
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI
CORSO DI LAUREA IN FISICA
Metodi Matematici della Fisica - A.A. 2024/2025
PRIMA PROVA PARZIALE - 24/04/2025

Esercizio 1. Data la funzione

$$f(z) = \frac{1}{z^3 + 9z}$$

- classifica le singolarità della funzione e il comportamento nel punto all'infinito
- calcola i residui al finito e all'infinito
- scrivi i primi due termini della serie di Taylor-Laurent intorno a $z = 0$, specificando il raggio di convergenza
- calcola il valore principale del seguente integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^3 + 9x} dx$$

Esercizio 2. Data la funzione

$$f(z) = \frac{\cos z}{z^2 + 4}$$

- classifica le singolarità della funzione e il comportamento nel punto all'infinito
- calcola i residui al finito e all'infinito
- scrivi i primi due termini della serie di Taylor-Laurent intorno a $z = 2i$, specificando il raggio di convergenza
- calcola il seguente integrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos x}{x^2 + 4} dx$$

Esercizio 3. Data la funzione

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi+x}{4} & (-\pi \leq x \leq 0) \\ \frac{\pi-x}{4} & (0 \leq x \leq \pi) \end{cases}$$

- scrivi lo sviluppo in serie di Fourier nell'intervallo $(-\pi, \pi)$
- verifica che lo sviluppo converga al valore della funzione in $x = 0$
- verifica l'identità di Parseval

Per gli ultimi due punti potrebbero servirti i seguenti risultati:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2} = \frac{\pi^2}{8}$$
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^4} = \frac{\pi^4}{96}$$