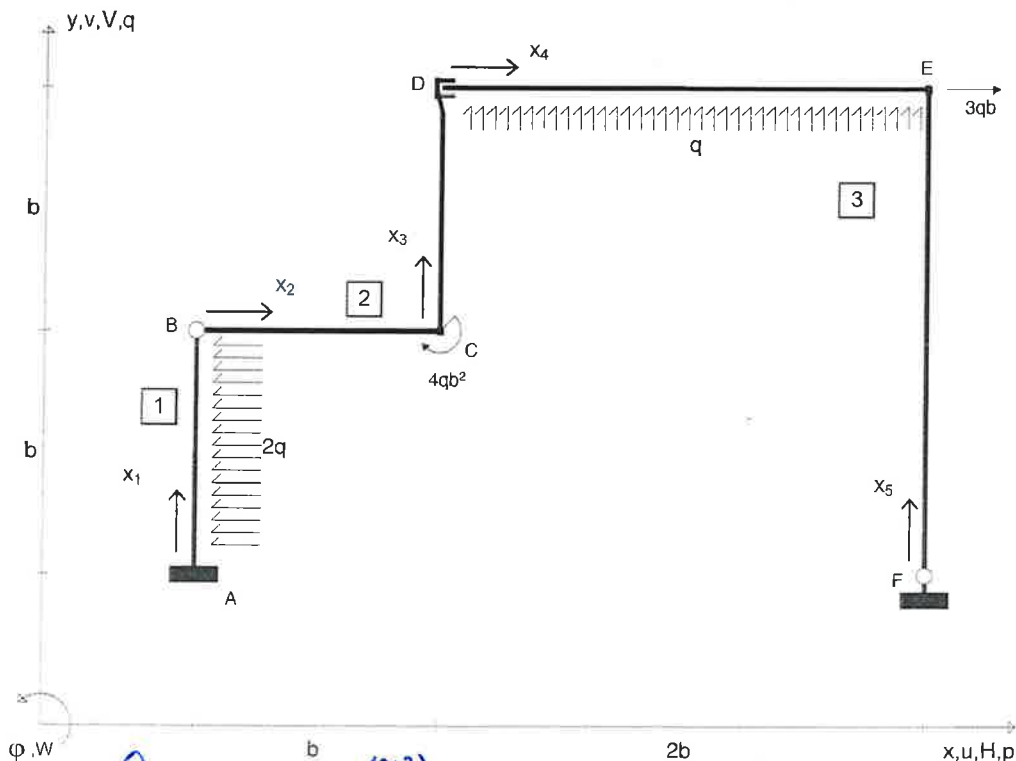
Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 10.02.26*001



Eq. ausiliarie

$$M_{z(B)}^{(1)} = 0 \text{ oppure } M_{z(B)}^{(2+3)} = 0$$

$$R_x^{(1+2)} = 0 \text{ oppure } R_x^{(3)} = 0$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare il momento M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

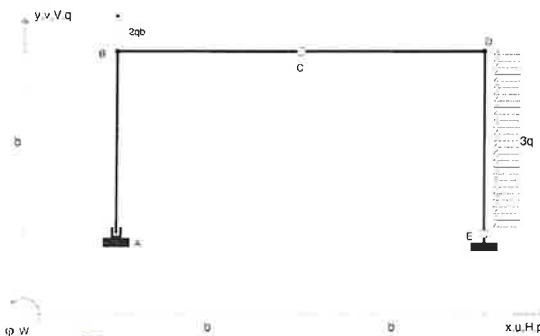
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto A , v_A .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

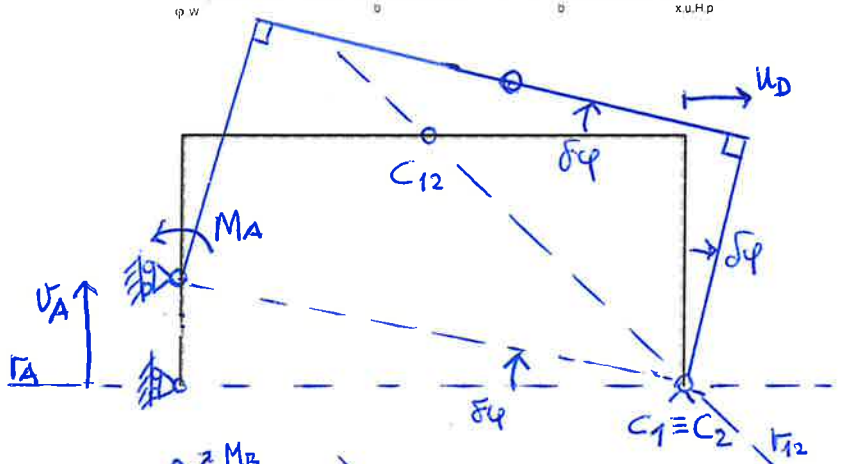
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CDE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto A , v_A .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

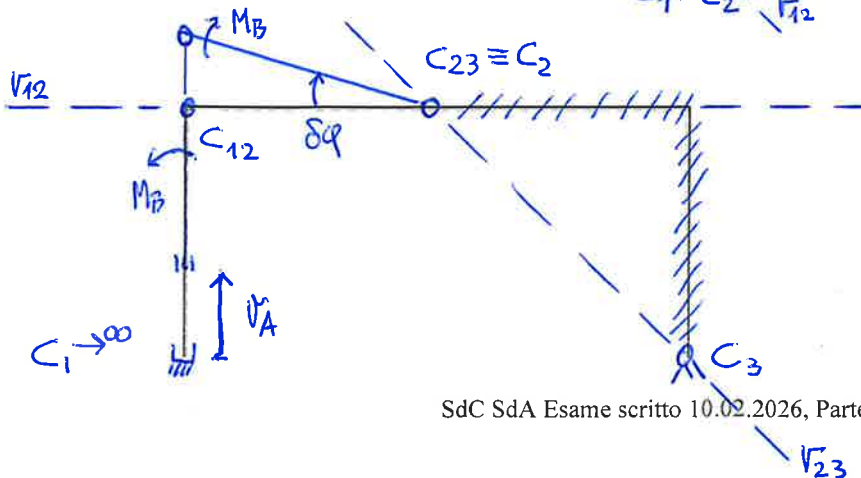


$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_1 \in \Gamma_A \end{cases}$$



$$\begin{aligned} u_D &= b \delta \varphi \\ v_A &= 2b \delta \varphi \end{aligned}$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} u_D &= 0 \\ v_A &= v_B = b \delta \varphi \end{aligned}$$

$$M_A(\hat{\varphi}) = \frac{5}{2} q b^2; C_1 = (2b, 0); C_2 = (2b, 0); C_{12} = (b, b);$$

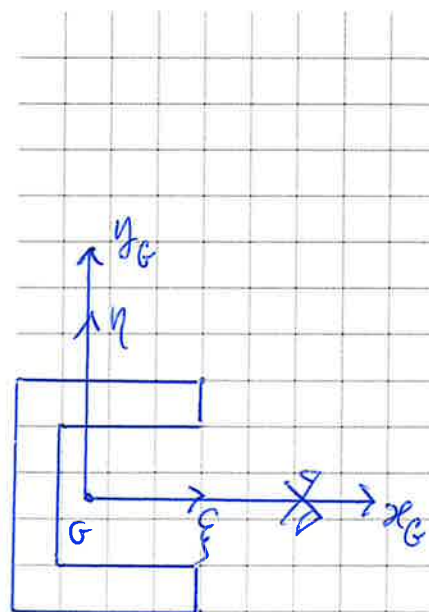
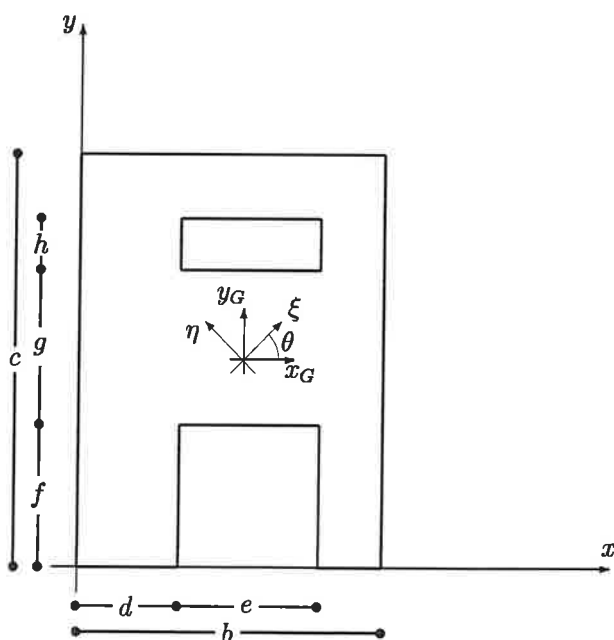
$$u_D = b \delta q; v_A = 2b \delta q;$$

$$M_B(\hat{\varphi} \square \hat{\varphi}) = -2q b^2; u_D = 0; v_A = b \delta q;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = 3a$; $f = 0$; $g = a$; $h = 3a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



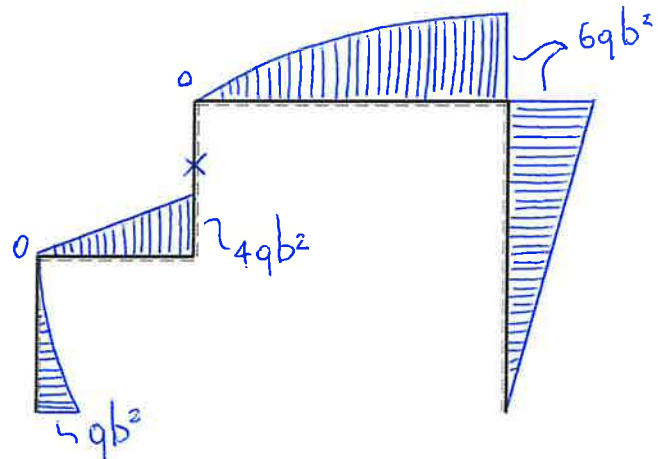
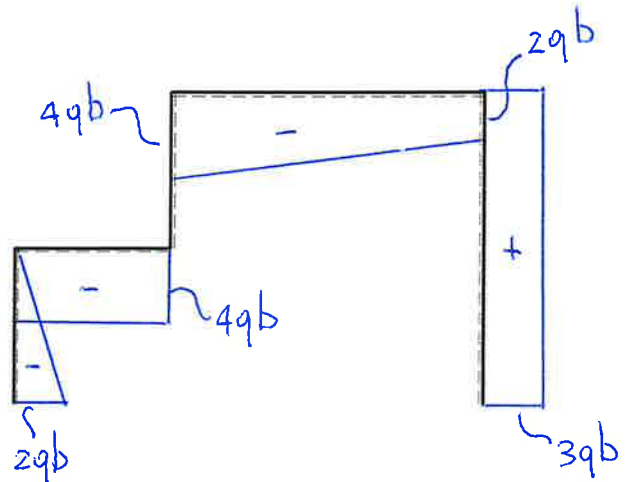
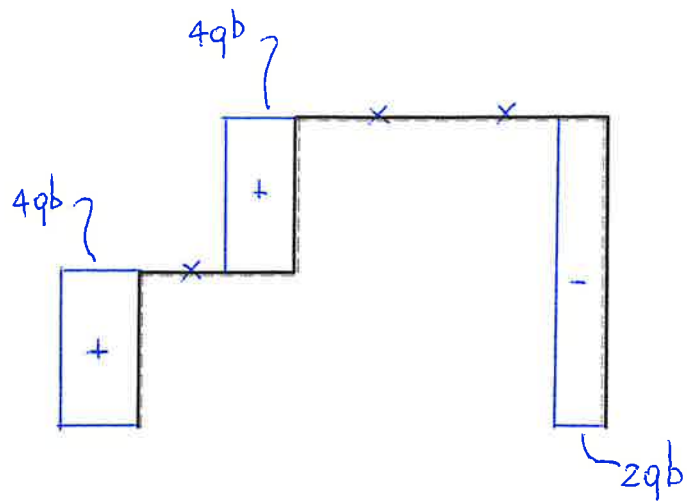
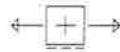
$$S_x = \frac{55}{2} a^3 = 27.5000 a^3; S_y = \frac{35}{2} a^3 = 17.5000 a^3;$$

$$x_G = \frac{35}{22} a = 1.5909 a; y_G = \frac{5}{2} a = 2.5000 a;$$

$$J_{xG} = \frac{419}{12} a^4 = 34.9167 a^4; J_{yG} = \frac{2089}{132} a^4 = 15.8258 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{419}{12} a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{2089}{132} a^4;$$



$H_A (\Rightarrow) = 2qb$	$V_A (\hat{v}) = -4qb$	$M_A (\hat{m}) = -qb^2$	$H_F (\Rightarrow) = -3qb$	$V_F (\hat{v}) = 2qb$
$N_{AB} = 4qb$	$T_{AB} = -2qb + 2qx_1$	$M_{AB} = qb^2 - 2qb x_1 + qx_1^2$		
$N_{BC} = 0$	$T_{BC} = -4qb$	$M_{BC} = -4qb x_2$		
$N_{CD} = 4qb$	$T_{CD} = 0$	$M_{CD} = 0$		
$N_{DE} = 0$	$T_{DE} = -4qb + 9x_4$	$M_{DE} = -4qb x_4 + \frac{1}{2} 9x_4^2$		
$N_{FE} = -2qb$	$T_{FE} = 3qb$	$M_{FE} = -3qb x_5$		

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Esame scritto del 10.02.2026

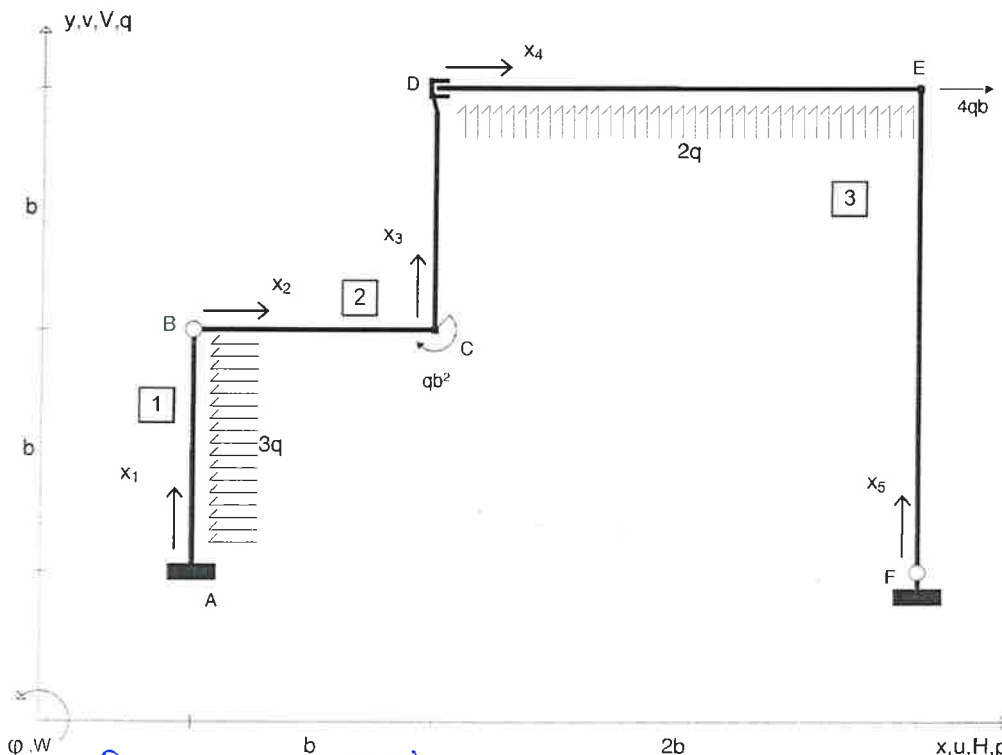
Parte 1 - Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.



Eq. anti L'orie

$M_{z(B)}^{(1)} = 0$ oppure $M_{z(B)}^{(2+3)} = 0$
 $R_x^{(1+2)} = 0$ oppure $R_x^{(3)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare il momento M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

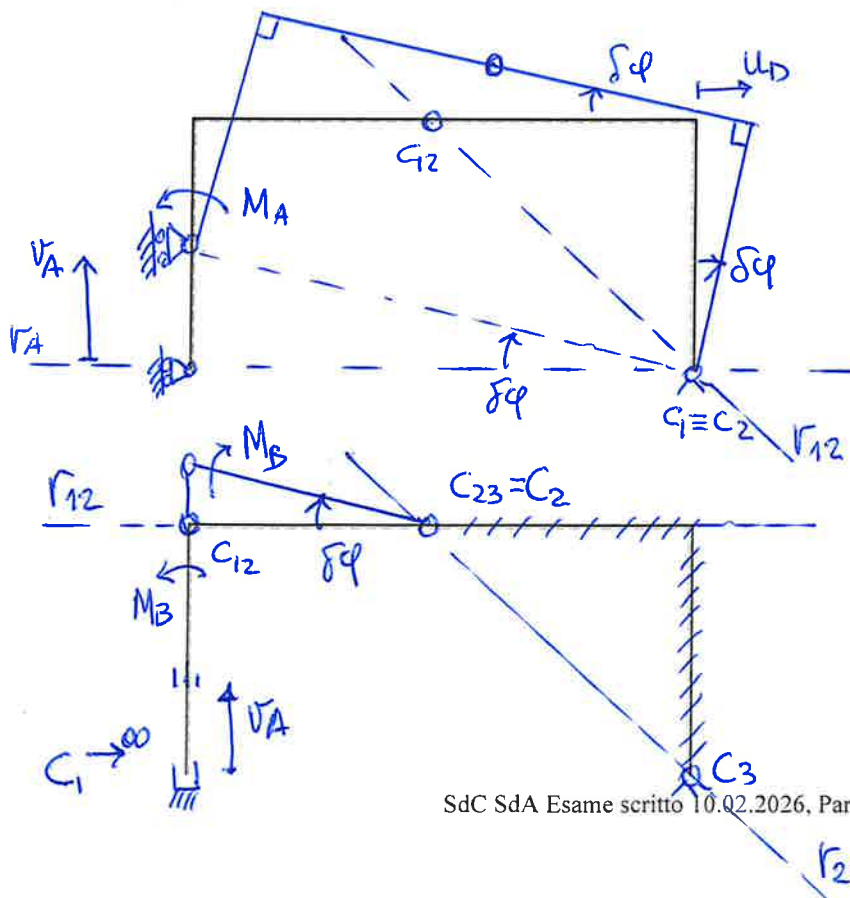
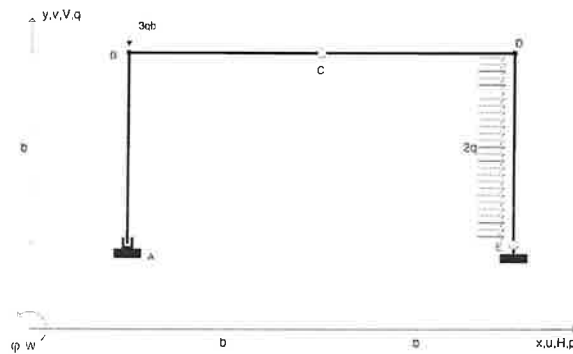
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto A , v_A .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CDE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto A , v_A .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_1 \in v_A \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_D &= b \delta \varphi \\ v_A &= 2b \delta \varphi \end{aligned}$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_D &= 0 \\ v_A = v_B &= b \delta \varphi \end{aligned}$$

$$M_A(\varphi) = -5qb^2; C_1 = (2b \ 0); C_2 = (2b \ 0); C_{12} = (b \ b);$$

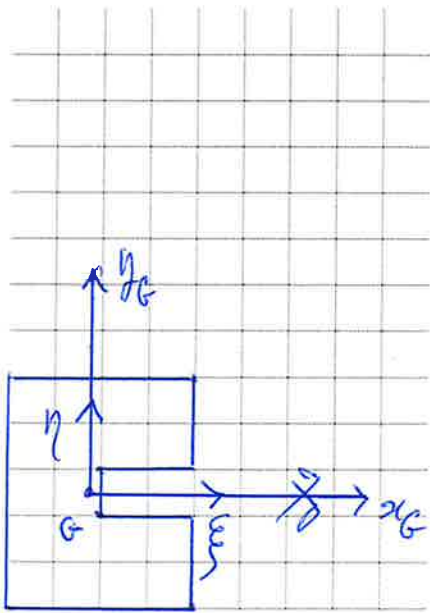
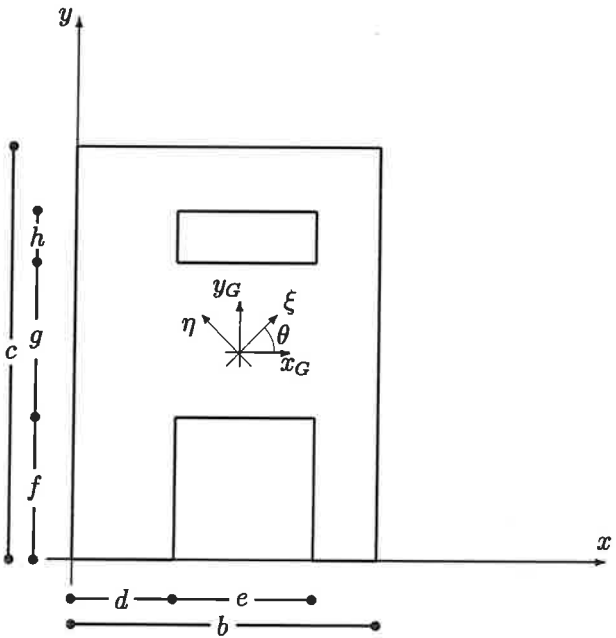
$$u_D = b\delta\varphi; v_A = 2b\delta\varphi;$$

$$M_B(\varphi, \varphi_x) = 3qb^2; u_D = 0; v_A = b\delta\varphi;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 5a$; $d = 2a$; $e = 2a$; $f = 0$; $g = 2a$; $h = a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



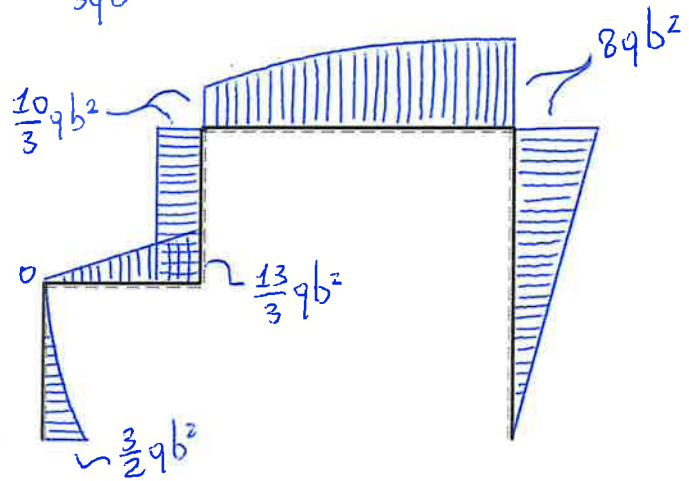
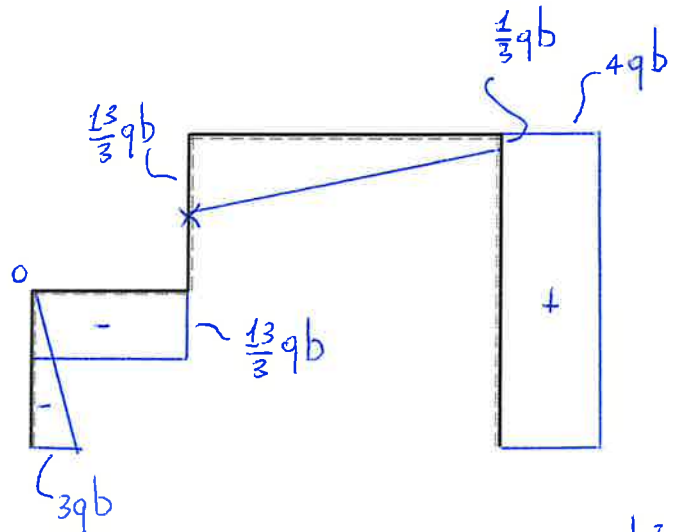
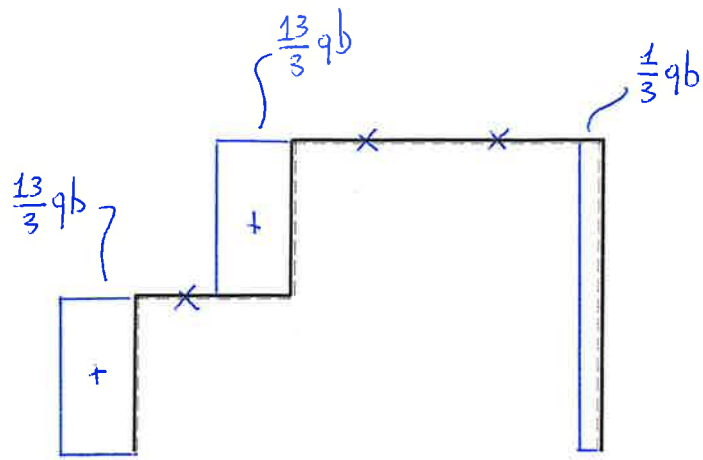
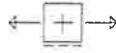
$$S_x = 45a^3; S_y = 34a^3;$$

$$x_G = 17/9 a = 1.8889 a; y_G = 5/2 a = 2.5000 a;$$

$$J_{xG} = 83/2 a^4 = 41.5000 a^4; J_{yG} = 214/9 a^4 = 23.7778 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = 83/2 a^4; J_\eta = J_{\min} = 214/9 a^4;$$



$H_A (\Rightarrow) = 3qb$	$V_A (\hat{v}) = -13/3 qb$	$M_A (\hat{\varphi}) = -3/2 qb^2$	$H_F (\Rightarrow) = -4qb$	$V_F (\hat{v}) = 1/3 qb$
$N_{AB} = 13/3 qb$	$T_{AB} = -3qb + 3qx_1$	$M_{AB} = 3/2 qb^2 - 3qb x_1 + 3/2 q x_1^2$		
$N_{BC} = 0$	$T_{BC} = -13/3 qb$	$M_{BC} = -13/3 qb x_2$		
$N_{CD} = 13/3 qb$	$T_{CD} = 0$	$M_{CD} = -10/3 qb^2$		
$N_{DE} = 0$	$T_{DE} = -13/3 qb + 2qx_4$	$M_{DE} = -10/3 qb^2 - 13/3 qb x_4 + qx_4^2$		
$N_{FE} = -11/3 qb$	$T_{FE} = 4qb$	$M_{FE} = -4qb x_5$		

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Esame scritto del 10.02.2026

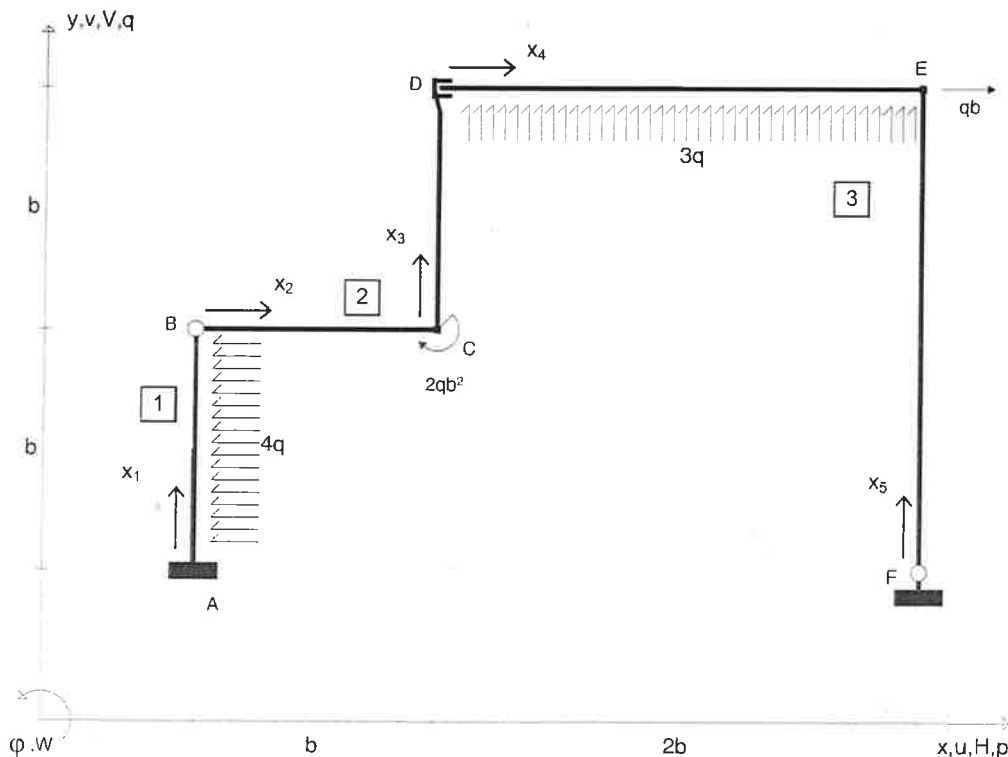
Parte 1 - Testo 3

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui solli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. *Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.*



Eq. ausiliarie

$$M_{z(B)}^{(1)} = 0 \text{ oppure } M_{z(B)}^{(2+3)} = 0$$

$$R_x^{(1+2)} = 0 \text{ oppure } R_x^{(3)} = 0$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare il momento M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

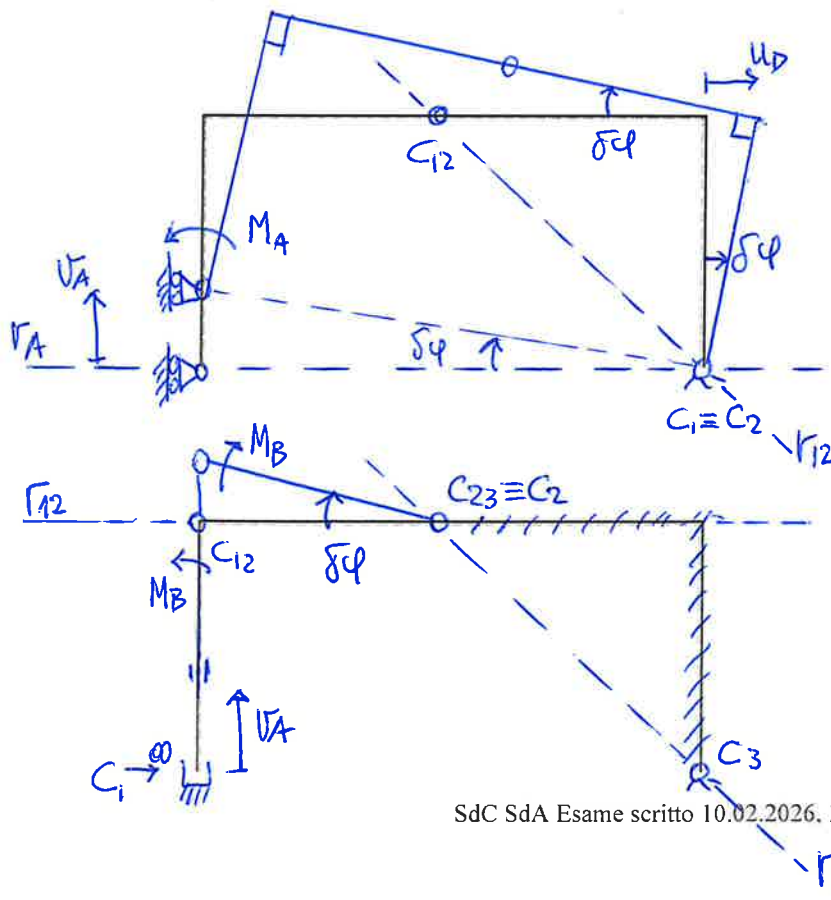
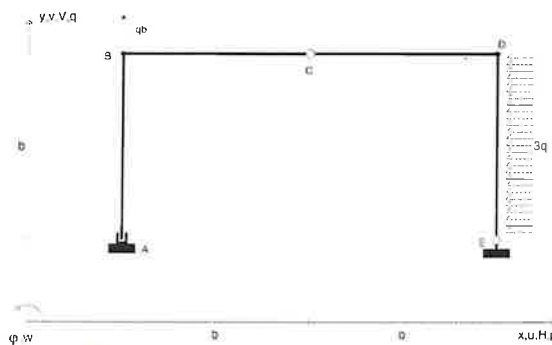
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto A , v_A .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CDE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto A , v_A .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_1 \in r_A \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_D &= b \delta \varphi \\ v_A &= 2b \delta \varphi \end{aligned}$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_D &= 0 \\ v_A = v_B &= b \delta \varphi \end{aligned}$$

$$M_A(\hat{\varphi}) = \frac{1}{2} q b^2; C_1 = (2b, 0); C_2 = (2b, 0); C_{12} = (b, b);$$

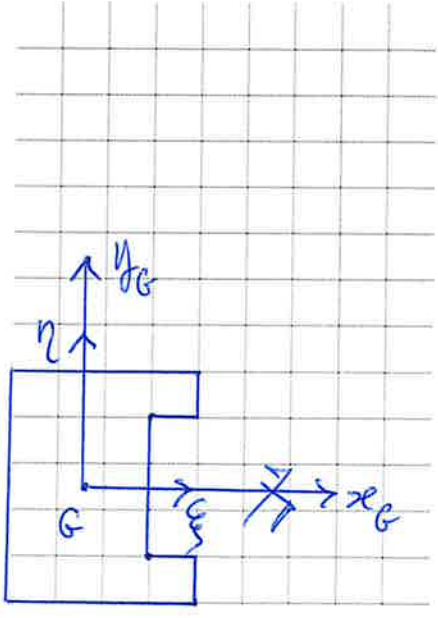
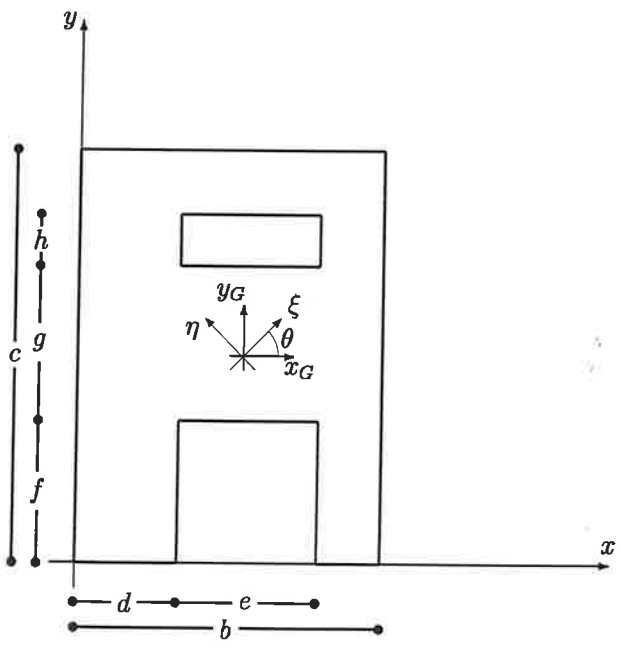
$$u_D = b \delta \varphi; v_A = 2b \delta \varphi;$$

$$M_B(\hat{\varphi} \square \hat{\varphi}) = -q b^2; u_D = 0; v_A = b \delta \varphi;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 5a$; $d = 3a$; $e = a$; $f = 0$; $g = a$; $h = 3a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



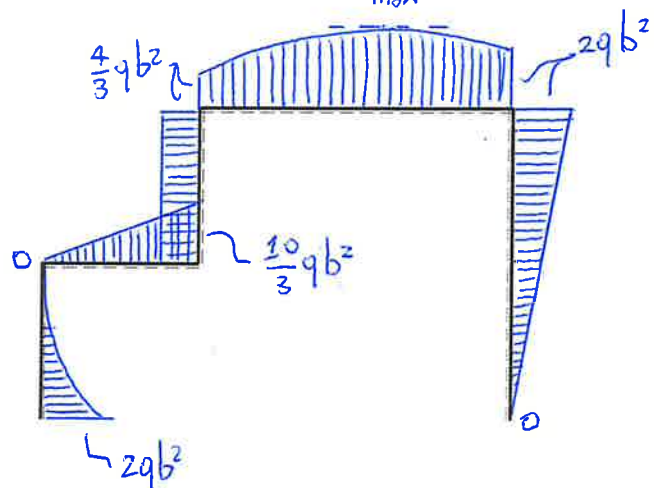
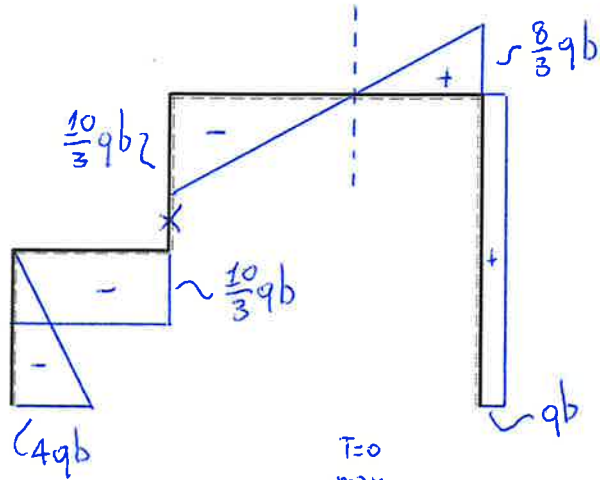
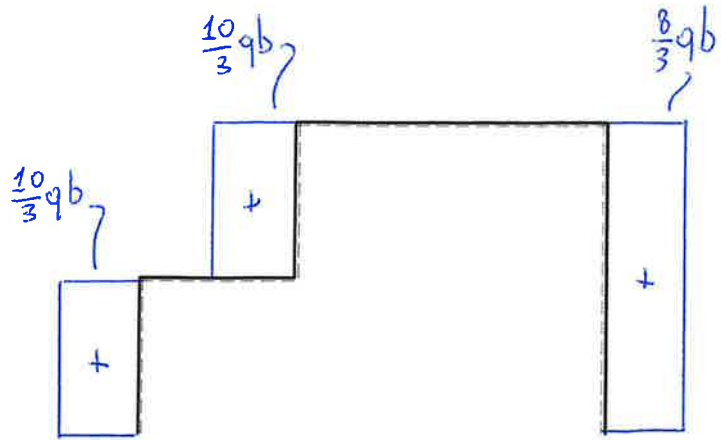
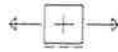
$$S_x = \frac{85}{2} a^3 = 42.5000 a^3; S_y = \frac{59}{2} a^3 = 29.5000 a^3;$$

$$x_G = \frac{59}{34} a = 1.7353 a; y_G = \frac{5}{2} a = 2.5000 a;$$

$$J_{xG} = \frac{473}{12} a^4 = 39.4167 a^4; J_{yG} = \frac{3769}{204} a^4 = 18.4755 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{473}{12} a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{3769}{204} a^4;$$



$H_A (\Rightarrow) = 4qb$	$V_A (\hat{v}) = -10/3qb$	$M_A (\hat{w}) = -2qb^2$	$H_F (\Rightarrow) = -qb$	$V_F (\hat{v}) = -8/3qb$
$N_{AB} = 10/3qb$	$T_{AB} = -4qb + 4qx_1$	$M_{AB} = 2qb^2 - 4qb x_1 + 2qx_1^2$		
$N_{BC} = 0$	$T_{BC} = -10/3qb$	$M_{BC} = -10/3qb x_2$		
$N_{CD} = 10/3qb$	$T_{CD} = 0$	$M_{CD} = -4/3qb^2$		
$N_{DE} = 0$	$T_{DE} = -10/3qb + 3qx_4$	$M_{DE} = -4/3qb^2 - 10/3qb x_4 + 3/2qx_4^2$		
$N_{FE} = 8/3qb$	$T_{FE} = qb$	$M_{FE} = -qb x_5$		

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Esame scritto del 10.02.2026

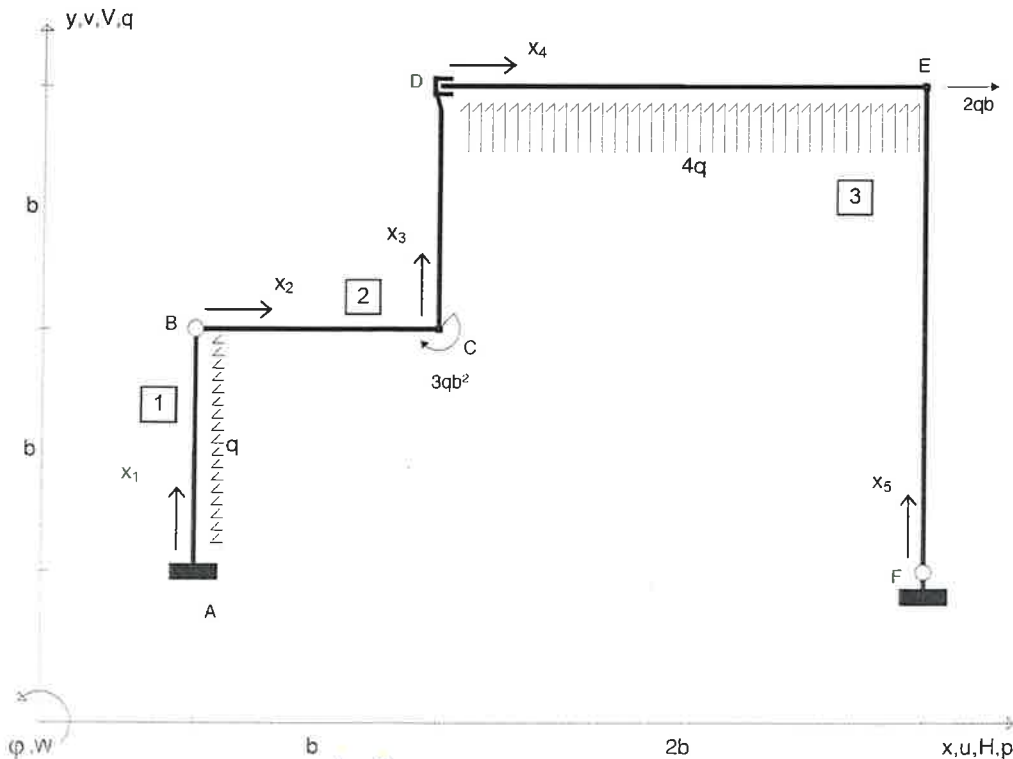
Parte 1 - Testo 4

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.



Eq. ausiliarie

$$M_{2(B)}^{(1)} = 0 \text{ oppure } M_{2(B)}^{(2+3)} = 0$$

$$R_x^{(1+2)} = 0 \text{ oppure } R_x^{(3)} = 0$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare il momento M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

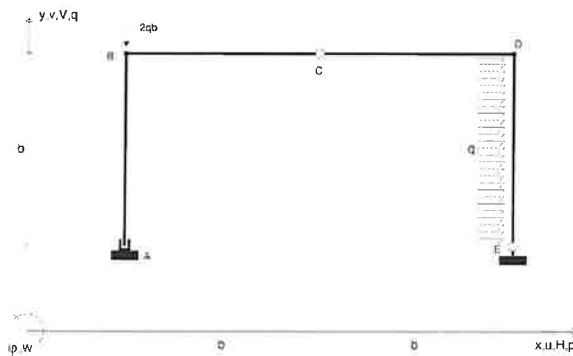
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto A , v_A .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

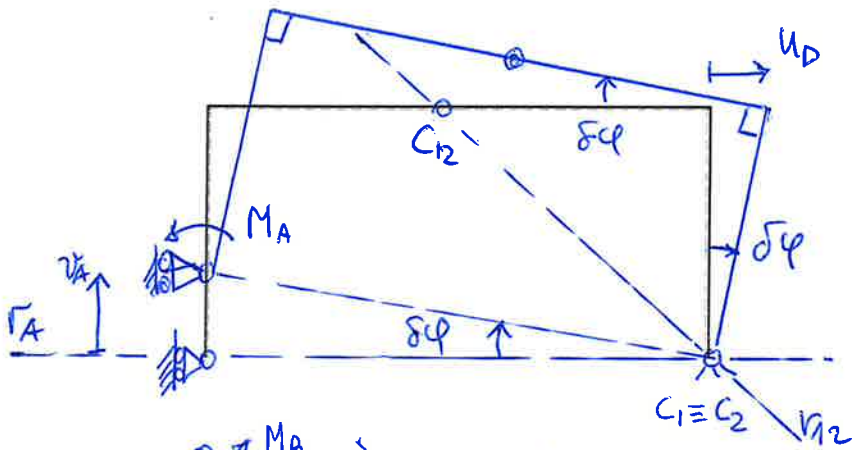
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CDE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto A , v_A .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

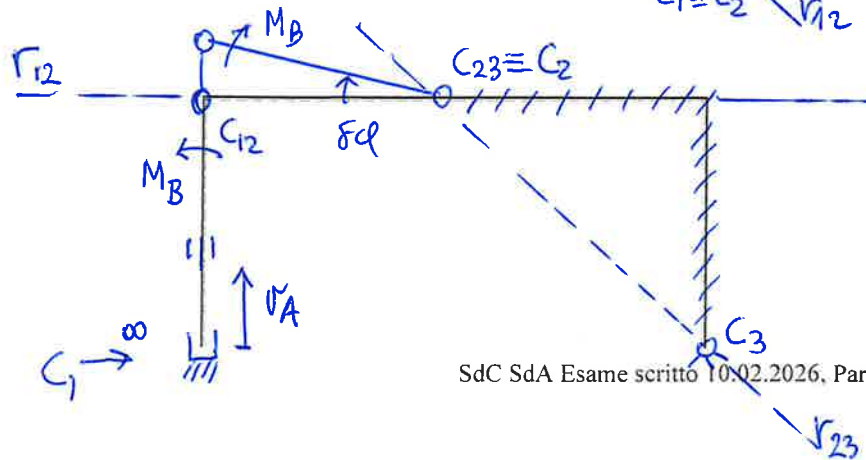


$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_1 \in \Gamma_A \end{cases}$$



$$\begin{aligned} u_D &= b \delta \varphi \\ v_A &= 2b \delta \varphi \end{aligned}$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} u_D &= 0 \\ v_A &= v_B = b \delta \varphi \end{aligned}$$

$$M_A(\hat{\varphi}) = \frac{-7}{2} qb^2; C_1 = \begin{pmatrix} 2b & 0 \\ \dots & \dots \end{pmatrix}; C_2 = \begin{pmatrix} 2b & 0 \\ \dots & \dots \end{pmatrix}; C_{12} = \begin{pmatrix} b & b \\ \dots & \dots \end{pmatrix};$$

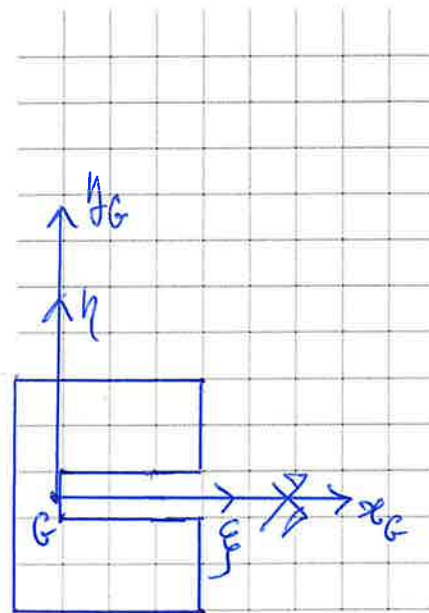
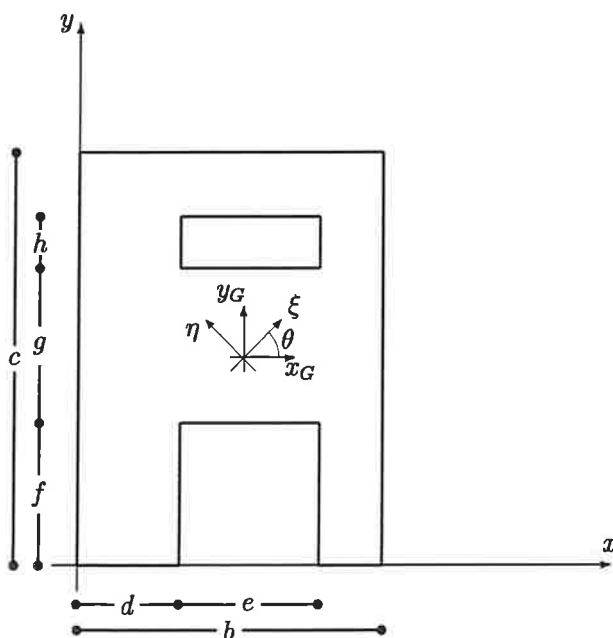
$$u_D = \frac{b\delta\varphi}{\dots}; v_A = \frac{2b\delta\varphi}{\dots};$$

$$M_B(\hat{\varphi} \square \hat{\varphi}) = \frac{2}{9} qb^2; u_D = \frac{0}{\dots}; v_A = \frac{b\delta\varphi}{\dots};$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = 3a$; $f = 0$; $g = 2a$; $h = a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



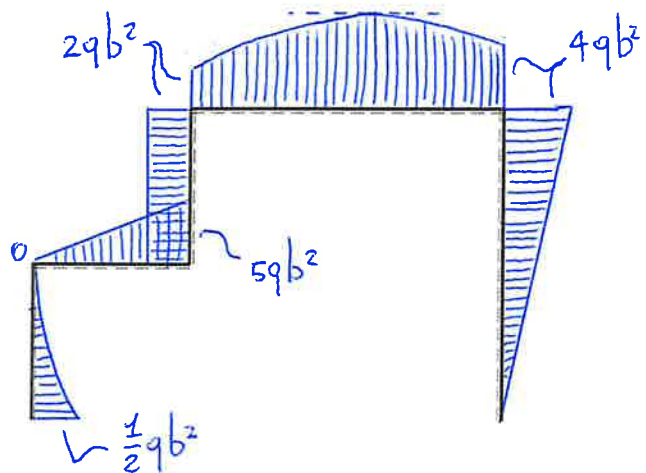
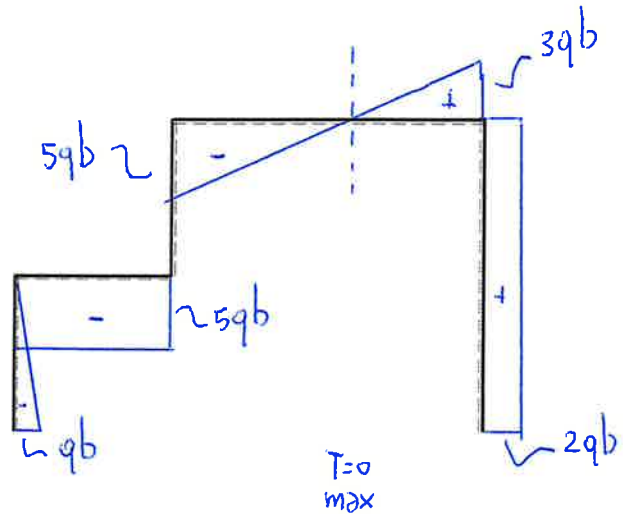
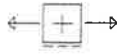
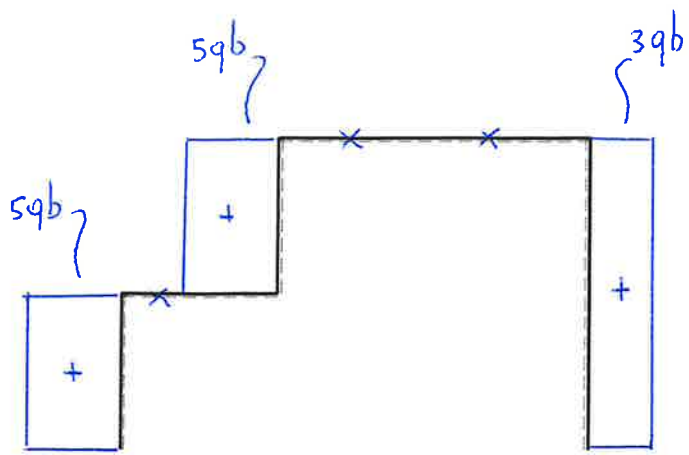
$$S_x = \frac{85}{2} a^3 = 42.5000 a^3; S_y = \frac{65}{2} a^3 = 32.5000 a^3;$$

$$x_G = \frac{65}{34} a = 1.9118 a; y_G = \frac{5}{2} a = 2.5000 a;$$

$$J_{xG} = \frac{497}{12} a^4 = 41.4167 a^4; J_{yG} = \frac{4801}{204} a^4 = 23.5343 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{497}{12} a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{4801}{204} a^4;$$



$H_A (\Rightarrow) = qb$	$V_A (\hat{\uparrow}) = -5qb$	$M_A (\hat{\curvearrowright}) = -1/2 qb^2$	$H_F (\Rightarrow) = -2qb$	$V_F (\hat{\uparrow}) = -3qb$
$N_{AB} = 5qb$	$T_{AB} = -qb + q x_1$	$M_{AB} = 1/2 qb^2 - qb x_1 + 1/2 q x_1^2$		
$N_{BC} = 0$	$T_{BC} = -5qb$	$M_{BC} = -5qb x_2$		
$N_{CD} = 5qb$	$T_{CD} = 0$	$M_{CD} = -2qb^2$		
$N_{DE} = 0$	$T_{DE} = -5qb + q x_4$	$M_{DE} = -2qb^2 - 5qb x_4 + 2q x_4^2$		
$N_{FE} = 3qb$	$T_{FE} = 2qb$	$M_{FE} = -2qb x_5$		

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Esame scritto del 10.02.2026

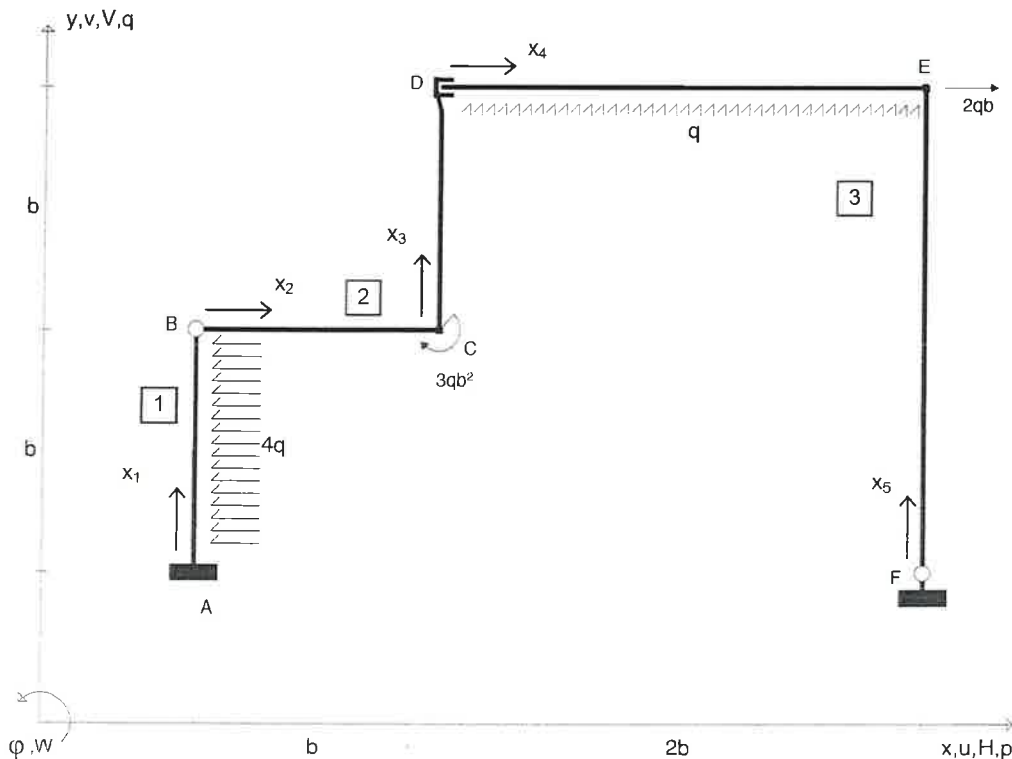
Parte 1 - Testo 5

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui solli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.



Eq. ausiliarie

$$M_{z(B)}^{(1)} = 0 \quad \text{oppure} \quad M_{z(B)}^{(2+3)} = 0$$

$$R_x^{(1+2)} = 0 \quad \text{oppure} \quad R_x^{(3)} = 0$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare il momento M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

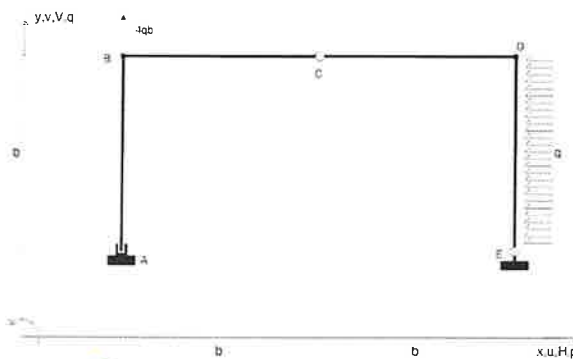
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto A , v_A .

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

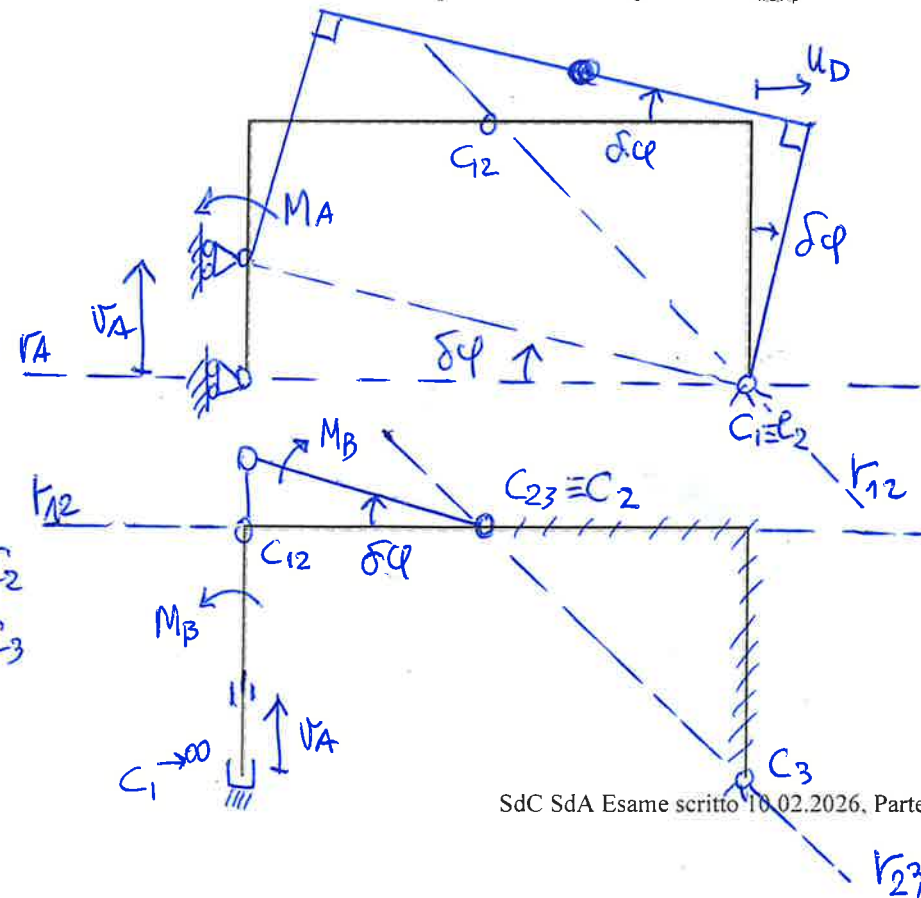
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste* AB , BC , CDE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto A , v_A .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_1 \in v_A \end{cases}$$



$$\begin{aligned} u_D &= b \delta \varphi \\ v_A &= 2b \delta \varphi \end{aligned}$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_D &= 0 \\ v_A &= v_B = b \delta \varphi \end{aligned}$$

$$M_A(\hat{\nu}) = \frac{15}{2}qb^2; C_1 = \begin{pmatrix} 2b & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; C_2 = \begin{pmatrix} 2b & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; C_{12} = \begin{pmatrix} b & b \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$$

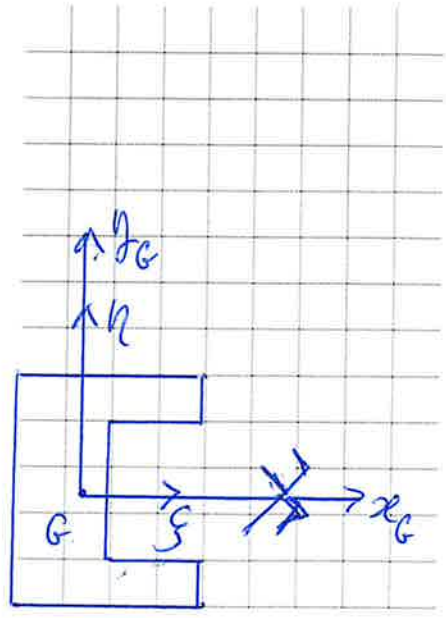
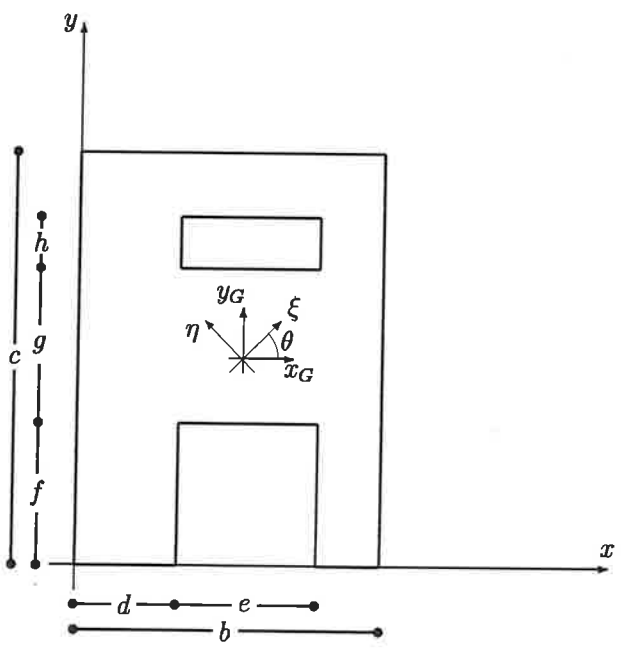
$$u_D = \frac{b\delta y}{2}; v_A = \frac{2b\delta y}{2};$$

$$M_B(\hat{\nu} \square \hat{\nu}_\alpha) = -4qb^2; u_D = 0; v_A = b\delta y;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 5a$; $d = 2a$; $e = 2a$; $f = 0$; $g = a$; $h = 3a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



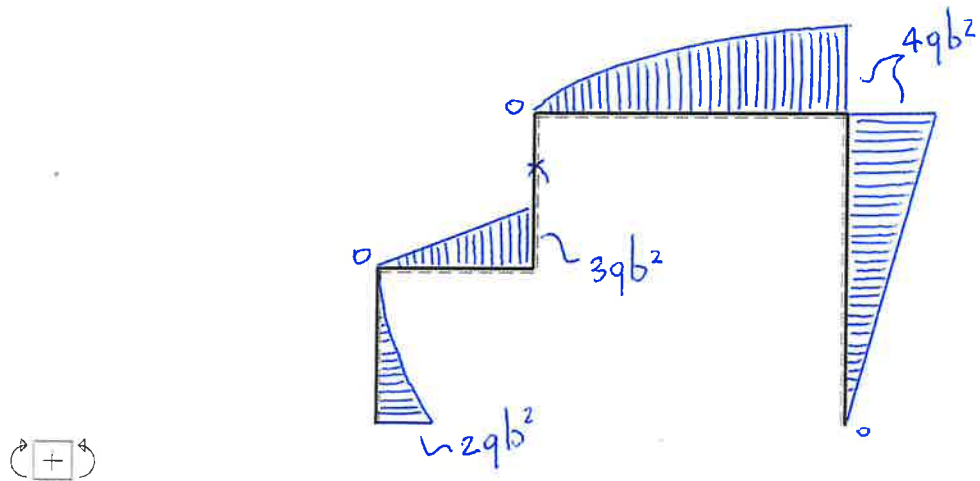
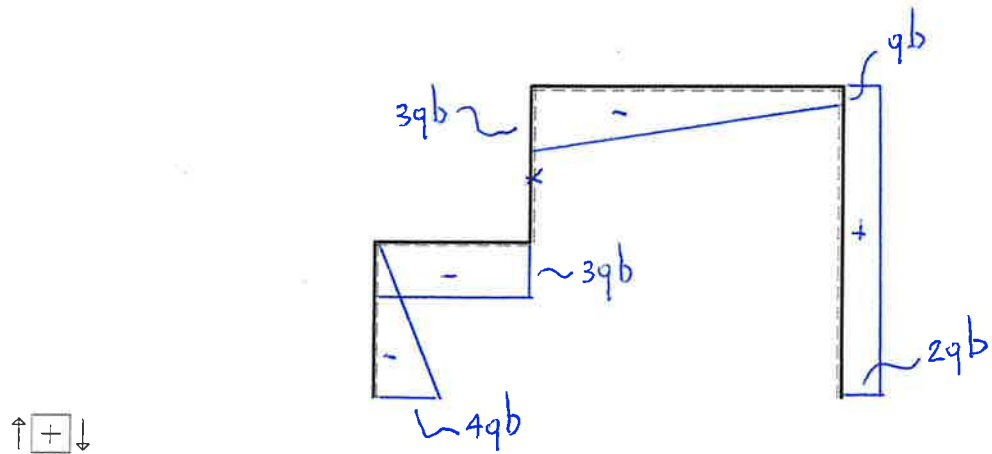
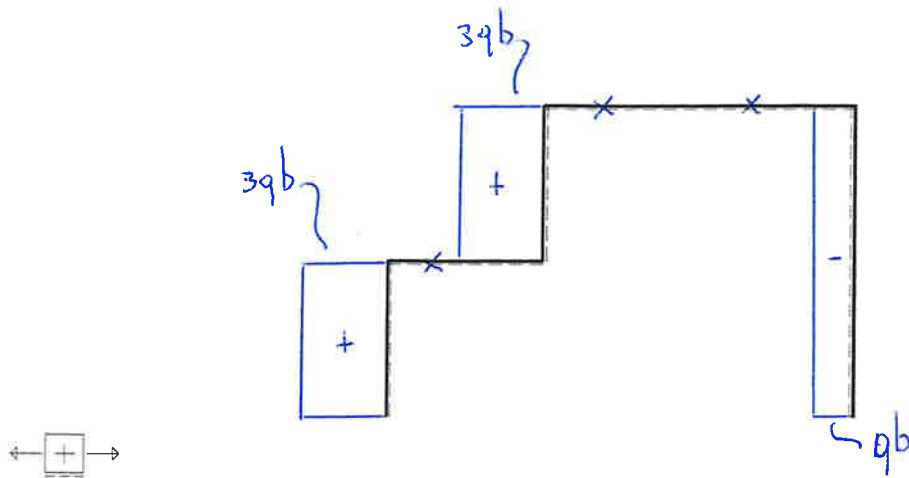
$$S_x = 35a^3; S_y = 22a^3;$$

$$x_G = \frac{11}{7}a = 1.5714a; y_G = \frac{5}{2}a = 2.5000a;$$

$$J_{xG} = \frac{223}{6}a^4 = 37.1667a^4; J_{yG} = \frac{338}{21}a^4 = 16.0952a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{223}{6}a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{338}{21}a^4;$$



$H_A(\Rightarrow) = 4qb$	$V_A(\hat{u}) = -3qb$	$M_A(\hat{\varphi}) = -2qb^2$	$H_F(\Rightarrow) = -2qb$	$V_F(\hat{u}) = qb$
$N_{AB} = 3qb$	$T_{AB} = -4qb + 4qx_1$	$M_{AB} = 2qb^2 - 4qbx_1 + 2qx_1^2$		
$N_{BC} = 0$	$T_{BC} = -3qb$	$M_{BC} = -3qb x_2$		
$N_{CD} = 3qb$	$T_{CD} = 0$	$M_{CD} = 0$		
$N_{DE} = 0$	$T_{DE} = -3qb + qx_4$	$M_{DE} = -3qb x_4 + \frac{1}{2}qx_4^2$		
$N_{FE} = -qb$	$T_{FE} = 2qb$	$M_{FE} = -2qb x_5$		

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Esame scritto del 10.02.2026

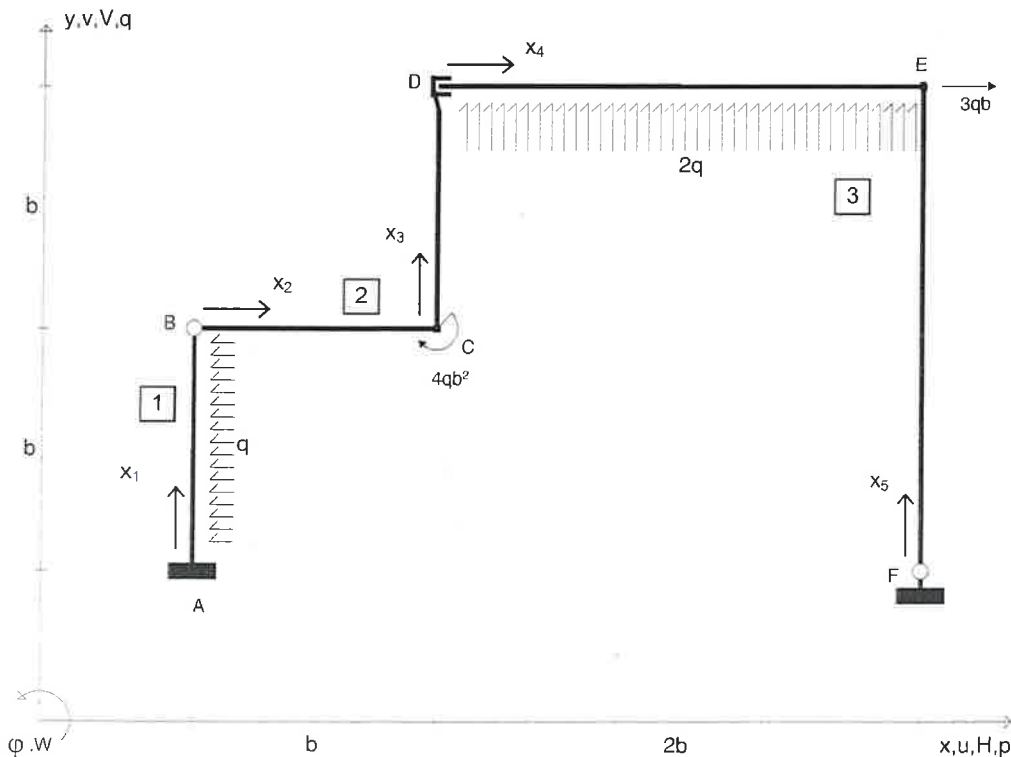
Parte 1 - Testo 6

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.



Eq. ausiliarie

$$M_2^{(1)} = 0 \text{ oppure } M_2^{(2+3)} = 0$$

$$R_x^{(1+2)} = 0 \text{ oppure } R_x^{(3)} = 0$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare il momento M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

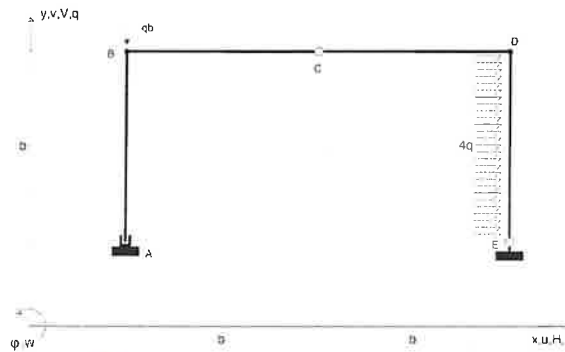
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto A , v_A .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto B , M_B .

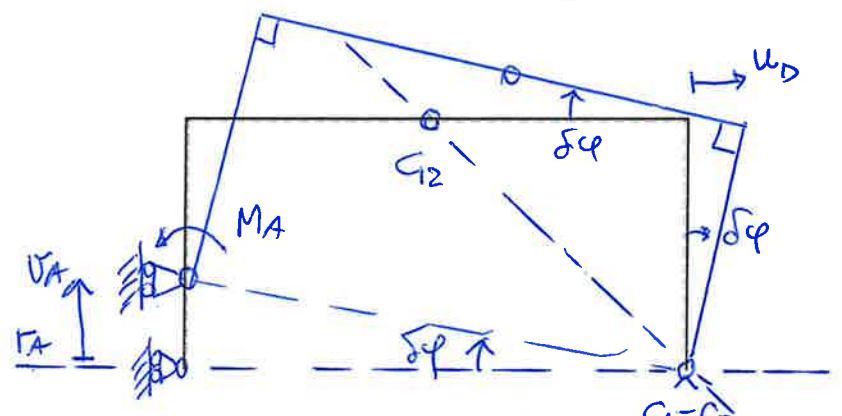
In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste AB , BC , CDE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto D , u_D , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto A , v_A .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

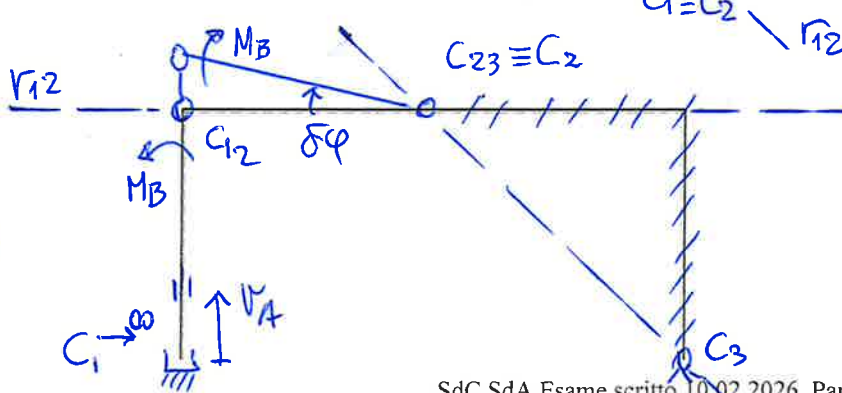


$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_1 \in V_A \end{cases}$$



$$\begin{aligned} u_D &= b \delta \varphi \\ v_A &= 2b \delta \varphi \end{aligned}$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \end{cases}$$



$$\begin{aligned} u_D &= 0 \\ v_A &= v_B = b \delta \varphi \end{aligned}$$

$$M_A(\varphi) = 0; C_1 = (2b, 0); C_2 = (2b, 0); C_{12} = (b, b);$$

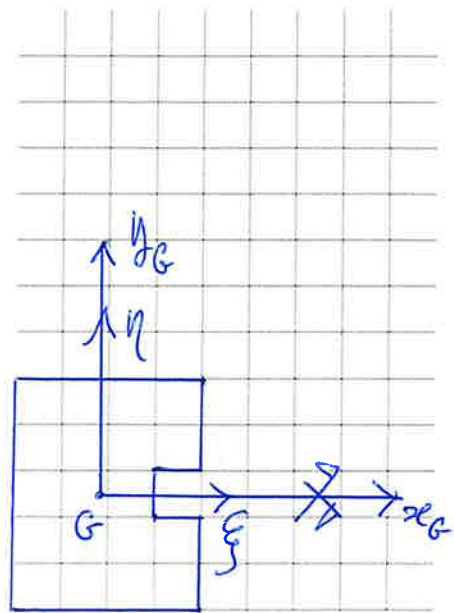
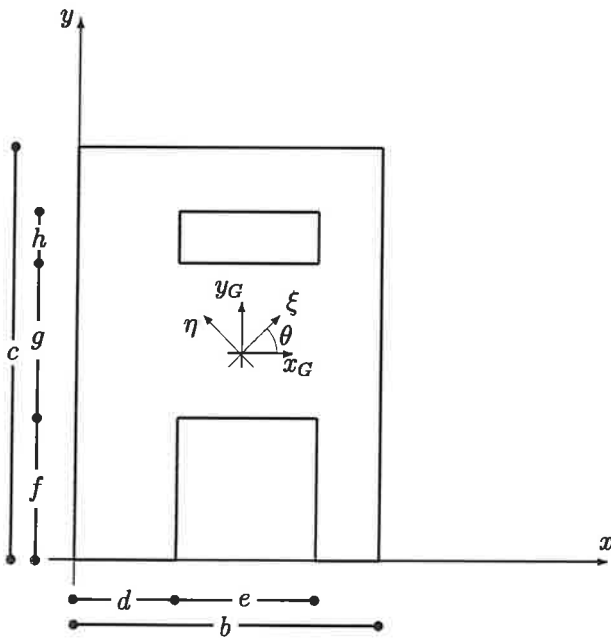
$$u_D = b\delta\varphi; v_A = 2b\delta\varphi;$$

$$M_B(\varphi, \alpha) = qb^2; u_D = 0; v_A = b\delta\varphi;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 4a$; $c = 5a$; $d = 3a$; $e = a$; $f = 0$; $g = 2a$; $h = a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



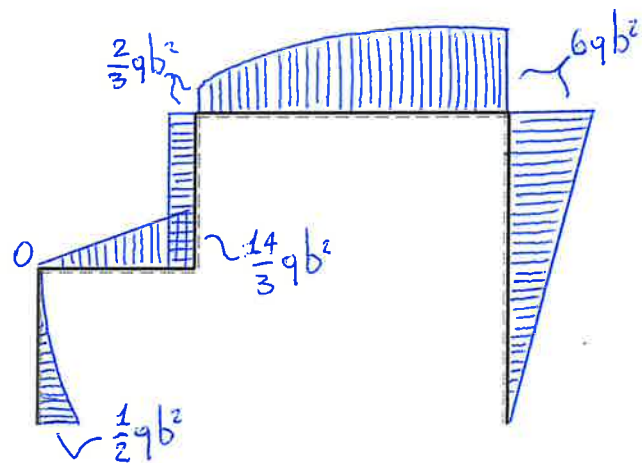
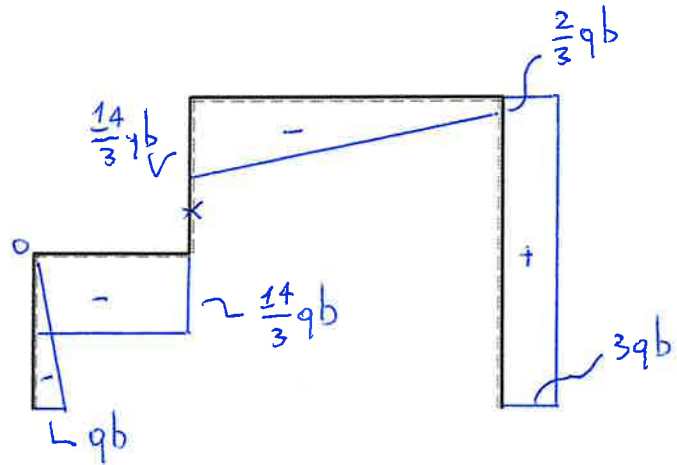
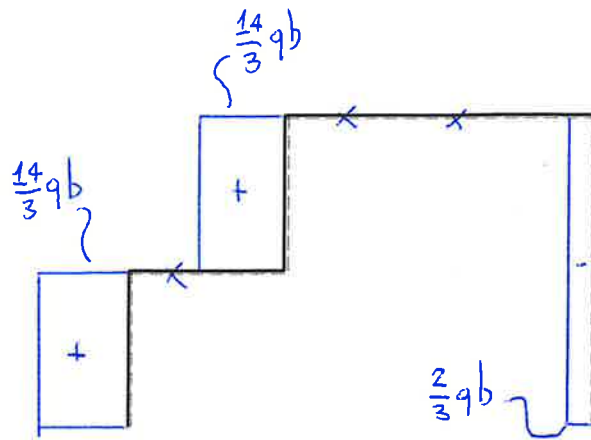
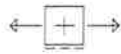
$$S_x = \frac{95}{2} a^3 = 47.5000 a^3; S_y = \frac{73}{2} a^3 = 36.5000 a^3;$$

$$x_G = \frac{73}{38} a = 1.9211 a; y_G = \frac{5}{2} a = 2.5000 a;$$

$$J_{xG} = \frac{499}{12} a^4 = 41.5833 a^4; J_{yG} = \frac{5521}{228} a^4 = 24.2149 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{499}{12} a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{5521}{228} a^4;$$



$H_A(\Rightarrow) = qb$	$V_A(\hat{U}) = -14/3 qb$	$M_A(\hat{\Phi}) = -1/2 qb^2$	$H_F(\Leftarrow) = -3qb$	$V_F(\hat{U}) = 2/3 qb$
$N_{AB} = 14/3 qb$	$T_{AB} = -qb + qb x_1$	$M_{AB} = 1/2 qb^2 - qb x_1 + 1/2 qb x_1^2$		
$N_{BC} = 0$	$T_{BC} = -14/3 qb$	$M_{BC} = -14/3 qb x_2$		
$N_{CD} = 14/3 qb$	$T_{CD} = 0$	$M_{CD} = -2/3 qb^2$		
$N_{DE} = 0$	$T_{DE} = -14/3 qb + 2qb x_4$	$M_{DE} = -2/3 qb^2 - 14/3 qb x_4 + qb x_4^2$		
$N_{FE} = -2/3 qb$	$T_{FE} = 3qb$	$M_{FE} = -3qb x_5$		