

---

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI CAGLIARI  
CORSO DI LAUREA IN FISICA  
**Metodi Matematici della Fisica - A.A. 2024/2025**  
TERZO APPELLO - 14/07/2025

---

**Esercizio 1.** Data la funzione di variabile complessa

$$f(z) = \frac{z^3}{2z^4 + 1}$$

- individua le singolarità al finito e il comportamento nel punto all'infinito, e calcola i relativi residui
- calcola l'integrale della funzione  $f(z)$  lungo una circonferenza di raggio 2, e mostra che il risultato non cambia se il verso di percorrenza è orario o antiorario
- ricava il primo termine della serie di Taylor-Laurent intorno al polo situato nel primo quadrante (verificando così il risultato del primo punto)

**Esercizio 2.** Considerando il prolungamento periodico della funzione

$$f(x) = e^x \quad \text{per} \quad -\pi \leq x \leq \pi,$$

- calcola i coefficienti di Fourier in forma complessa
- ricava la serie di Fourier in termini di seni e coseni
- calcola  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2+1}$

**Esercizio 3.** Calcola l'antitrasformata di Laplace delle seguenti funzioni

$$\begin{aligned} F(s) &= \frac{1}{s^2 - 2s + 2} \\ F(s) &= \frac{s}{s^2 - 4s + 20} \end{aligned}$$

**Esercizio 4.** Date le seguenti matrici

$$A = \begin{pmatrix} i & 0 & \alpha \\ 0 & 2 & 0 \\ -2 & 0 & i \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & i \\ 0 & 1 & 0 \\ i & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

- Determina per quali valori di  $\alpha \in \mathbb{C}$ , la matrice  $A$  è normale
- Determina per quale valore di  $\alpha$  le matrici  $A$  e  $B$  ammettono una base di autovettori in comune
- Ricava gli autovalori delle due matrici