

Prova scritta di Analisi Matematica 3

Esercizio 1. (8 punti)

Studiare il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2}{y^2} \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Esercizio 2. (7 punti)Studiare i punti stazionari della funzione $f(x, y) = x^2y + y^3 + y^2 - y + 1$.**Esercizio 3.** (7 punti)Sia $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 1, e^{-z} \leq x \leq e^z, 2 \ln x \leq y \leq \ln(x^2 + z^2)\}$, calcolare l'integrale

$$\iiint_E \frac{ze^y}{x} dx dy dz.$$

Esercizio 4. (8 punti)Sia data la curva γ di equazione polare $\rho = 2 \cos 2\theta$ con $-\pi/4 \leq \theta \leq \pi/4$.

- Stabilire se la curva è chiusa e se è regolare a tratti.
- Scrivere le equazioni parametriche di γ .
- Impostare l'integrale $\int_{\gamma} ds$ e calcolare $\int_{\gamma} \omega$ con $\omega = \frac{1}{2}(x dy - y dx)$.