Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura

Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Prova scritta in aula del 27.01.2026

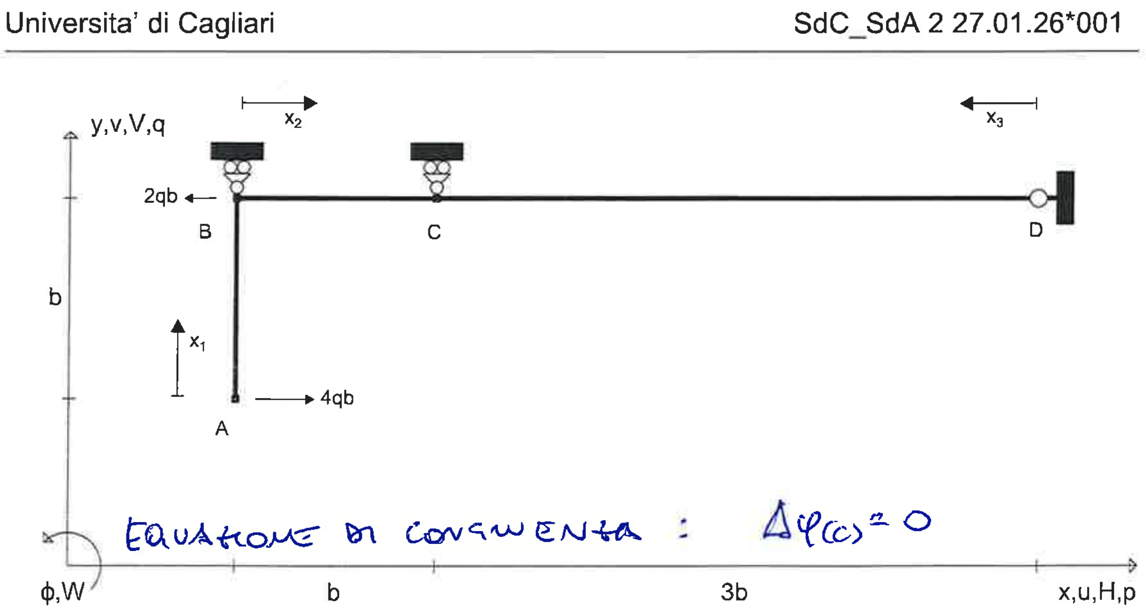
Parte II - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:....................................e-mail:....................... Matricola:.......

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C, M_C.
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Calcolare infine, riapplicando il PLV, la rotazione del punto D, φ_D.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

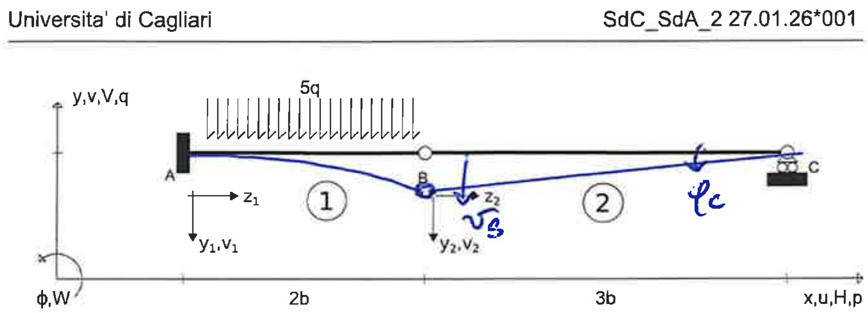


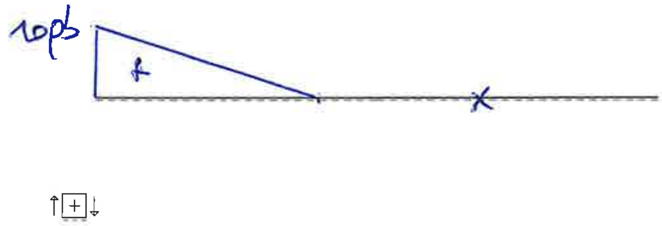
EQUAZIONE DI CONGRUENZA : $\Delta\varphi(C) = 0$

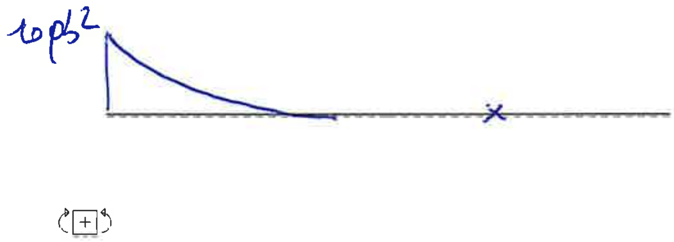
Esercizio n. 2 (7 punti)

Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A, B e C.
Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto B, v_B;
4. La rotazione del punto C, φ_C.







$H_A (\Rightarrow) =$ 0 ; $V_A (\Uparrow) =$ $10qb$; $M_A (\circlearrowleft) =$ $10qb^2$; $V_C (\Uparrow) =$ 0 ;

$N_{AB} =$ // ; $T_{AB} =$ $10qb - 5qz_1$; $M_{AB} =$ $-10qb^2 + 10qb\,z_1 - 5/2\, q\, z_1^2$;

$N_{BC} =$ // ; $T_{BC} =$ // ; $M_{BC} =$ // ;

c.c in $A =$ $v_1(z_1=0)=0$; $v_1'(z_1=0)=0$; c.c in $B =$ $v_1(z_1=2b) = v_2(z_2=0)$;

c.c in $C =$ $v_2(z_2=3b)=0$;

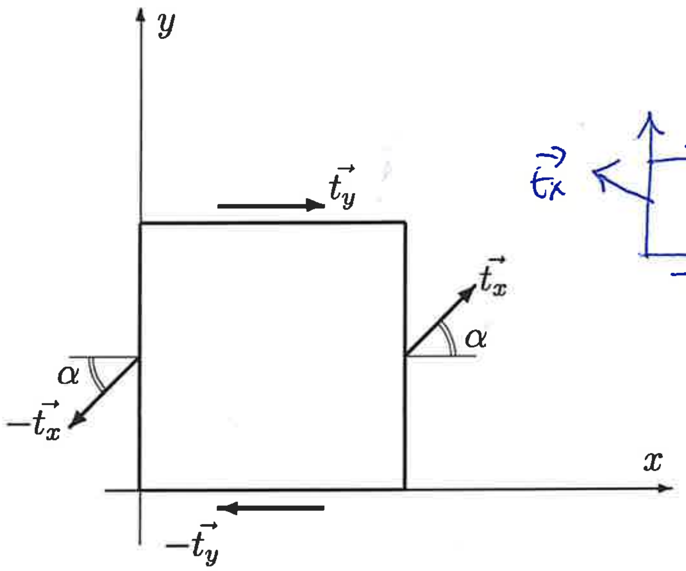
$v_1(z_1) =$ $1/EJ\,(5qb^2z_1^2 - 5/3\,qb\,z_1^3 + 5/24\,q z_1^4)$; $v_1'(z_1) =$ $1/EJ\,(10qb^2z_1 - 5qb\,z_1^2 + 5/6\,q z_1^3)$;

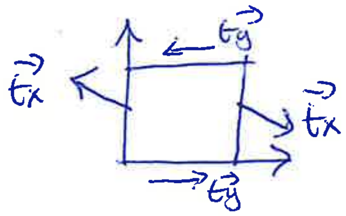
$v_2(z_2) =$ $1/EJ\,(-10/3\,qb^3z_2 + 10qb^4)$; $v_2'(z_2) =$ $1/EJ\,(-\frac{10}{3}qb^3)$;

$v_B =$ $10qb^4/EJ$ (↓) ; $\varphi_C =$ $-10qb^3/3EJ$ (↺) ;

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) $\boldsymbol{t}_x$ e $\boldsymbol{t}_y$ rispettivamente; di questi $\boldsymbol{t}_x$ è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = -30°$ (sicché: $\sin\alpha = -\frac{1}{2}$; $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$;) e ha modulo di valore $|\boldsymbol{t}_x| = 30$ MPa. L'altro vettore sforzo, $\boldsymbol{t}_y$, è invece *orizzontale* (ma di verso non specificato!), come indicato in Figura.
Si chiede di determinare le componenti σ_x, σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2, e la massima tensione tangenziale, τ_{max}.
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1.

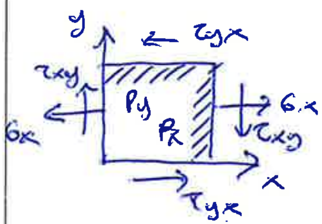




σ_x = 25,381 (MPa); σ_y = 0,000 (MPa); τ_{xy} = −15,000 (MPa);

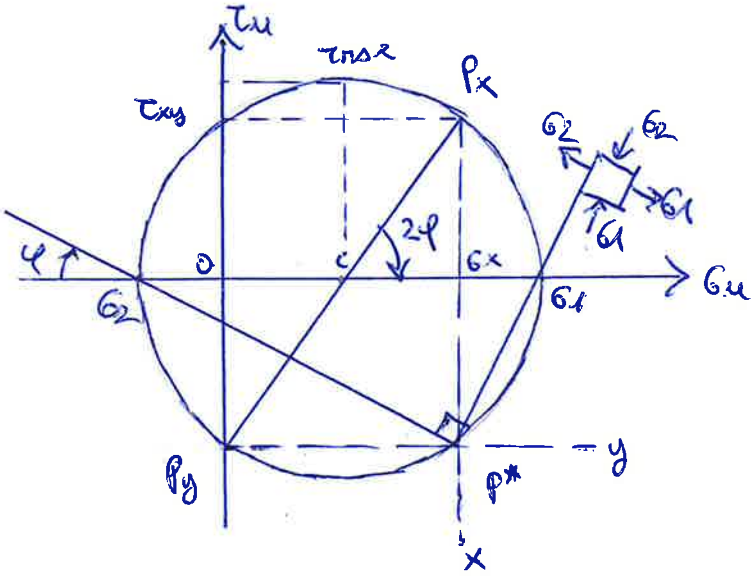
σ_1 = 32,833 (MPa); σ_2 = −6,853 (MPa); τ_{max} = 19,843 (MPa);

cerchio di Mohr:

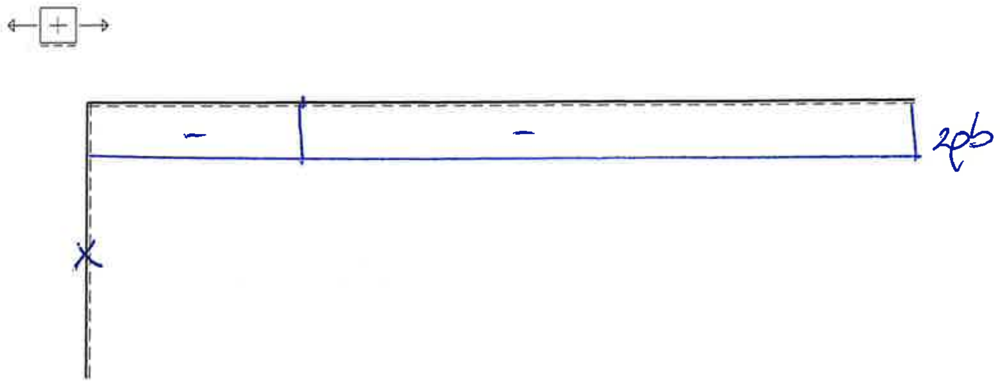


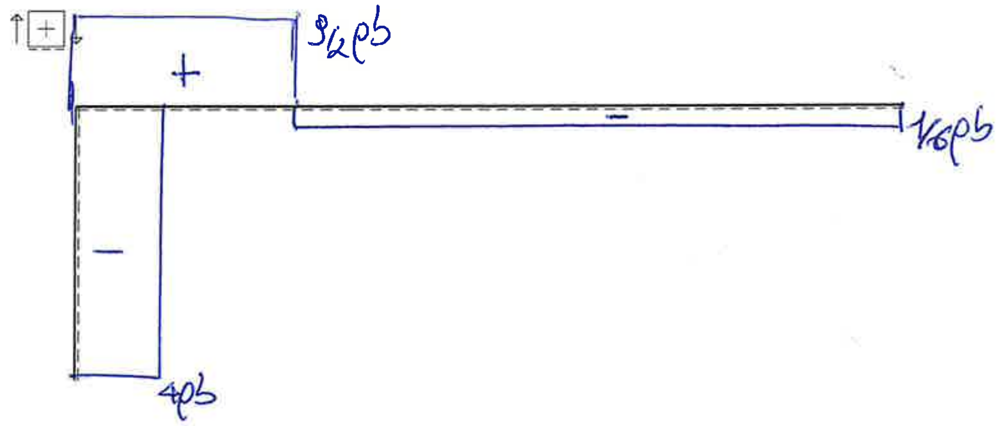
$P_x = (25,381; +15,000)$

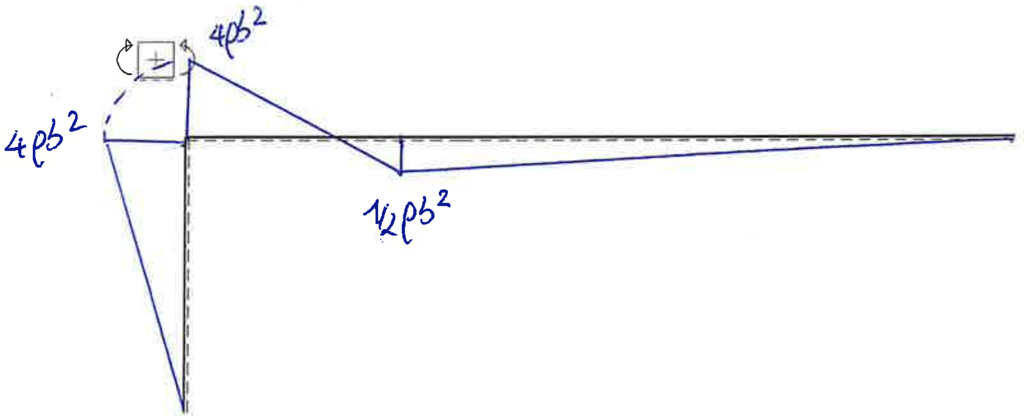
$P_y = (0,000; -15,000)$



φ = −24,55 (°);







V_B (⇧) = $9/2\,\rho b$; V_C (⇧) = $-14/3\,\rho b$; H_D (⇨) = $-2\rho b$; V_D (⇧) = $1/6\,\rho b$; M_C (↻□↺) = $1/2\,\rho b^2$;

N_{AB} = // ; T_{AB} = $-4\rho b$; M_{AB} = $-4\rho b x_1$;

N_{BC} = $-2\rho b$; T_{BC} = $9/2\,\rho b$; M_{BC} = $-4\rho b^2 + 9/2\,\rho b x_2$;

N_{DC} = $-2\rho b$; T_{DC} = $-1/6\,\rho b$; M_{DC} = $1/6\,q b x_3$;

φ_D = $q b^3/4EI$ (5);

Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura

Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Prova scritta in aula del 27.01.2026

Parte II - Testo 2

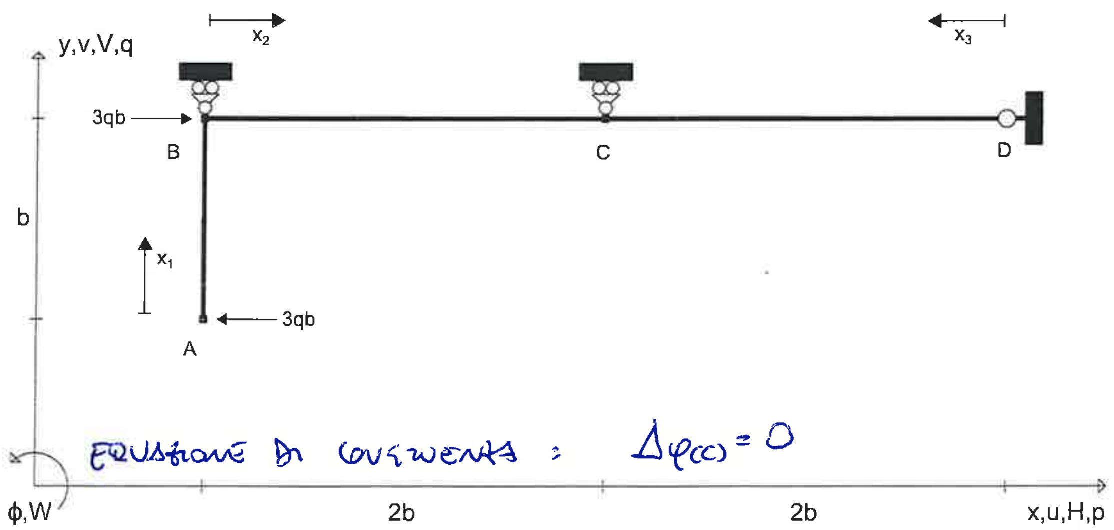
Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:....................................e-mail:........................ Matricola:.......

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C, M_C.
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Calcolare infine, riapplicando il PLV, la rotazione del punto D, φ_D.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

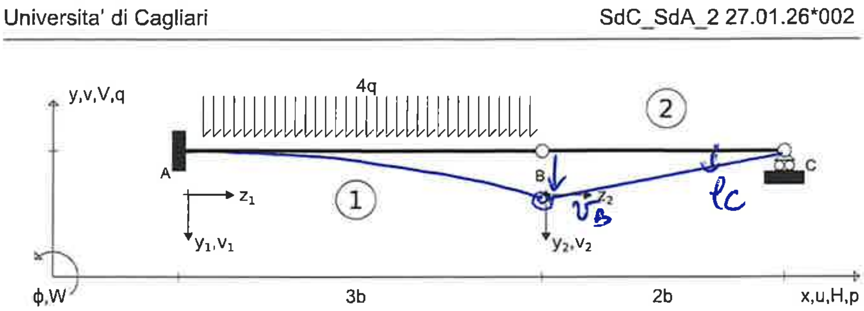
Universita' di Cagliari — SdC_SdA 2 27.01.26*002

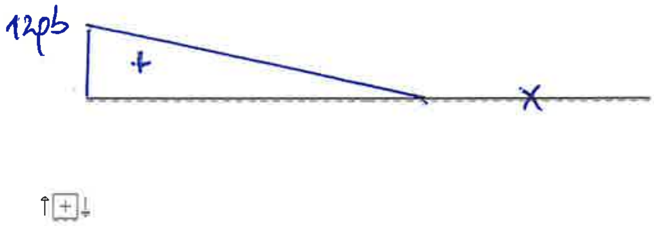


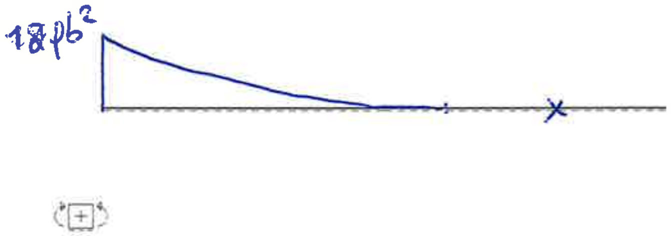
Esercizio n. 2 (7 punti)

Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A, B e C.
Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto B, v_B;
4. La rotazione del punto C, φ_C.







$H_A\,(\Rightarrow) =$ 0; $V_A\,(\Uparrow) =$ $12pb$; $M_A\,(\circlearrowleft) =$ $-18pb^2$; $V_C\,(\Uparrow) =$ 0;

$N_{AB} =$ //; $T_{AB} =$ $12pb - 4p z_1$; $M_{AB} =$ $-18pb^2 + 12pb z_1 - 2q z_1^2$;

$N_{BC} =$ //; $T_{BC} =$ //; $M_{BC} =$ //;

c.c in $A =$ $v_1(z_1=0)=0$; $v_1'(z_1=0)=0$; c.c in $B =$ $v_1(z_1=0) = v_2(z_2=0)$;

c.c in $C =$ $v_2(z_2=2b)=0$;

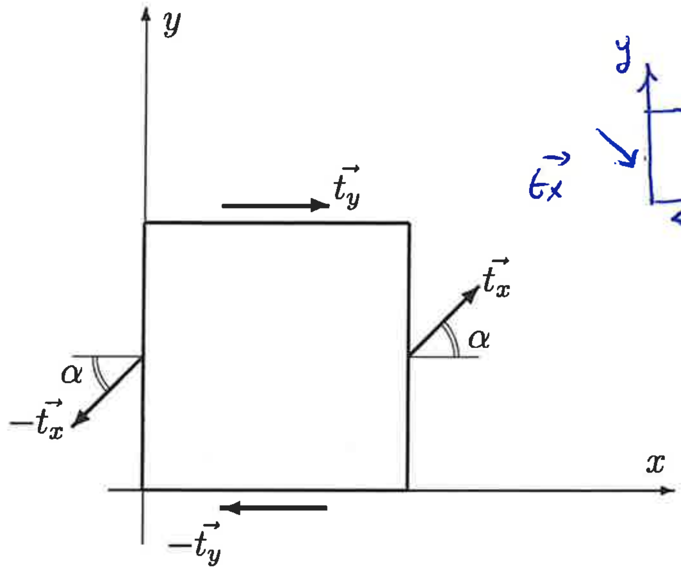
$v_1(z_1) =$ $\frac{1}{EJ}\left(9pb^2 z_1^2 - 2pb z_1^3 + \frac{1}{6} p z_1^4\right)$; $v_1'(z_1) =$ $\frac{1}{EJ}\left(18pb^2 z_1 - 6pb z_1^2 + \frac{2}{3} p z_1^3\right)$;

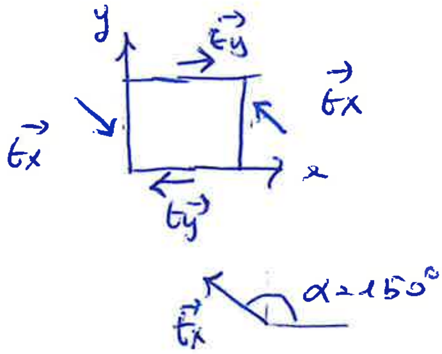
$v_2(z_2) =$ $\frac{1}{EJ}\left(-\frac{81}{4} pb^3 z_2 + \frac{81}{2} pb^4\right)$; $v_2'(z_2) =$ $\frac{1}{EJ}\left(-\frac{81}{4} pb^3\right)$;

$v_B =$ $81pb^4/2EJ$ (↓); $\varphi_C =$ $-81pb^3/4EJ$ (↺);

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) $\boldsymbol{t}_x$ e $\boldsymbol{t}_y$ rispettivamente; di questi $\boldsymbol{t}_x$ è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 150°$ (sicché: $\sin\alpha = \frac{1}{2}$; $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;) e ha modulo di valore $|\boldsymbol{t}_x| = 30$ MPa. L'altro vettore sforzo, $\boldsymbol{t}_y$, è invece *orizzontale* (ma di verso non specificato!), come indicato in Figura.
Si chiede di determinare le componenti σ_x, σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2, e la massima tensione tangenziale, τ_{max}.
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1.

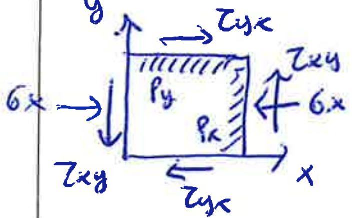


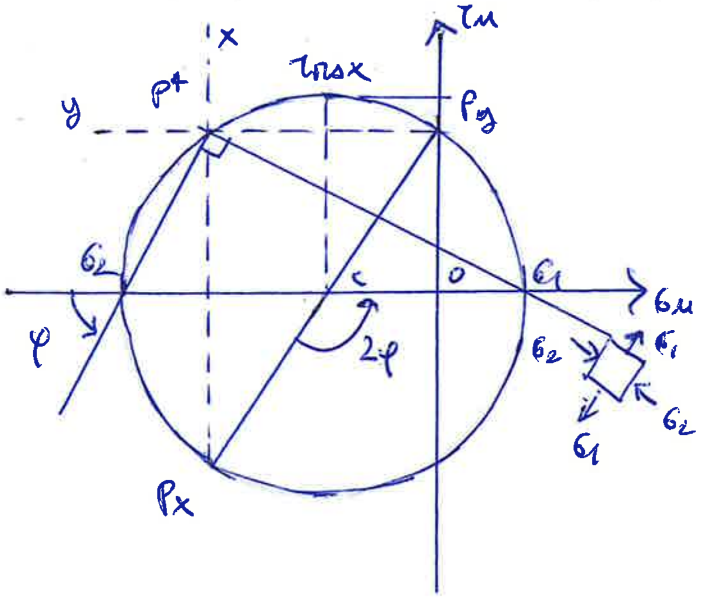


σ_x = −25,981 (MPa); σ_y = 0,000 (MPa); τ_{xy} = 15,000 (MPa);

σ_1 = 6,853 (MPa); σ_2 = −32,833 (MPa); τ_{max} = 19,843 (MPa);

cerchio di Mohr:

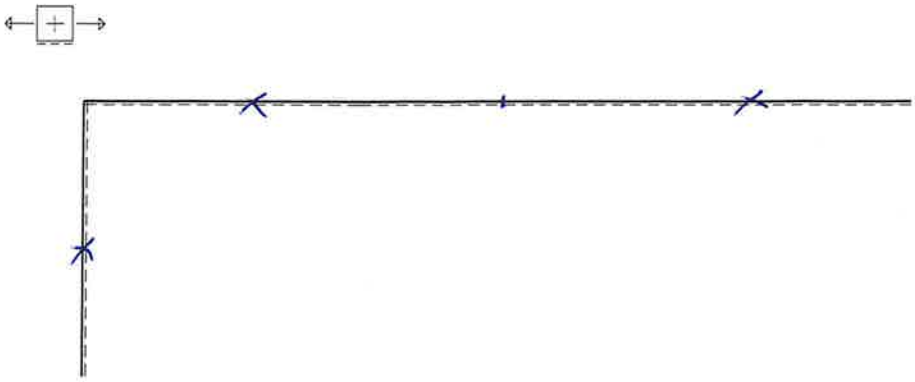


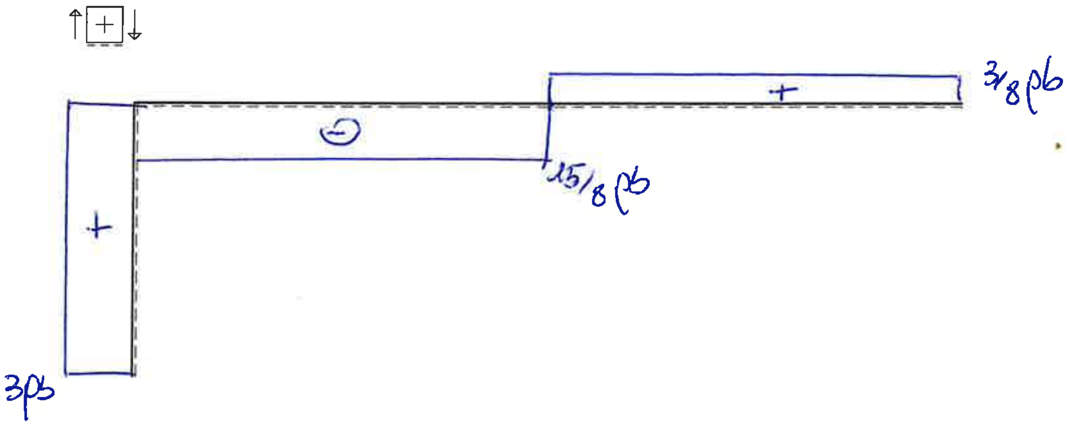


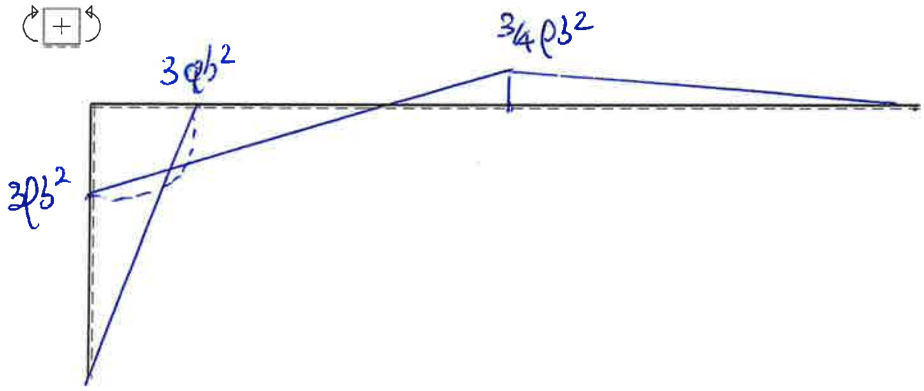
$P_x = (-25,981; -15,000)$

$P_y = (0,000; +15,000)$

φ = 69,44 (°);







V_B (⇧) = $-15/8\,pb$; V_C (⇧) = $3/4\,pb$; H_D (⇨) = 0; V_D (⇧) = $-3/8\,pb$; M_C = $-3/4\,pb^2$

N_{AB} = // ; T_{AB} = $3pb$; M_{AB} = $3pb\,x_1$;

N_{BC} = // ; T_{BC} = $-15/8\,pb$; M_{BC} = $3pb^2 - 15/8\,pb\,x_2$;

N_{DC} = // ; T_{DC} = $3/8\,pb$; M_{DC} = $-3/8\,pb\,x_3$;

φ_D = $-qb^3/4EI$ (↺);

Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura

Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Prova scritta in aula del 27.01.2026

Parte II - Testo 3

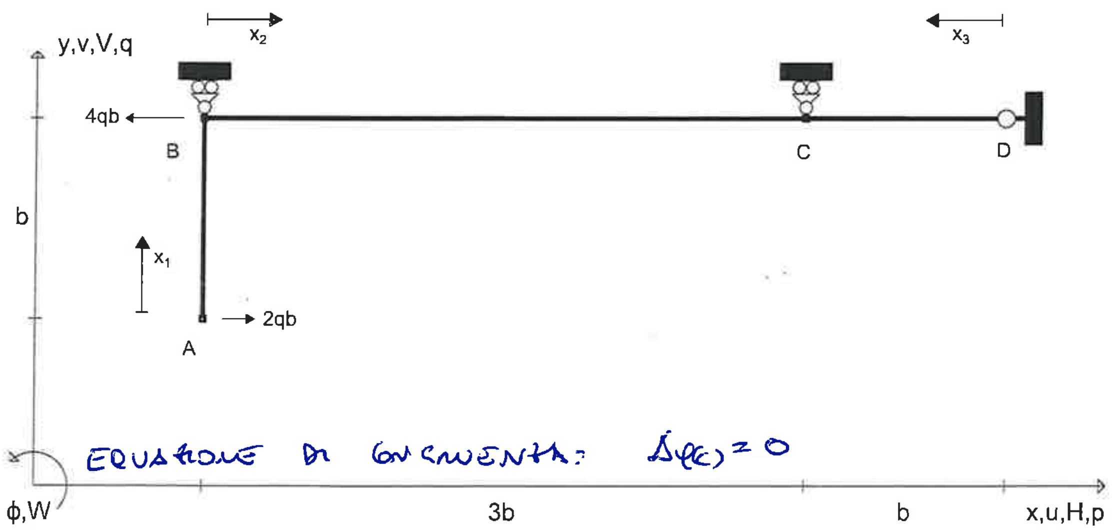
Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui <u>soli</u> fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:....................................e-mail:........................ Matricola:.......

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C, M_C.
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Calcolare infine, riapplicando il PLV, la rotazione del punto *D*, φ_D.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari SdC_SdA 2 27.01.26*003

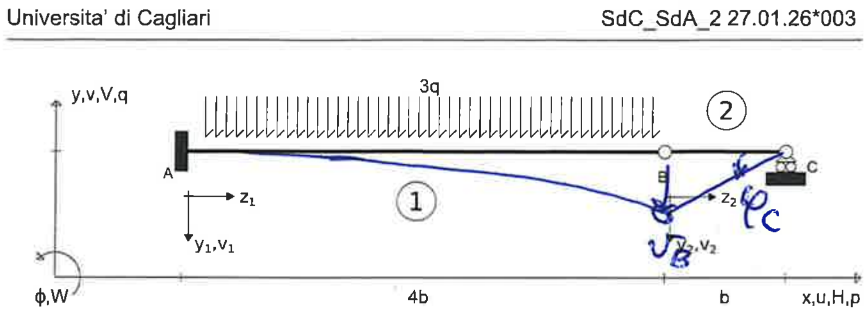


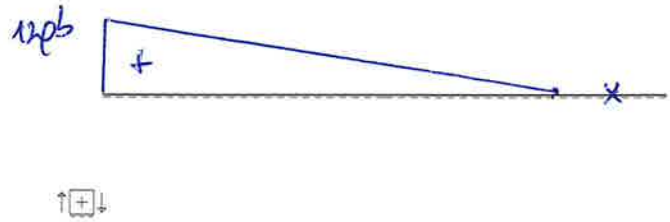
EQUAZIONE DI CONGRUENZA: $\Delta\varphi(C) = 0$

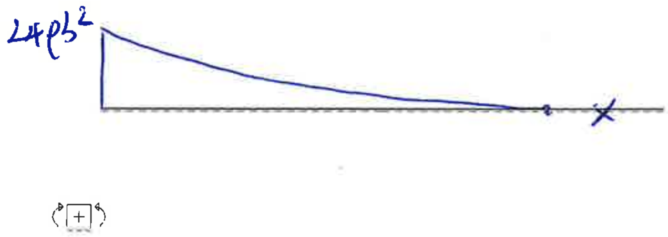
Esercizio n. 2 (7 punti)

Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A, B e C.
Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. Lo spostamento verticale del punto B, v_B;
4. La rotazione del punto C, φ_C.







H_A (⇨) = 0; V_A (⇧) = $12pb$; M_A = $24pb^2$; V_C (⇧) = 0;

N_{AB} = //; T_{AB} = $12qb - 3pz_1$; M_{AB} = $-24pb^2 + 12qbz_1 - 3/2\, p z_1^2$;

N_{BC} = //; T_{BC} = //; M_{BC} = //;

c.c in A = $v_1(z_1=0)=0$; $v_1'(z_1=0)=0$; c.c in B = $v_1(z_1=4b)=v_2(z_2=0)$;

c.c in C = $v_2(z_2=b)=0$;

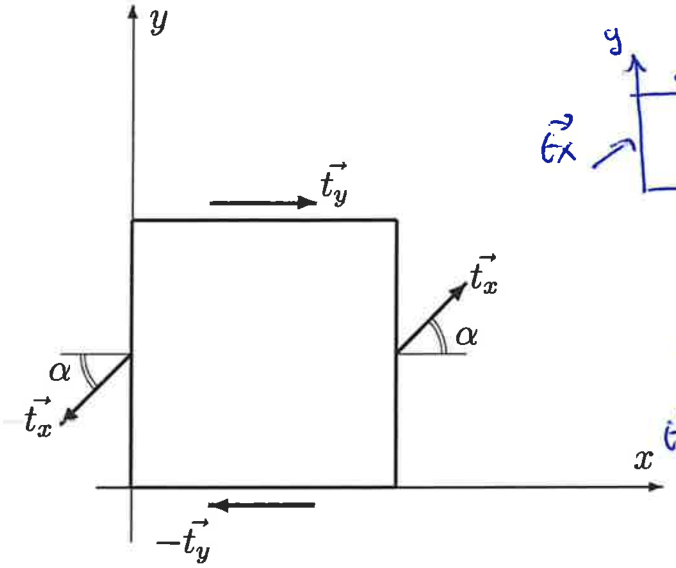
$v_1(z_1)$ = $1/EJ\,(12pb^2 z_1^2 - 2pb z_1^3 + 1/8\, p z_1^4)$; $v_1'(z_1)$ = $1/EJ\,(24pb^2 z_1 - 6pb z_1^2 + 1/2\, p z_1^3)$;

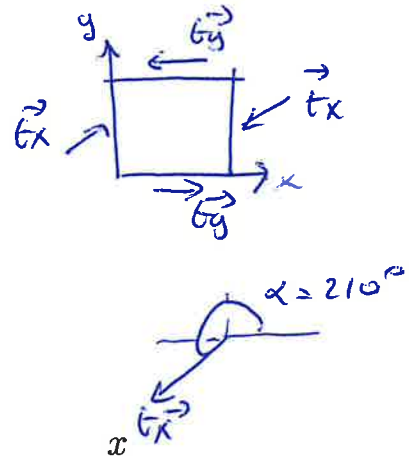
$v_2(z_2)$ = $1/EJ\,(-36pb^3 z_2 + 36pb^4)$; $v_2'(z_2)$ = $1/EJ\,(-36pb^3)$;

v_B = $36pb^4/EJ$ (↓); φ_C = $-36pb^3/EJ$ (↻);

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) $\boldsymbol{t}_x$ e $\boldsymbol{t}_y$ rispettivamente; di questi $\boldsymbol{t}_x$ è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 210°$ (sicché: $\sin\alpha = -\frac{1}{2}$; $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{3}}{2}$;) e ha modulo di valore $|\boldsymbol{t}_x| = 30$ MPa. L'altro vettore sforzo, $\boldsymbol{t}_y$, è invece *orizzontale* (ma di verso non specificato!), come indicato in Figura.
Si chiede di determinare le componenti σ_x, σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2, e la massima tensione tangenziale, τ_{max}.
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1.

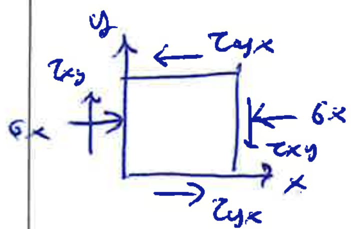




σ_x = -25,981 (MPa); σ_y = 0,000 (MPa); τ_{xy} = -15,000 (MPa);

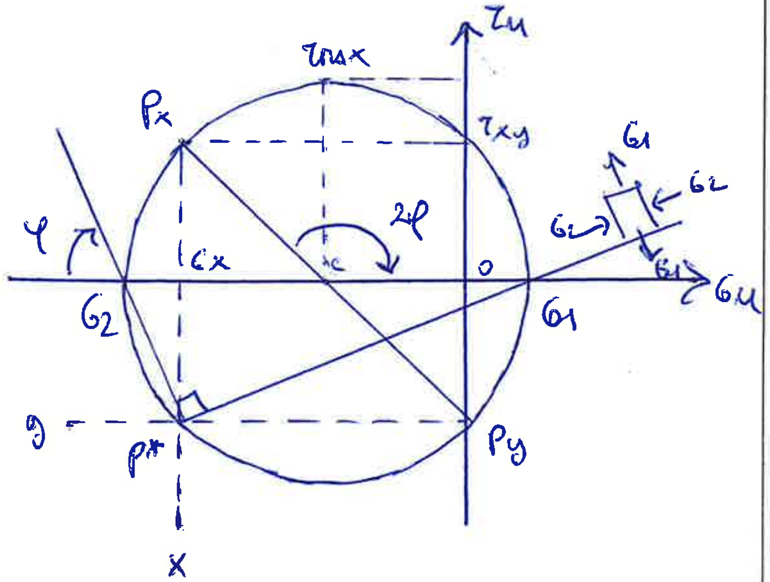
σ_1 = 6,853 (MPa); σ_2 = -32,833 (MPa); τ_{max} = 19,843 (MPa);

cerchio di Mohr:

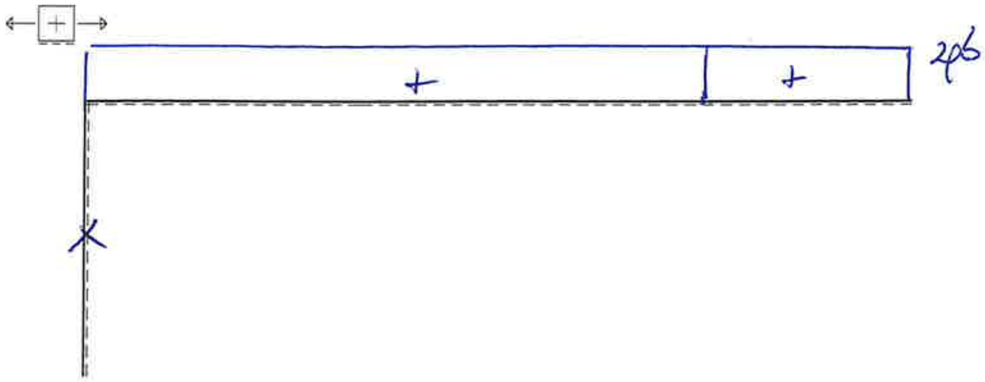


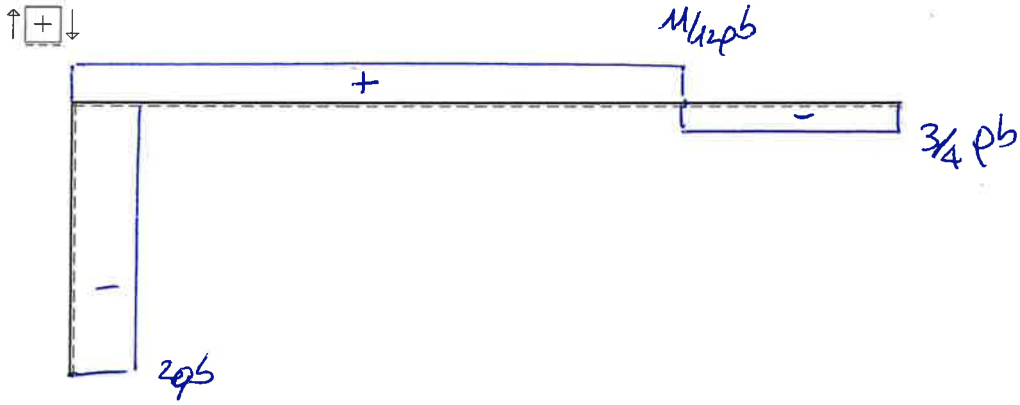
$P_x = (-25,981; +15,000)$

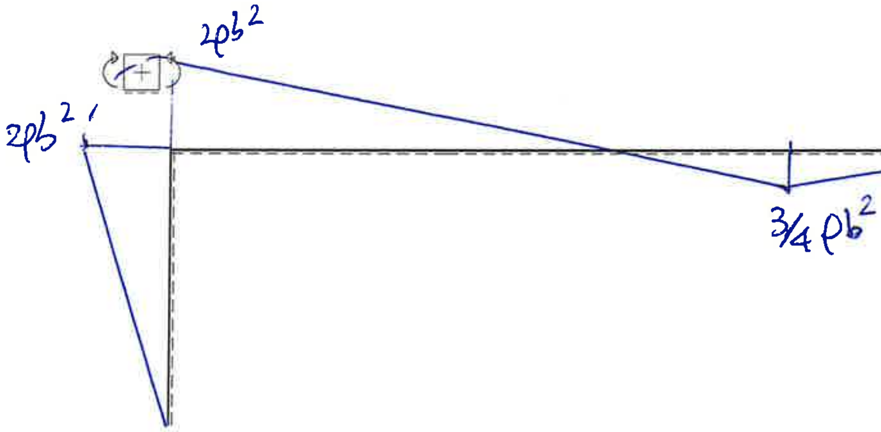
$P_y = (0,000; -15,000)$



φ = -65,44 (°);







V_B (⇧) = $11/12\,\rho b$; V_C (⇧) = $-5/3\,\rho b$; H_D (⇨) = $2\rho b$; V_D (⇧) = $3/4\,\rho b$; M_C = $3/4\,\rho b^2$;

N_{AB} = // ; T_{AB} = $-2\rho b$; M_{AB} = $-2\rho b\, x_1$;

N_{BC} = $2\rho b$; T_{BC} = $11/12\,\rho b$; M_{BC} = $-2\rho b^2 + 11/12\,\rho b\, x_2$;

N_{DC} = $2\rho b$; T_{DC} = $-3/4\,\rho b$; M_{DC} = $3/4\,\rho b\, x_3$;

φ_D = $-\rho b^3/9EJ$ (2);