Ottimizzazione dei sistemi energetici

Parte terza

Ing. Alessandro Pisano
apisano@unica.it

Esempio Ottimizzazione di sistemi HVAC

Consideriamo il problema della ottimizzazione di un sistema HVAC preposto alla regolazione della temperatura di una stanza.

Il sistema HVAC assorbe dalla rete la potenza istantanea necessaria al proprio funzionamento, con una tariffazione differente sulla base della fascia oraria.

Onde massimizzare il comfort termico degli occupanti, si desidera che nelle fasce orarie diurne la temperatura della stanza sia mantenuta il più vicina possibile ad un valore desiderato di set-point, e che durante l'intera giornata la temperatura sia vincolata all'interno di un intervallo ammissibile

Si desidera anche minimizzare i costi per l'acquisto di energia dalla rete.

Tali esigenze (minimizzazione dei costi e massimizzazione del comfort termico) sono intuitivamente in contrasto fra loro. Entriamo quindi nell'ambito di una **ottimizzazione multi-obiettivo**

Formulazione generale di un problema di ottimizzazione multi-obiettivo

Minimizzare $f_1(x), f_2(x), \ldots, f_N(x)$

Sotto i vincoli $g_i(x) \leq 0 \qquad i = 1,2,..,m$

$h_j(x) = 0 \qquad j = 1,2,..,\ell$

$f_1(x), f_2(x), \ldots, f_N(x) \qquad f_i(x) \colon \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ **funzioni obiettivo**

$x \in \mathbb{R}^n$ **Variabili di decisione**

$g_i(x) \leq 0$ *Vincoli di diseguaglianza*

$h_j(x) = 0$ *Vincoli di uguaglianza*

In versione compatta:

Minimizzare $f_1(x), f_2(x), \ldots, f_N(x)$

Sotto i vincoli $\boldsymbol{g}(x) \leq 0$

$\boldsymbol{h}(x) = 0$

$$g(x) = \begin{bmatrix} g_1(x) \\ g_2(x) \\ \vdots \\ g_m(x) \end{bmatrix} \qquad h(x) = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \\ \vdots \\ h_\ell(x) \end{bmatrix}$$

Quali sono gli approcci comunemente adottati per fronteggiare un problema di questo tipo?

Metodo della somma pesata («weighted sum» method - WSM)

Si aggregano le funzioni obiettivo $f_1(x), f_2(x), \dots, f_N(x)$ in una funzione complessiva scalare $J(x)$ eseguendo una combinazione lineare (somma pesata) nella quale il peso di ciascuna funzione obiettivo è proporzionale all'importanza dell'obiettivo sottinteso

$$J(x) = \sum_{i=1}^{N} \beta_i \, f_1(x)$$

Il problema si formula pertanto nel modo seguente

Minimizzare $$J(x) = \sum_{i=1}^{N} \beta_i \, f_1(x)$$

Sotto i vincoli $$\boldsymbol{g}(x) \leq 0$$

$$\boldsymbol{h}(x) = 0$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} g_1(x) \\ g_2(x) \\ \vdots \\ g_m(x) \end{bmatrix} \qquad h(x) = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \\ \vdots \\ h_\ell(x) \end{bmatrix}$$

Metodo degli «ϵ − constraints»

Si inserisce nella funzione di costo $J(x)$ solamente una fra le funzioni obiettivo $f_1(x), f_2(x), \ldots, f_N(x)$ (sia μ l'indice corrispondente alla funzione obiettivo scelta). Le altre $N-1$ funzioni obiettivo vengono vincolate imponendo che il loro valore non superi una soglia massima ϵ_i

Il problema si formula pertanto nel modo seguente

Minimizzare $\quad J(x) = f_\mu(x)$

Sotto i vincoli

$$f_i(x) \le \epsilon_i \qquad i = 1,2,..,N\,, \quad i \ne \mu$$

$$\boldsymbol{g}(x) \le 0$$

$$\boldsymbol{h}(x) = 0 \qquad j = 1,2,..,\ell$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} g_1(x) \\ g_2(x) \\ \vdots \\ g_m(x) \end{bmatrix} \qquad h(x) = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \\ \vdots \\ h_\ell(x) \end{bmatrix}$$

Metodo «weighted metric»

Si risolvono preliminarmente i problemi di ottimizzazione a obiettivo singolo considerando separatamente ed una ad una le funzioni obiettivo $f_1(x), f_2(x), \dots, f_N(x)$. Sia μ_i^* (i=1,2,...,N) il relativo valore minimo della funzione obiettivo $f_i(x)$

Fatto ciò, si considerano le differenze $f_i(x) - \mu_i^*$, ed una funzione complessiva scalare $J(x)$ che ne combina linearmente i valori assoluti. Il peso di ciascun termine è proporzionale all'importanza dell'obiettivo sottinteso

Il problema si formula pertanto nel modo seguente

Minimizzare $$J(x) = \sum_{i=1}^{N} \beta_i |f_i(x) - \mu_i^*|$$

Sotto i vincoli $$\boldsymbol{g}(x) \leq 0$$

$$\boldsymbol{h}(x) = 0$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} g_1(x) \\ g_2(x) \\ \vdots \\ g_m(x) \end{bmatrix} \qquad h(x) = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \\ \vdots \\ h_\ell(x) \end{bmatrix}$$

Metodo «weighted metric» - versione generalizzata

La funzione complessiva scalare $J(x)$ può essere costruita in maniera differente e più generale, come riportato nel seguito. Si noti come considerando nella espressione di $J(x)$ il valore p=1 si riottiene la formulazione della precedente slide.

Il problema si formula pertanto nel modo seguente:

Minimizzare $$J(x) = \left[\sum_{i=1}^{N} \beta_i |f_i(x) - \mu_i^*|^p\right]^{1/p} \qquad p = 1,2,3, \dots .$$

Sotto i vincoli $$\boldsymbol{g}(x) \le 0$$

$$\boldsymbol{h}(x) = 0 \qquad j = 1,2,..,\ell$$

$$g(x) = \begin{bmatrix} g_1(x) \\ g_2(x) \\ \vdots \\ g_m(x) \end{bmatrix} \qquad h(x) = \begin{bmatrix} h_1(x) \\ h_2(x) \\ \vdots \\ h_\ell(x) \end{bmatrix}$$

Torniamo al problema della ottimizzazione del sistema HVAC

Dinamica termica dell'edificio

Consideriamo un sistema di raffrescamento, che «sottrae» energia termica dall'ambiente

Eq. di conservazione dell'energia

$$C_r \dot{T}(t) = \frac{T_{out}(t) - T(t)}{R_w} + [Q_{sun}(t) + Q_{int}(t) - P(t)]$$

$P(t)$ Potenza istantanea del sistema HVAC di raffrescamento

$T_{out}(t)$ Temperatura esterna (nota)

$Q_{sun}(t)$ Potenza dovuta alla radiazione solare (nota)

$Q_{int}(t)$ Potenza dovuta agli occupanti (nota)

Modello a tempo discreto (discretizzazione secondo il metodo di Eulero)

$$T(k+1) = T(k) + \frac{\Delta T}{C_r R_w}\big(T_{out}(k) - T(k)\big) + \frac{\Delta T}{C_r} \cdot [Q_{sun}(k) + Q_{int}(k) - P(k)]$$
$$T(0) = T_0$$

Funzioni obiettivo

$$\mathrm{J}_1 = \sum_{k=1}^{N} \Delta T \cdot C(k) \cdot P(k)$$

Costi sostenuti per l'acquisto di energia dalla rete

$$J_2 = \sum_{k=1}^{N} \alpha_c(k) \cdot \left(T(k) - T_{des}(k)\right)^2$$

Comfort termico

$\alpha_c(k)$ è una funzione che vale 1 nelle fasce orarie diurne, e zero altrimenti

Serve a fare in modo che gli scostamenti della temperatura dal set point vengano penalizzati solamente nelle fasce orarie diurne, come da specifiche del problema.

$C(k)$ contiene per ciascuno degli slot temporali di riferimento il costo di acquisto dell'energia in €/kWh

Funzione di costo con l'approccio WSM

$$J = \beta_1 \mathrm{J}_1 + \beta_2 J_2 = \beta_1 \sum_{k=1}^{N} \Delta T \cdot C(k) \cdot P(k) + \beta_2 \sum_{k=1}^{N} \alpha_c(k) \cdot \left(T(k) - T_{des}(k)\right)^2$$

Vincoli e parametrizzazione

$0 \leq P_{min} \leq P(k) \leq P_{Max}$

$P_{min} = 0\ kW$

$P_{Max} = 5\ kW$

Vincoli sulla potenza del sistema HVAC

$T_{min} \leq T(k) \leq T_{Max}$

$T_{in} = 22°C$

$T_{min} = 20\ °C$

$T_{Max} = 24°C$

Vincoli sull'intervallo ammissibile per la temperatura della stanza e

$\Delta T = 15\ min = 0.25\ h$

N = 96 (24 ore)

Tempo di campionamento e orizzonte temporale di ottimizzazione

$C_r = 5.06\ Kwh/K$

Capacità termica della stanza

$R_w = 39\ K/Kw$

Resistenza della parete

Sviluppiamo un codice che risolva il problema ponendo i coefficienti β_1 e β_2 entrambi pari ad uno.

Il codice complessivo si compone di uno script principale (`HVAC_wsm.m`) e di uno script ausiliario (`HVAC_Calcolo_profili.m`) che determina i profili temporali di ingresso dei segnali $\alpha_c(k)$, $C(k)$, $T_{out}(k)$, $Q_{sun}(t)$, e $Q_{int}(k)$

HVAC_wsm.m

```
Clc, clear all, close all,

Cr=5.06; % room heat capacity [kWh/K]
Rw=39; % wall resistance [K/kW]

T_sim =24*60; % length of horizon [min]
Ts= 15; % Sampling period [min]
n = T_sim/Ts; % number of temporal slots
time = 0:Ts:(T_sim-Ts);
DT=Ts/60; % Sampling period [h]

figureOK=1;
HVAC_Calcolo_profili; % determinazione profili esterni

Tin0=23; % temperature initial value
Pmin=0;
Pmax=5; % cooling power value limits
Tinmin=20;
Tinmax=24; % limit values on temperature
Tin_setp = 22*ones(n,1); % Desired temperature
```

```
%% Optimization

% Decision variables definition
P=optimvar('P',n,1,'LowerBound',Pmin,'UpperBound',Pmax);
T=optimvar('T',n,1,'LowerBound',Tinmin,'UpperBound',Tinmax);

% Problem constraints definition
xcons1=T(1)==Tin0+(DT/Cr)*(1/Rw)*(Tout(1)-Tin0)+(DT/Cr)*(Q_sun(1)+Q_int(1)-
P(1));
xcons2=T(2:n)==T(1:n-1)+(DT/Cr)*(1/Rw)*(Tout(2:n)-T(1:n-
1))+(DT/Cr)*(Q_sun(2:n)+Q_int(2:n)-P(2:n));

J1=DT*(Price')*P;
J2=(a_comf'*((T-Tin_setp).^2));

beta1=1;
beta2=1;

J=beta1*J1+beta2*J2; % Objective function (WSM)

optroomcost=optimproblem;
optroomcost.Objective = J;
optroomcost.Constraints.xcons1 = xcons1;
optroomcost.Constraints.xcons2 = xcons2;

options = optimoptions('quadprog','Display','final');
[optroomcostsol, min] = solve(optroomcost,'options', options);
```

```
% Analisi della soluzione
Pstar=optroomcostsol.P;
Tstar=optroomcostsol.T;
Jstar=min; % optimal conditions
costo_Eur=DT*(Price')*Pstar;
coef_comf=sum((Tstar-Tin_setp).^2/n);



figure
stairs(time/60,Tstar,'LineWidth',2),grid
xlabel('Time slot [h]')
title('Room temperature (°C)')
set(gca,'FontSize',14)
xticks(0:2:24)
xlabel('Tempo [h]')

figure
stairs(time/60,Pstar,'LineWidth',2),grid
xlabel('Time slot [h]')
title('HVAC power (W)')
set(gca,'FontSize',14)
xticks(0:2:24)
ylim([-0.1 5.1])
xlabel('Tempo [h]')

disp('Spese energia (Euro):')
costo_Eur

disp('Comfort index')
coef_comf
```

HVAC_Calcolo_Profili.m

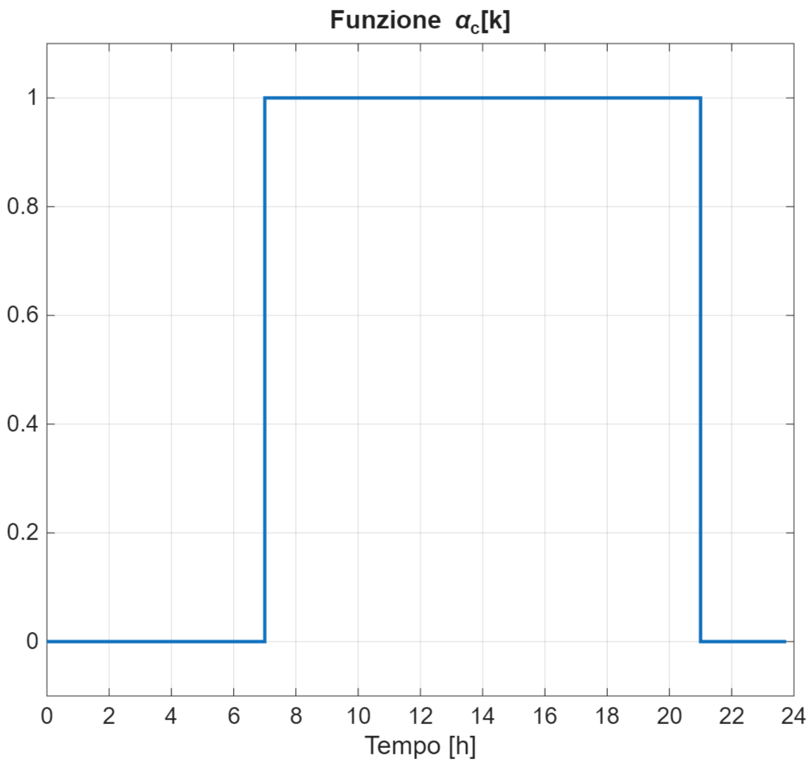
```
aw = 0.7; % coefficient of heat radiation absorbed by windows
Sw = 4.5; % window area (m^2)

q_p = 0.1; % heat produced by one person (kW)

Clow=0.3; % costo energia in fascia bassa [Eur/kWh]
Cmed=0.4; % costo energia in fascia media [Eur/kWh]
Cpeak=0.5; % costo energia in fascia alta [Eur/kWh]

%% alfa_c

alfa_c=zeros(n,1);
i07=1:7*4;
i721=7*4+1:21*4;
i2124=21*4+1:24*4;

for j=[i07 i2124]
alfa_c(j)=0;
end

for j=i721
alfa_c(j)=1;
end

clear i07 i721 i2124
```

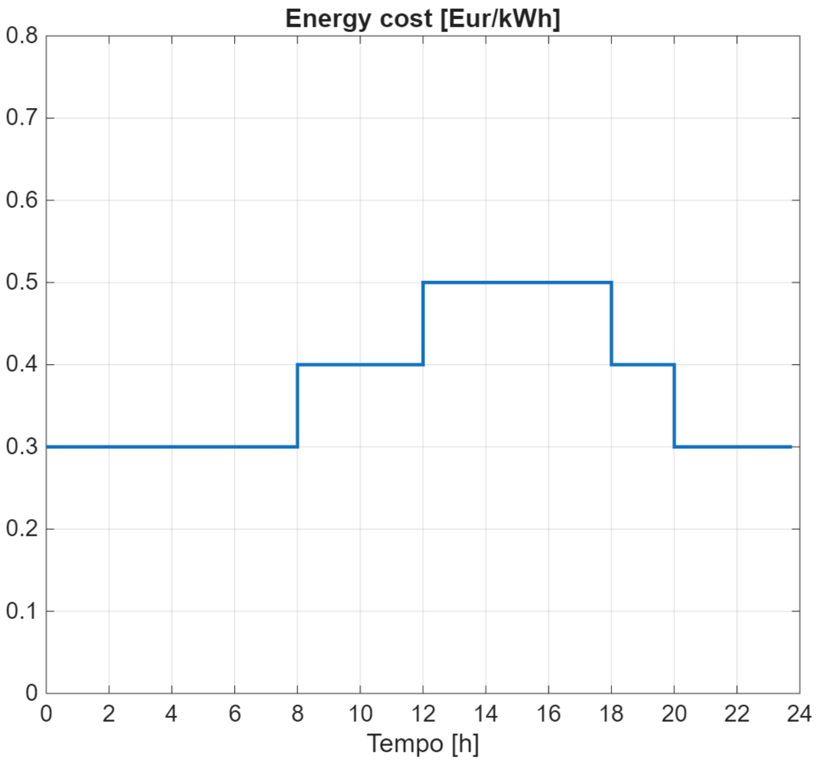
```
%% COSTO ENERGIA
C=zeros(n,1);
ilow1=1:8*4;
iav1=8*4+1:12*4;
ip=12*4+1:18*4;
iav2=18*4+1:20*4;
ilow2=20*4+1:24*4;

for j=[ilow1 ilow2]
C(j)=Clow;
end

for j=[iav1 iav2]
C(j)=Cmed;
end

for j=ip
C(j)=Cpeak;
end

Price=C;

clear ilow1 iav1 ip ilow2 iav2 C

%% External temperature Tout (°C)

ExtT=8+[18.00, 17.8, 17.3, 16.8, 16.5, 16.28, 16.79, 19.15, 20.18, 22.45, ...
24.38, 25.21, 26.22, 27.13, 26.22, 24.82, 23.03, 20.76, 20.14, 19.13, ...
19.10, 18.80, 18.5, 18.30];

Tout = interp1(1:24, ExtT, linspace(1,24,96), 'linear')';

clear ExtT
```

```
%% QSUN (kW)

I_sun =(max(0,800*sin(2*pi*(1/1440)*(time-480)))); % Solar irradiance (W/m^2)
Q_sun = 0.001*aw * Sw * I_sun; % Solar heat gain (kW)
Q_sun=Q_sun';

clear I_sun

%% Qint (W)

Q_int=zeros(n,1);
ilow1=1:7*4;
iav1=7*4+1:11*4;
ip=11*4+1:17*4;
iav2=17*4+1:19*4;
ilow2=19*4+1:24*4;

Qintlow=0;
Qintmed=5*q_p;
Qintpeak=10*q_p;

for j=[ilow1 ilow2]
Q_int(j)=Qintlow;
end

for j=[iav1 iav2]
Q_int(j)=Qintmed;
end

for j=ip
Q_int(j)=Qintpeak;
end

clear ilow1 iav1 ip ilow2 iav2
```

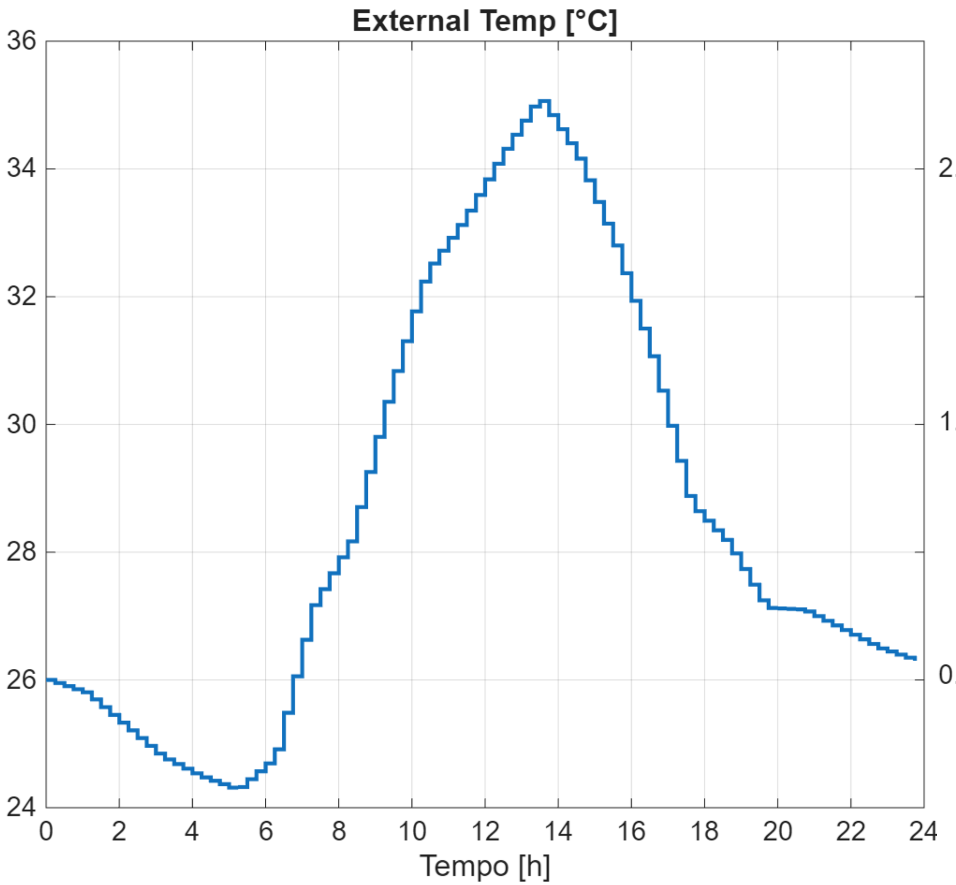
```
if(figureOK)

figure(1)
stairs(time/60,alfa_c,'LineWidth',2),grid
title('Funzione \alpha_c[k]')
xlim([0 24])
ylim([-0.1 1.1])
set(gca,'FontSize',14)
xticks(0:2:24)
xlabel('Tempo [h]')

figure(2)
stairs(time/60,Price,'LineWidth',2),grid
title('Energy cost [Eur/kWh]')
xlim([0 24])
set(gca,'FontSize',14)
xticks(0:2:24)
ylim([0 0.8])
xlabel('Tempo [h]')

figure(3)
stairs(time/60,Tout,'LineWidth',2),grid
xlim([0 24])
set(gca,'FontSize',14)
title('External Temp [°C]')
xticks(0:2:24)
xlabel('Tempo [h]')

figure(4)
stairs(time/60,Q_sun,'LineWidth',2),grid
title('Q_{sun} [kW]')
xlim([0 24])
set(gca,'FontSize',14)
xticks(0:2:24)
xlabel('Tempo [h]')

figure(5)
stairs(time/60,Q_int,'LineWidth',2),grid
title('Q_{int} [kW]')
xlim([0 24])
set(gca,'FontSize',14)
xticks(0:2:24)
ylim([-0.1 1.1])
xlabel('Tempo [h]')
end
```

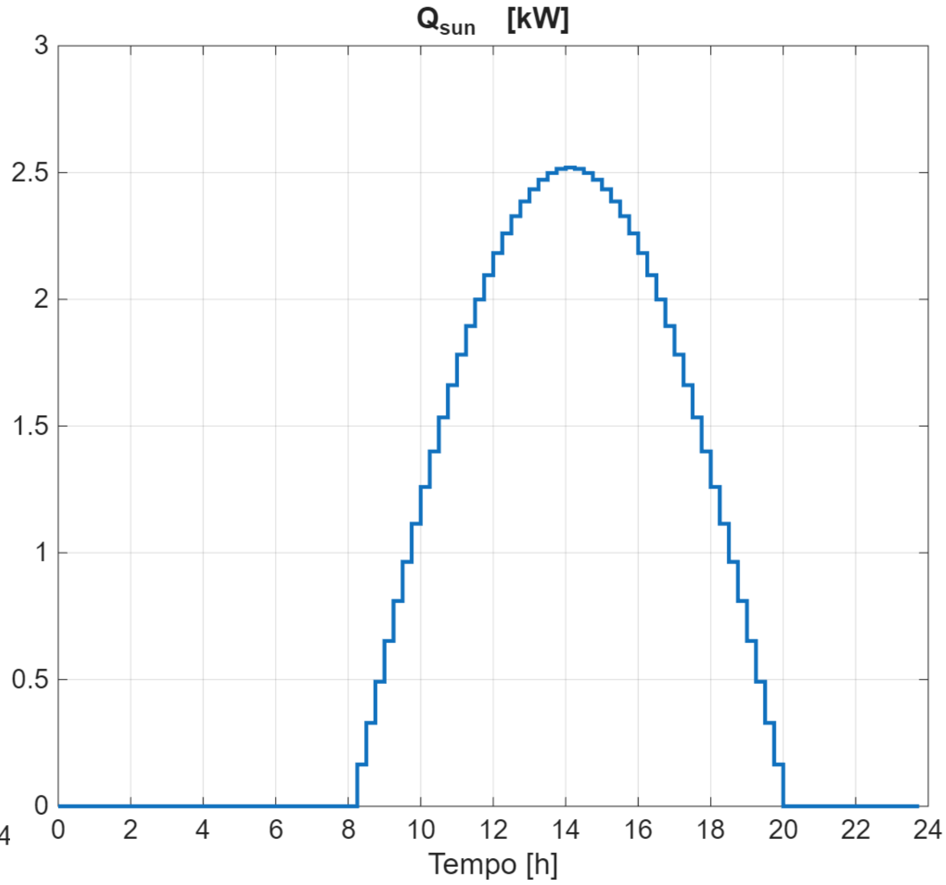
Segnali di ingresso



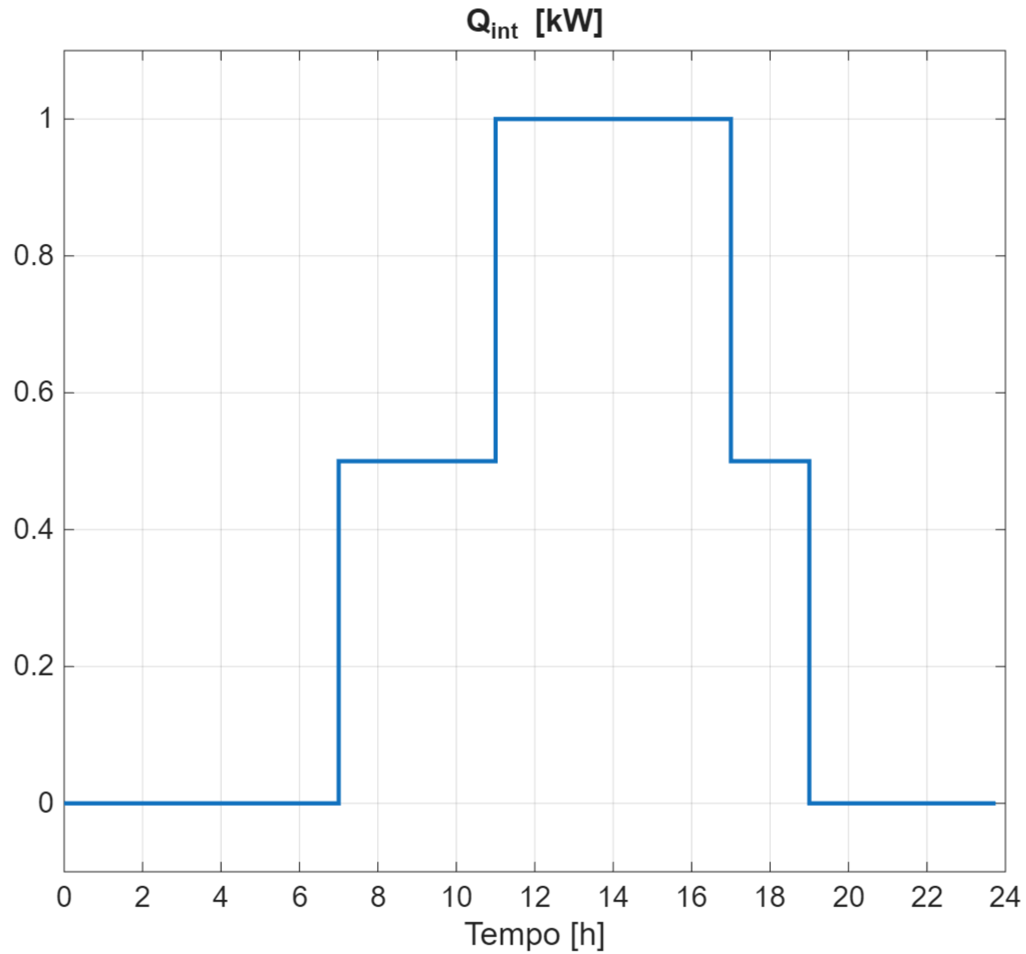


Segnali di ingresso

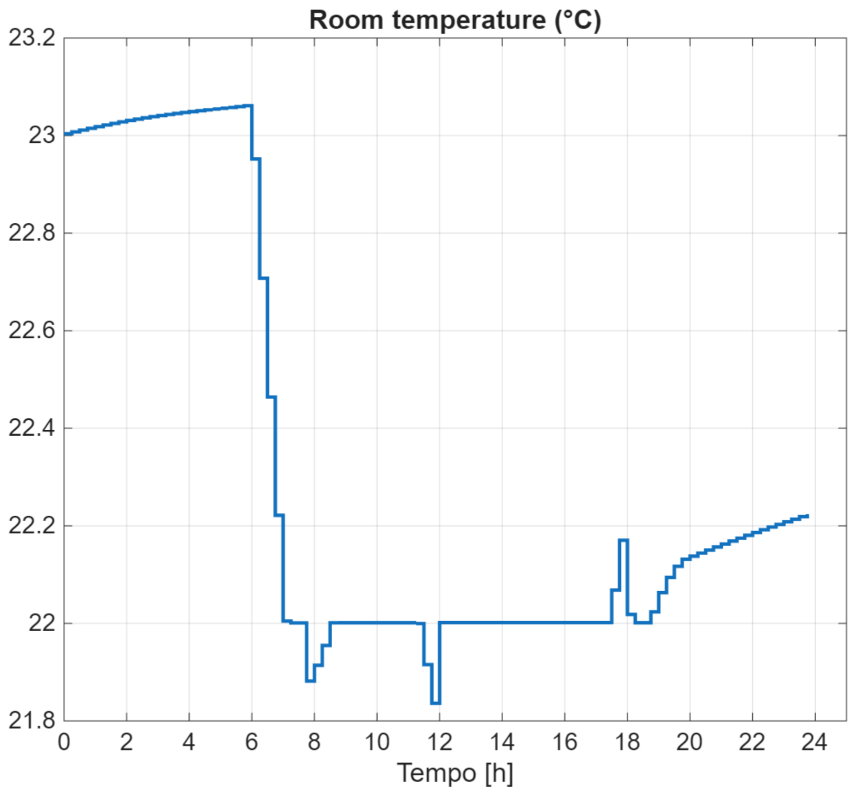


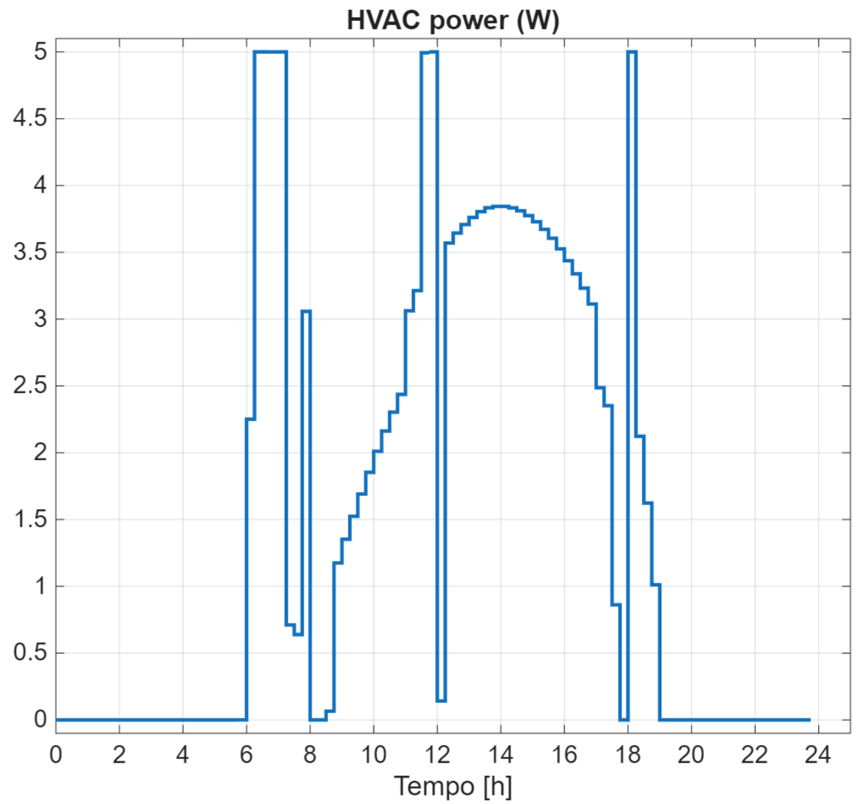


Segnali di ingresso



Risultati ottimizzazione






```
costo_Eur =

   15.6244

Comfort index

coef_comf =

    0.2934
```

Sviluppiamo un codice modificato che risolva il problema fissando il coefficiente β_1 al valore unitario e assegnando al parametro β_2 i valori 0, 0.1, 0.2,….., 5.

L'obiettivo di tale analisi è caratterizzare il modo con cui le funzioni obiettivo J1 e J2 variano il proprio valore ottimale al crescere di β_2

Lo script ausiliario (`HVAC_Calcolo_profili.m`) resta invariato. Mostriamo le modifiche da apportare allo script principale che qui chiamiamo `HVAC_wsm_beta2var.m`

HVAC_wsm_beta2var.m

```
Clc, clear all, close all,

Cr=5.06; % room heat capacity [kWh/K]
Rw=39; % wall resistance [K/kW]

T_sim =24*60; % length of horizon [min]
Ts= 15; % Sampling period [min]
n = T_sim/Ts; % number of temporal slots
time = 0:Ts:(T_sim-Ts);
DT=Ts/60; % Sampling period [h]

figureOK=1;
HVAC_Calcolo_profili; % determinazione profili esterni

Tin0=23; % temperature initial value
Pmin=0;
Pmax=5; % cooling power value limits
Tinmin=20;
Tinmax=24; % limit values on temperature
Tin_setp = 22*ones(n,1); % Desired temperature
```

Parte invariata

HVAC_wsm_beta2var.m

Modifiche minimali

```
%% Optimization

% Decision variables
P=optimvar('P',n,1,'LowerBound',Pmin,'UpperBound',Pmax);
T=optimvar('T',n,1,'LowerBound',Tinmin,'UpperBound',Tinmax);


% Cconstraints
xcons1=T(1)==Tin0+(DT/Cr)*(1/Rw)*(Tout(1)-Tin0)+(DT/Cr)*(Q_sun(1)+Q_int(1)-P(1));
xcons2=T(2:n)==T(1:n-1)+(DT/Cr)*(1/Rw)*(Tout(2:n)-T(1:n-1))+(DT/Cr)*(Q_sun(2:n)+Q_int(2:n)-
P(2:n));

% Cost function
J1=DT*(Price')*P;
J2=(alfa_c'*((T-Tin_setp).^2));

optroomcost=optimproblem;
optroomcost.Constraints.xcons1 = xcons1;
optroomcost.Constraints.xcons2 = xcons2;
```

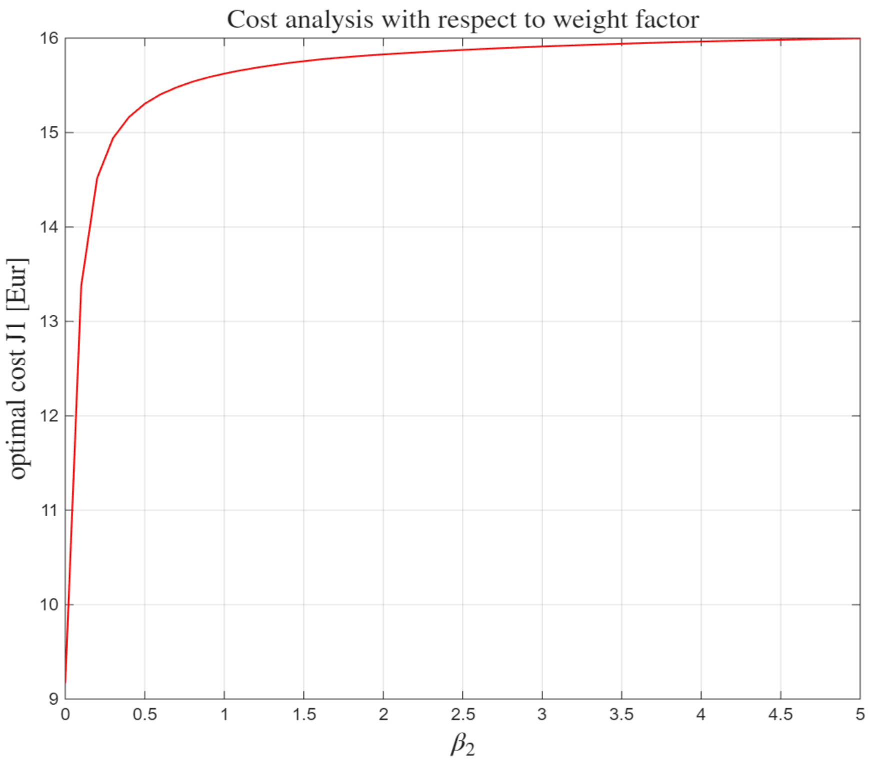
HVAC_wsm_beta2var.m

Modifiche sostanziali

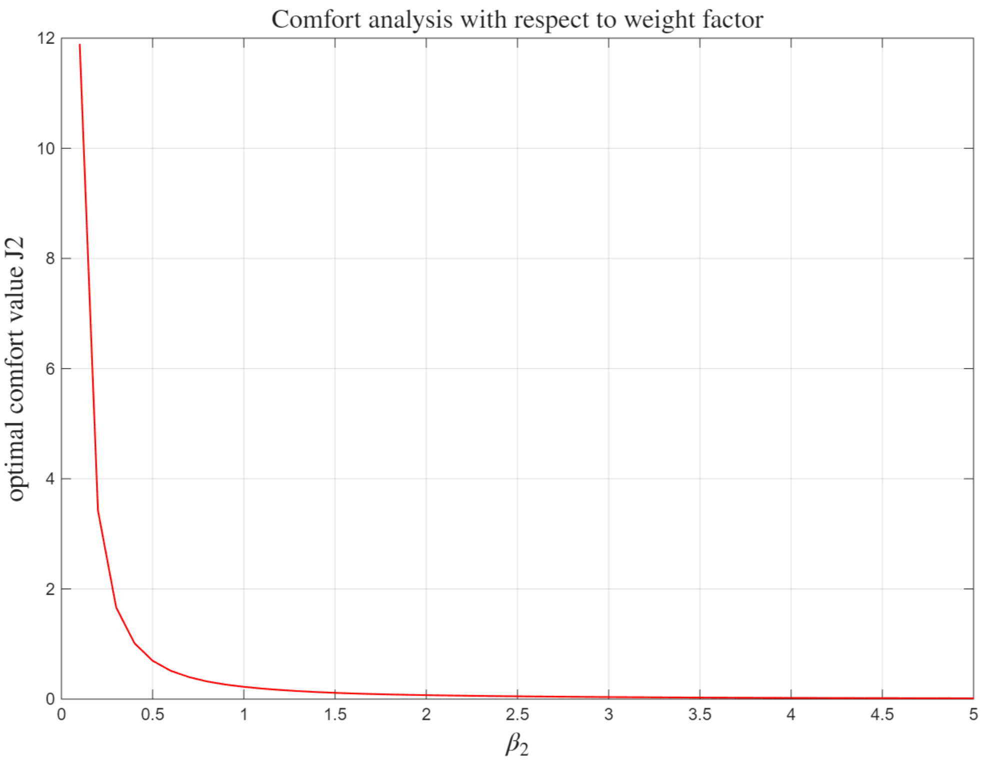
```
beta2v=0:0.1:5;
S = struct();
S(length(beta2v)) = struct();

i=0; beta1=1;

for beta2=beta2v
i=i+1;
J=beta1*J1+beta2*J2;
optroomcost.Objective = J;

if (beta2==0)
options = optimoptions('linprog','Display','final');
else
options = optimoptions('quadprog','Display','final');
end

[optroomcostsol, min] = solve(optroomcost,'options', options);
S(i).index=i;
S(i).beta2=beta2;
S(i).solution=optroomcostsol;
S(i).mins=min;
end

for i=1:length(beta2v)
Popt=S(i).solution.P;
Topt=S(i).solution.T;
J1v(i)=DT*(Price')*Popt;
J2v(i)=(alfa_c'*((Topt-Tin_setp).^2));
end
```

Si genera una struttura S che contiene i risultati dei vari problemi di ottimizzazione corrispondenti ai diversi valori di β_2

Valore ottimale della funzione obiettivo J1



Valore ottimale della funzione obiettivo J2



Spunti di approfondimento

Incrementare il numero di stanze, e modellare la dinamica termica dell'edificio in maniera più sofisticata, includendo esplicitamente l'accumulo di energia termica nelle pareti dell'immobile.

Includere un sistema di accumulo BESS

Includere un sistema di accumulo termico, riscaldato elettricamente, che attraverso uno scambiatore di calore possa fungere da sorgente termica per il sistema HVAC

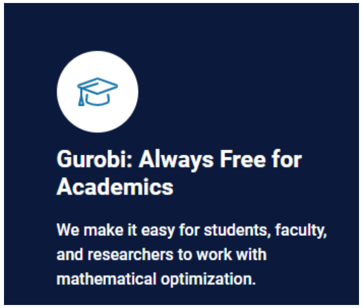
Includere un sistema di produzione di energia da fonte rinnovabile (ad es. PV)

Includere l'opzione di immettere in rete l'energia prodotta in eccesso rispetto alle esigenze dell'edificio

Includere dei carichi elettrici fissi e dei carichi variabili che possano essere schedulati come parte del problema di ottimizzazione (demand-response)

Alcuni ambienti di ottimizzazione

https://www.gurobi.com/



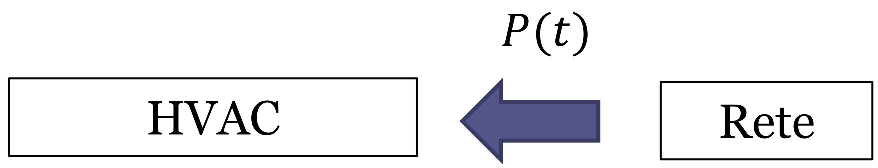
http://cvxr.com/cvx/

https://yalmip.github.io/

https://www.mosek.com/

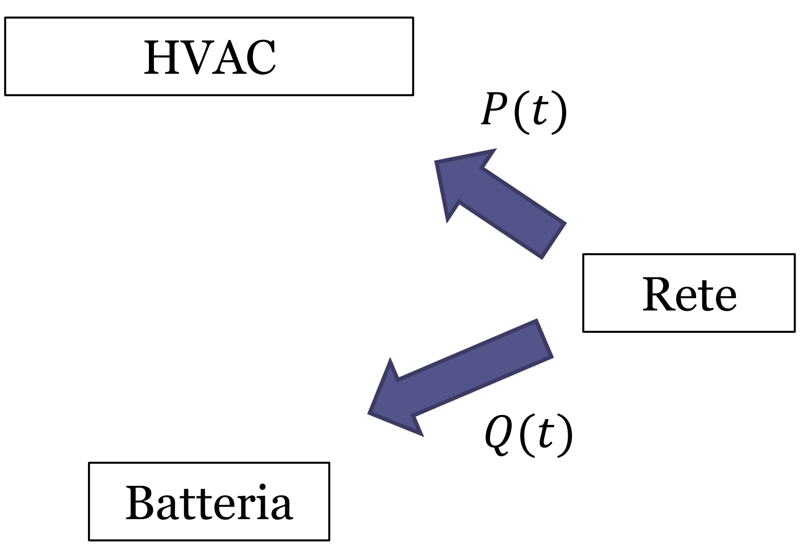
FLUSSI DI POTENZA

Senza batteria



Con batteria

Fase di carica [Q>0]



Fase di scarica [Q<0]