
UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI
CORSO DI LAUREA IN FISICA
Metodi Matematici della Fisica - A.A. 2024/2025
QUINTO APPELLO - 14/01/2026

Esercizio 1. Data la funzione di variabile complessa z :

$$f(z) = \frac{z^2 + 1}{z(z-1)^2}$$

- determina i punti di singolarità al finito e il comportamento all'infinito
- calcola i residui nei punti di singolarità e all'infinito
- calcola l'integrale di $f(z)$ lungo una circonferenza di raggio 2 centrata nell'origine
- determina i primi tre termini dello sviluppo di Taylor-Laurent in $z = 0$

Esercizio 2. Data la funzione

$$f(x) = \pi^2 - x^2 \quad \text{per} \quad -\pi \leq x \leq \pi,$$

- scrivi lo sviluppo in serie di Fourier di $f(x)$ nell'intervallo indicato
- considerando $f(0)$, calcola il valore della serie notevole che ne deriva

Esercizio 3. Facendo uso delle trasformate notevoli $\mathcal{F}(\cos(\omega t)) = \frac{s}{s^2 + \omega^2}$ e $\mathcal{F}(\sin(\omega t)) = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$, determina

- l'antitrasformata di Laplace della funzione $f(s) = \frac{2s+3}{s^2+4s+5}$.
- la trasformata di Laplace della funzione $f(t) = e^{-2t} \sin(3t)$

Esercizio 4. Dato l'operatore rappresentato dalla seguente matrice

$$T = \begin{pmatrix} 1 & i & 0 \\ -i & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- verifica che T è normale
- determina autovalori e autovettori
- costruisci una base ortonormale di autovettori
- trova la matrice U che lo diagonalizza ($T = UDU^\dagger$)