

## Prova scritta di Analisi Matematica 3

**Esercizio 1.** (7 punti)

Sia  $f(x, y) = \operatorname{arctg}(xy)$ .

- Determinare la direzione di massima crescita e la massima crescita in corrispondenza del punto  $(2, 0)$ .
- Calcolare la derivata direzionale di  $f$  nel punto  $(2, 0)$  relativamente alla direzione  $\lambda = (\sqrt{2}/2, -\sqrt{2}/2)$ .
- Scrivere l'equazione cartesiana del piano tangente al grafico di  $f$  in corrispondenza del punto  $(2, 0)$ .
- Scrivere lo sviluppo di Taylor di  $f$  attorno al punto  $(2, 0)$  sino al secondo ordine e con il resto di Peano.

**Esercizio 2.** (7 punti)

Studiare i punti stazionari della funzione  $f(x, y) = \ln(x^2 + 1) - e^{y^2}$ .

**Esercizio 3.** (9 punti)

Sia  $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + (z - 1)^2 \leq 1\}$ , calcolare l'integrale

$$\iiint_E (x^2 + y^2) dx dy dz.$$

**Esercizio 4.** (7 punti)

Sia  $\gamma$  la curva di equazioni parametriche

$$\varphi(t) : \begin{cases} x = t \cos t \\ y = t \sin t \\ z = t \end{cases}, \quad t \in [-4\pi, 4\pi].$$

- Stabilire se la curva è chiusa e se è semplice, verificare che è regolare a tratti e scrivere il versore tangente indotto da  $\varphi(t)$ .
- Esprimere la lunghezza di  $\gamma$  mediante un integrale semplice (cioè di una variabile) e calcolare  $\int_{\gamma} z ds$ .