

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare il momento M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

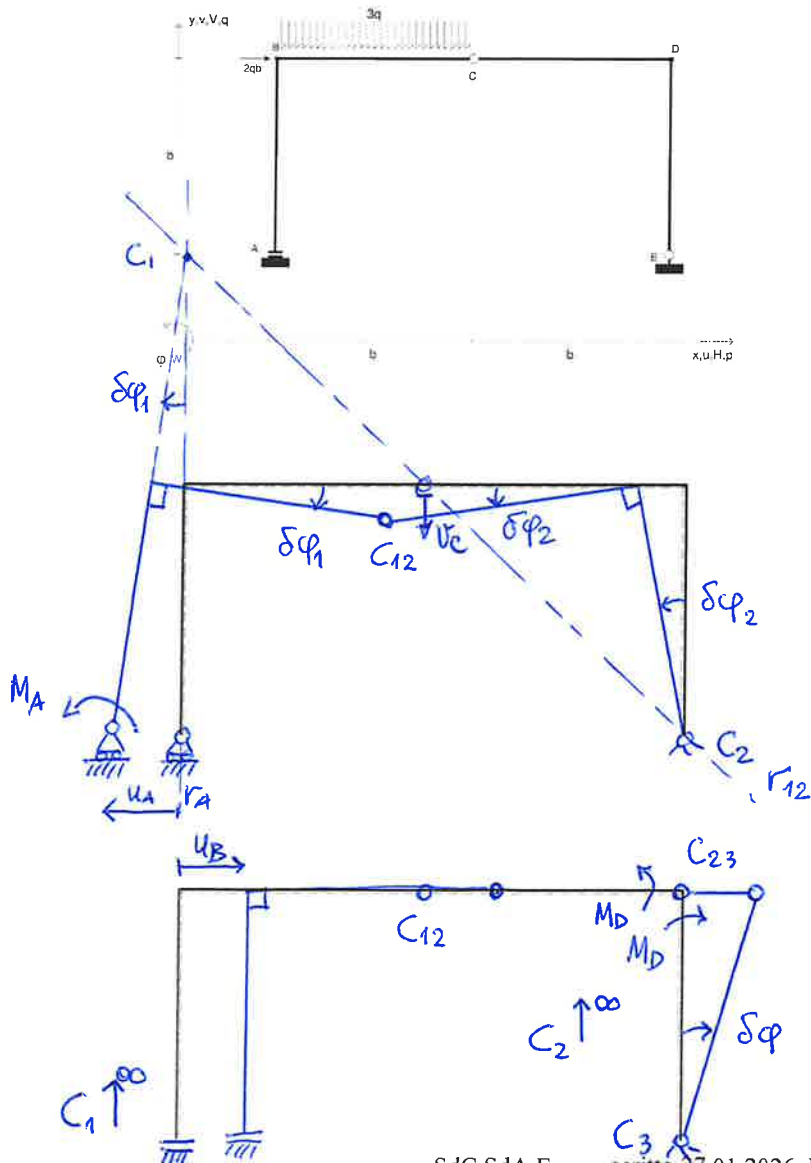
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto D , M_D .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste ABC , CD , DE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_1 \in r_A \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_A &= -2b \delta\varphi_1 \\ v_C &= -b \delta\varphi_1 = -b \delta\varphi_2 \\ \delta\varphi_1 &= \delta\varphi_2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_B &= u_D = b \delta\varphi \\ v_C &= 0 \end{aligned}$$

$$M_A(\varphi) = -\frac{1}{2}qb^2; C_1 = (0, 2b); C_2 = (2b, 0); C_{12} = (b, b);$$

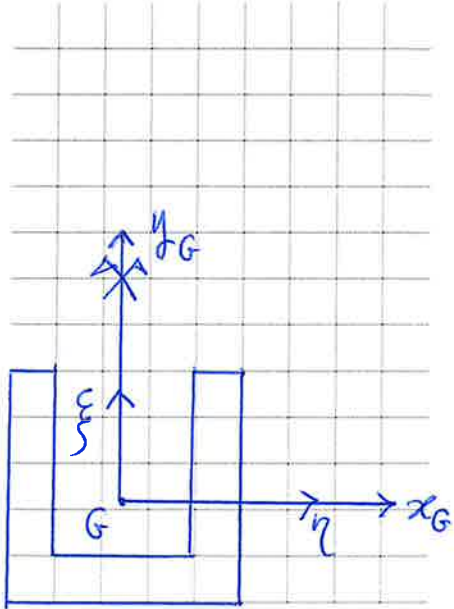
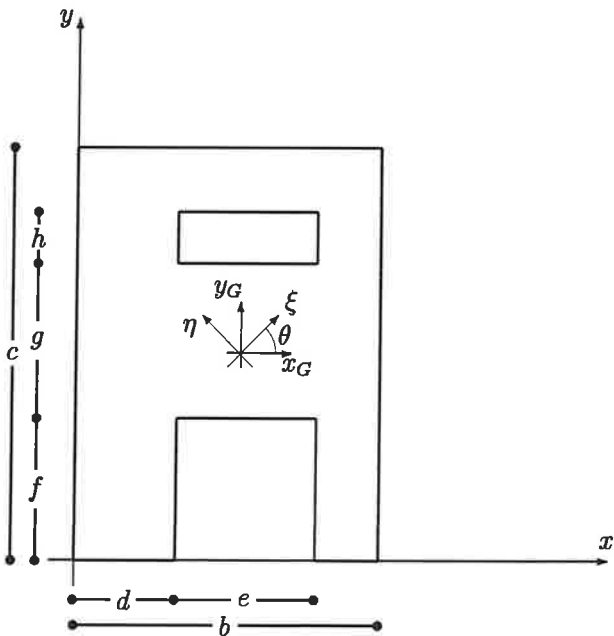
$$u_A = -2b\delta\varphi_1; v_C = -b\delta\varphi_1 = -b\delta\varphi_2$$

$$M_D(\varphi_1, \varphi_2) = -2qb^2; u_B = b\delta\varphi_1; v_C = 0$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 5a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = 3a$; $f = 0$; $g = a$; $h = 4a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



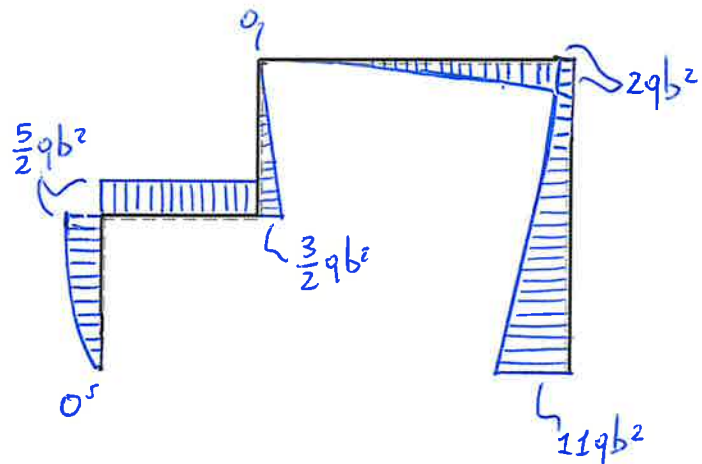
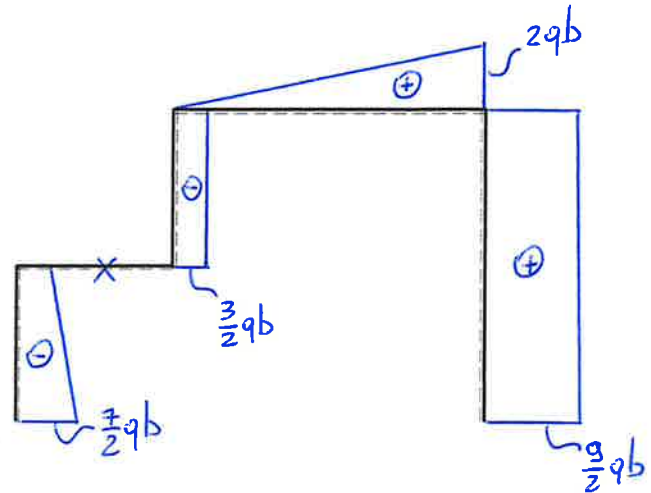
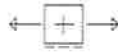
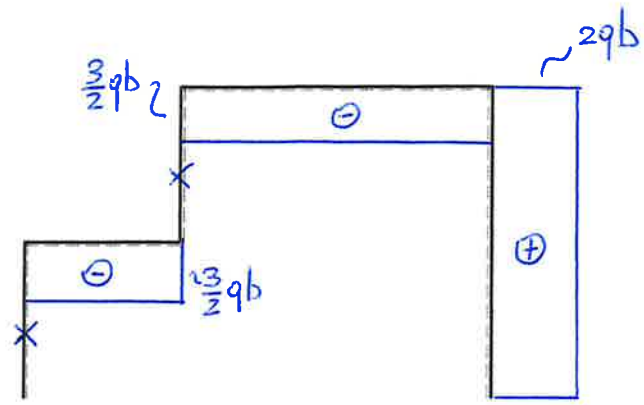
$$S_x = \frac{53}{2} a^3 = 26.5000 a^3; S_y = \frac{65}{2} a^3 = 32.5000 a^3;$$

$$x_G = \frac{5}{2} a = 2.5000 a; y_G = \frac{53}{26} a = 2.0385 a;$$

$$J_{xG} = \frac{4729}{156} a^4 = 30.3141 a^4; J_{yG} = \frac{517}{12} a^4 = 43.0833 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{517}{12} a^4; J_\eta = J_{\min} = \frac{4729}{156} a^4;$$



$H_A(\Rightarrow) = \frac{7}{2} qb$	$V_A(\hat{U}) = 0$	$H_F(\Rightarrow) = -\frac{9}{2} qb$	$V_F(\hat{U}) = -2 qb$	$M_F(\hat{\Phi}) = 11 qb^2$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = -\frac{7}{2} qb + 2q x_1$	$M_{AB} = -\frac{7}{2} qb x_1 + q x_1^2$		
$N_{BC} = -\frac{3}{2} qb$	$T_{BC} = 0$	$M_{BC} = -\frac{5}{2} qb^2$		
$N_{CD} = 0$	$T_{CD} = -\frac{3}{2} qb$	$M_{CD} = \frac{3}{2} qb^2 - \frac{3}{2} qb x_3$		
$N_{DE} = -\frac{3}{2} qb$	$T_{DE} = q x_4$	$M_{DE} = \frac{1}{2} q x_4^2$		
$N_{FE} = 2 qb$	$T_{FE} = \frac{9}{2} qb$	$M_{FE} = 11 qb^2 - \frac{9}{2} qb x_5$		

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Esame scritto del 27.01.2026

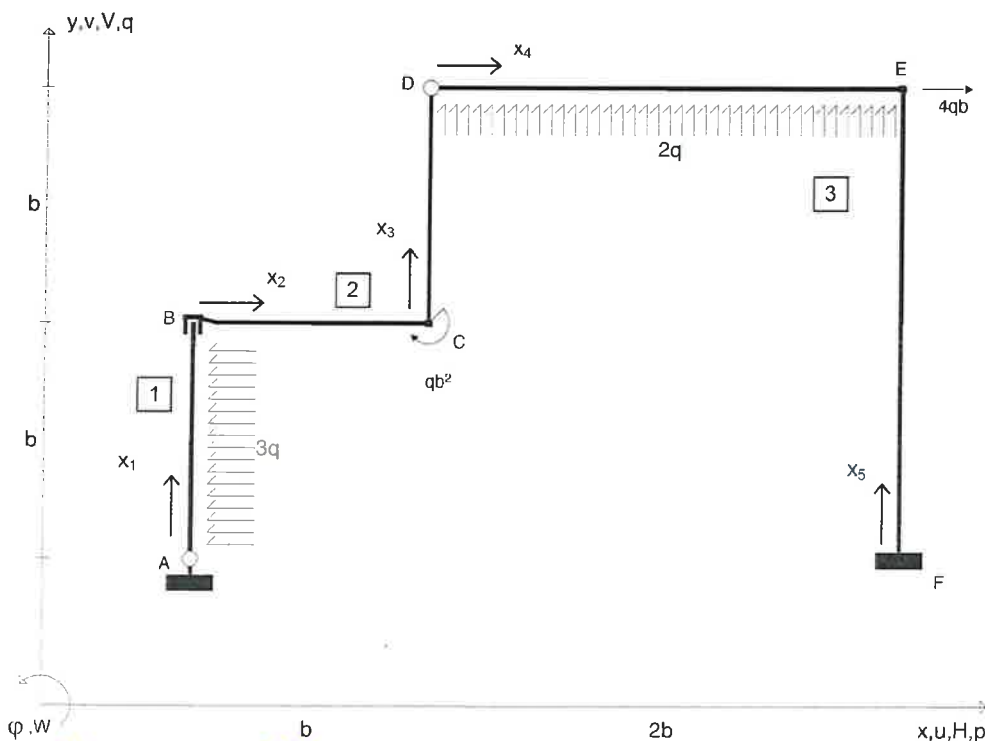
Parte 1 - Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.



Eq. ausiliarie
 $R_y^{(1)} = 0$ oppure $R_y^{(2+3)} = 0$
 $M_{z(D)}^{(1+2)} = 0$ oppure $M_{z(D)}^{(3)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare il momento M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

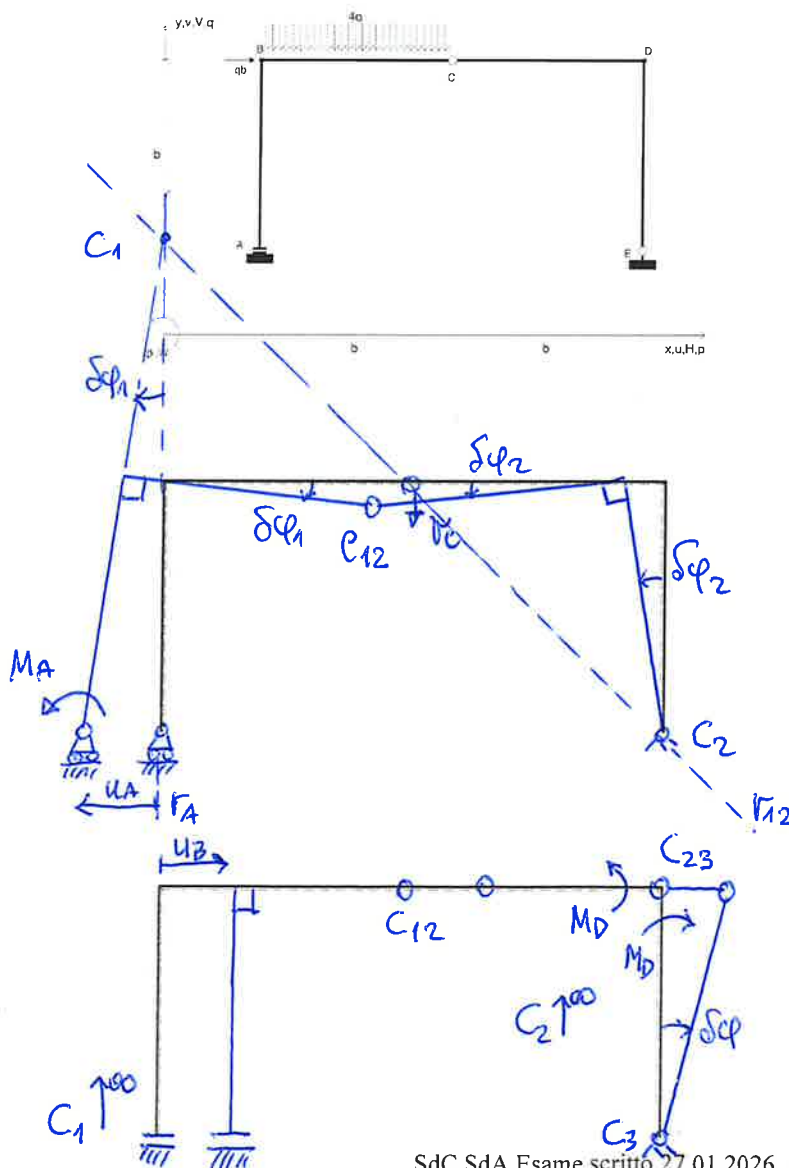
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto D , M_D .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste ABC , CD , DE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_1 \in r_A \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_A &= -2b \delta\phi_1 \\ v_C &= -b \delta\phi_1 = -b \delta\phi_2 \\ \delta\phi_1 &= \delta\phi_2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_B &= u_D = b \delta\phi \\ v_D &= 0 \end{aligned}$$

$$M_A(\varphi) = \dots \frac{qb^2}{2} \dots; C_1 = (\dots, \dots); C_2 = (\dots, \dots); C_{12} = (\dots, \dots);$$

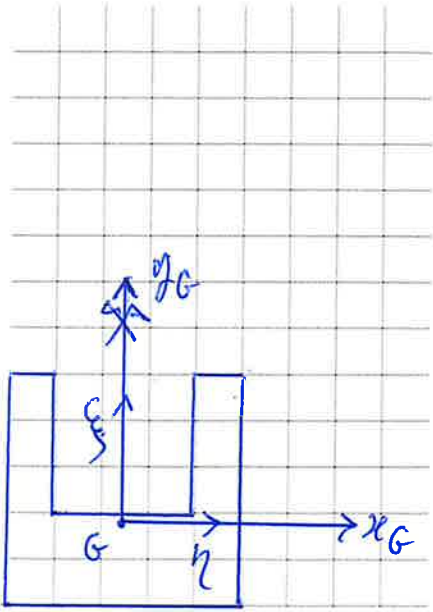
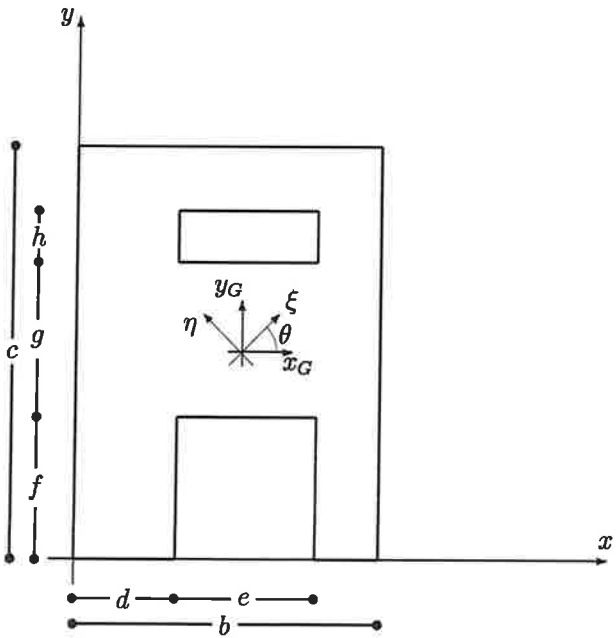
$$u_A = \dots -2b\delta\varphi_1 \dots; v_C = \dots -b\delta\varphi_1 = -b\delta\varphi_2 \dots$$

$$M_D(\varphi, \varphi_1, \varphi_2) = \dots -qb^2 \dots; u_B = \dots b\delta\varphi \dots; v_C = \dots 0 \dots;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 5a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = 3a$; $f = 0$; $g = 2a$; $h = 3a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



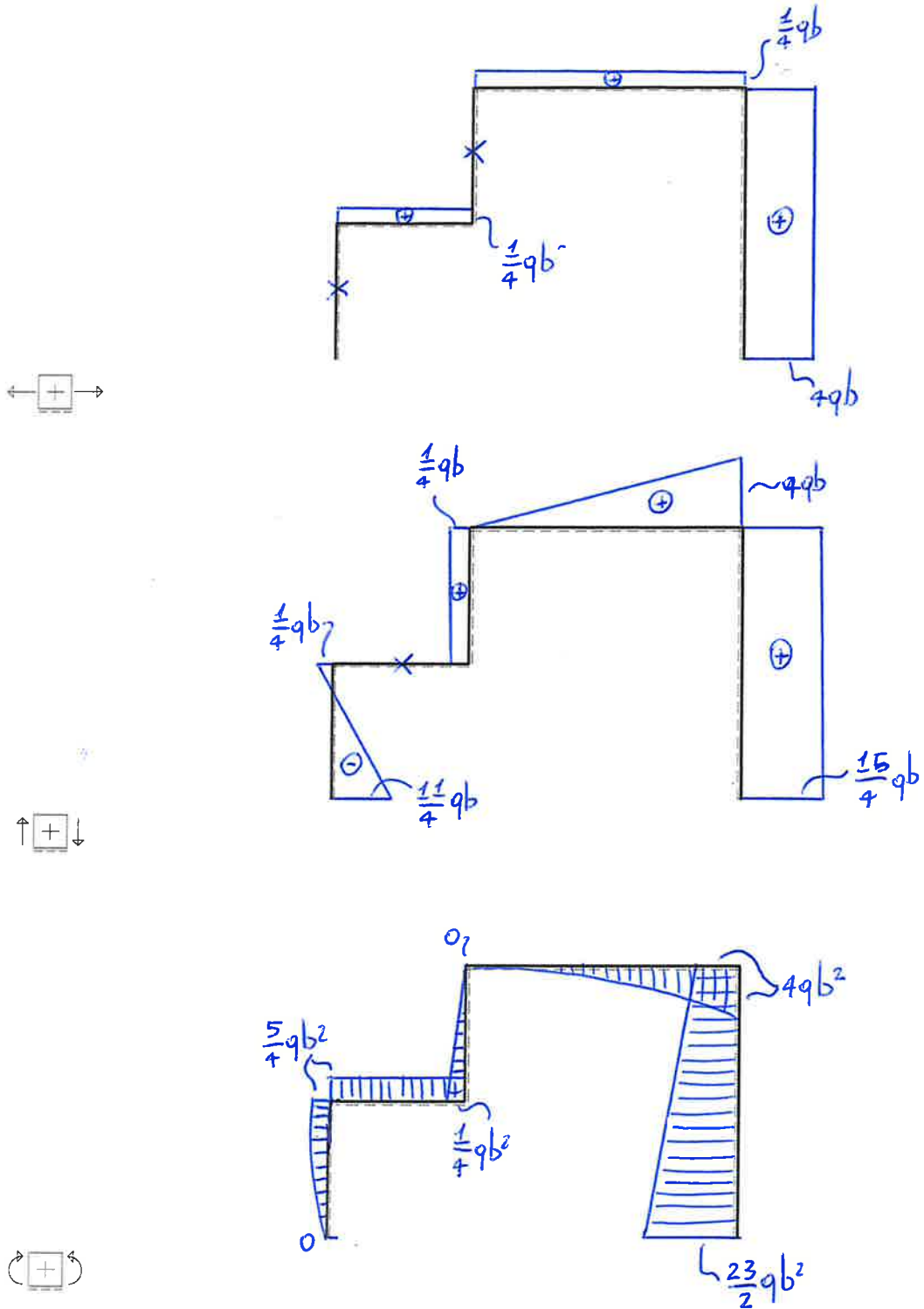
$$S_x = \dots \frac{31}{2} a^3 \dots; S_y = \dots 40 a^3 \dots;$$

$$x_G = \dots \frac{5}{2} a = 2.5000 a \dots; y_G = \dots \frac{31}{16} a = 1.9375 a \dots;$$

$$J_{xG} = \dots \frac{1501}{48} a^4 = 31.2708 a^4 \dots; J_{yG} = \dots \frac{136}{3} a^4 = 45.3333 a^4 \dots;$$

$$J_{xGyG} = \dots 0 \dots; \tan 2\theta = \dots 0 \dots;$$

$$J_\xi = J_{\max} = \dots \frac{136}{3} a^4 \dots; J_\eta = J_{\min} = \dots \frac{1501}{48} a^4 \dots;$$



$H_A (\Rightarrow) = \frac{11}{4} qb$	$V_A (\hat{V}) = 0$	$H_F (\Rightarrow) = -\frac{15}{4} qb$	$V_F (\hat{V}) = -4qb$	$M_F (\hat{M}) = \frac{23}{2} qb^2$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = -\frac{11}{4} qb + 3q \cdot x_1$	$M_{AB} = -\frac{11}{4} qb x_1 + \frac{3}{2} q x_1^2$		
$N_{BC} = \frac{1}{4} qb$	$T_{BC} = 0$	$M_{BC} = -\frac{5}{4} qb^2$		
$N_{CD} = 0$	$T_{CD} = \frac{1}{4} qb$	$M_{CD} = -\frac{1}{4} qb^2 + \frac{1}{4} qb x_3$		
$N_{DE} = \frac{1}{4} qb$	$T_{DE} = 2q \cdot x_4$	$M_{DE} = q x_4^2$		
$N_{FE} = 4qb$	$T_{FE} = \frac{15}{4} qb$	$M_{FE} = \frac{23}{2} qb^2 - \frac{15}{4} qb x_5$		

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Esame scritto del 27.01.2026

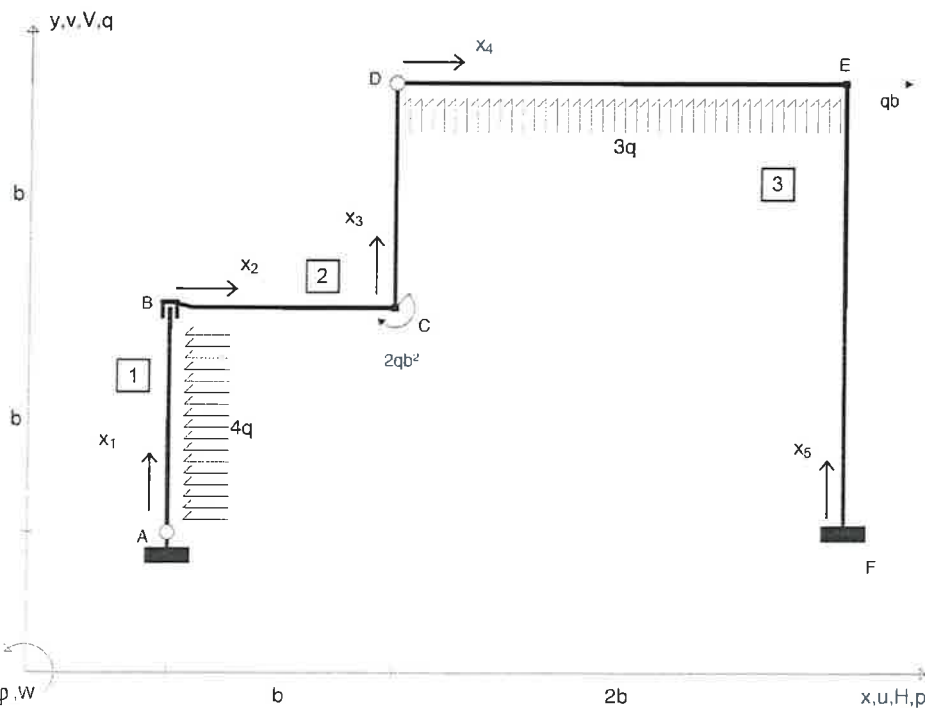
Parte 1 - Testo 3

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui solli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.



Eq. ausiliarie
 $R_y^{(1)} = 0$ oppure $R_y^{(2+3)} = 0$
 $M_z^{(1+2)} = 0$ oppure $M_z^{(3)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare il momento M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

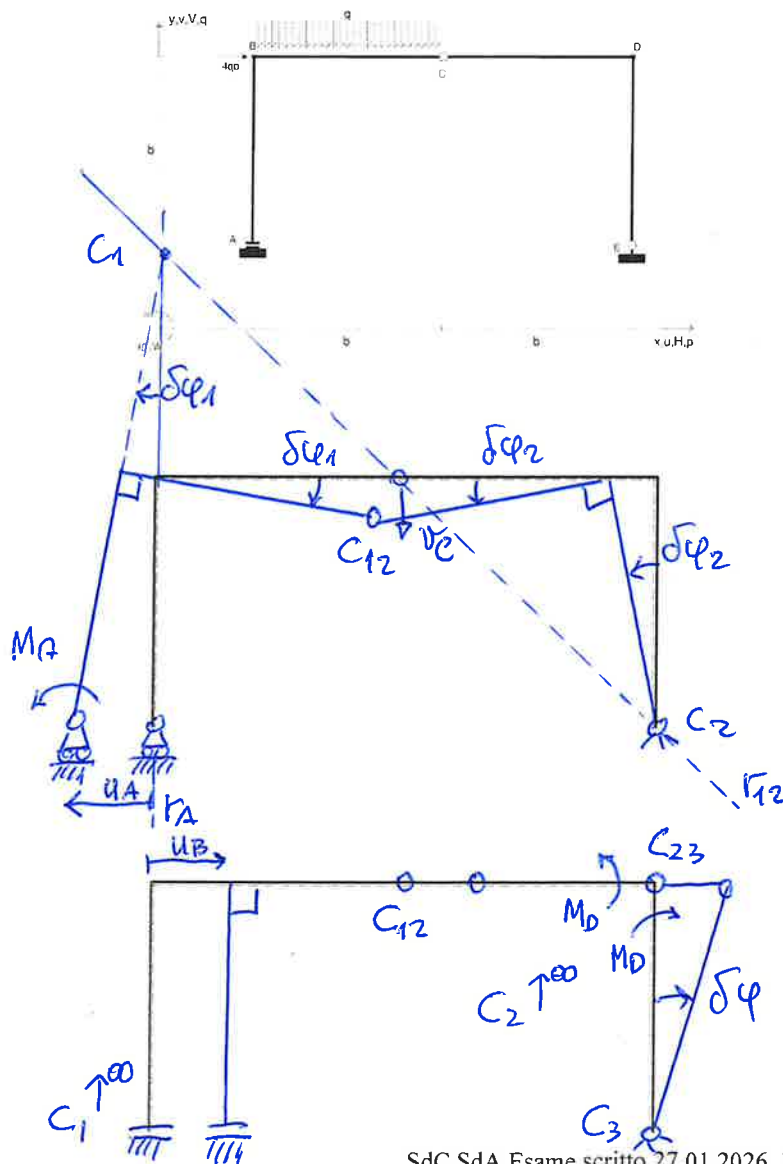
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto D , M_D .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste ABC , CD , DE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_1 \in r_A \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_A &= -2b\delta\varphi_1 \\ v_C &= -b\delta\varphi_1 = -b\delta\varphi_2 \\ \delta\varphi_1 &= \delta\varphi_2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_B &= u_D = b\delta\varphi \\ v_C &= 0 \end{aligned}$$

$$M_A(\varphi) = -7/2 qb^2; C_1 = (0, 2b); C_2 = (2b, 0); C_{12} = (b, b);$$

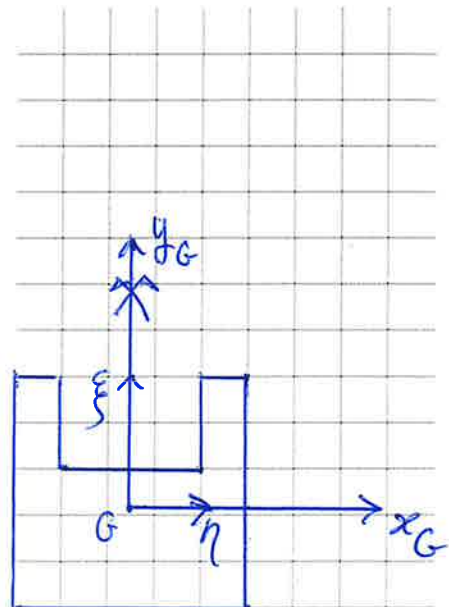
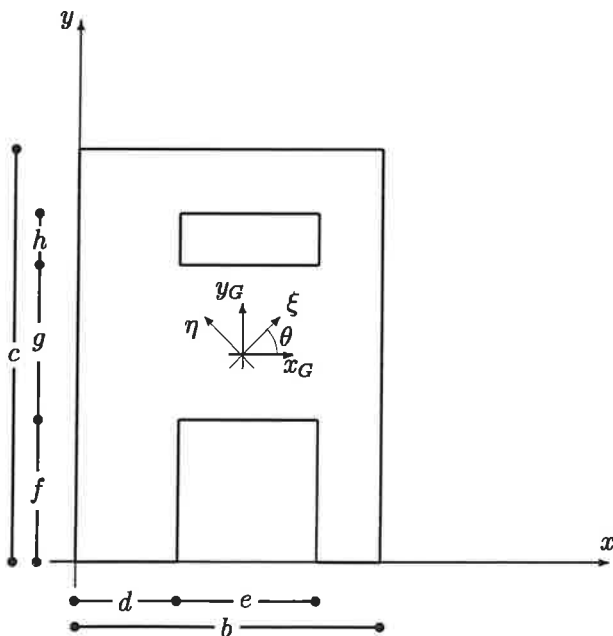
$$u_A = -2b\delta\varphi_1; v_C = -b\delta\varphi_1 = -b\delta\varphi_2$$

$$M_D(\varphi, \varphi_2) = -4qb^2; u_B = b\delta\varphi; v_C = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 5a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = 3a$; $f = 0$; $g = 3a$; $h = 2a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



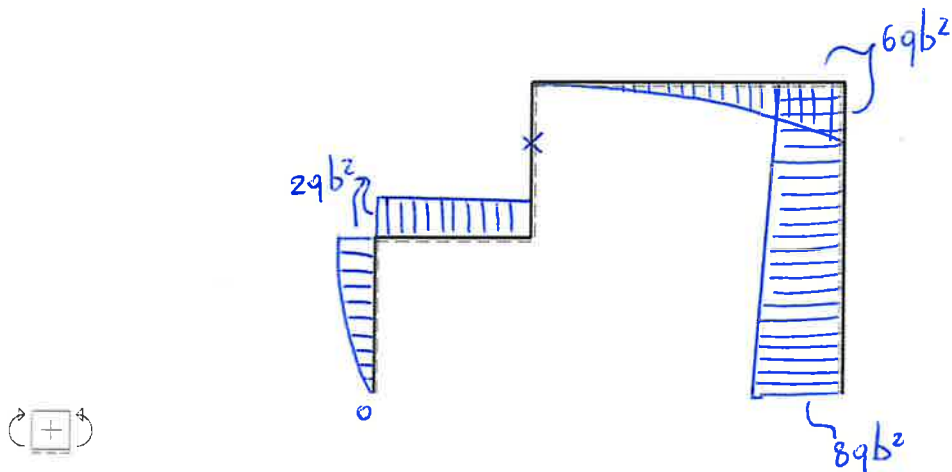
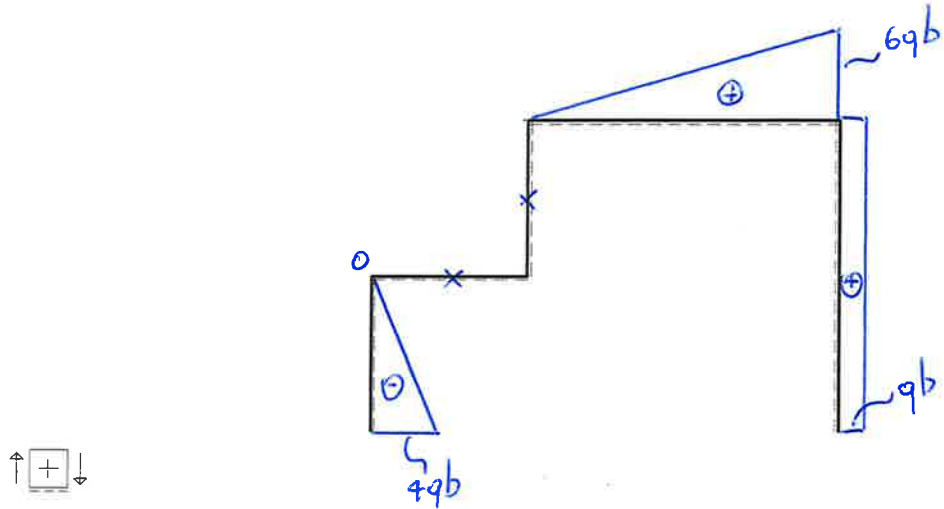
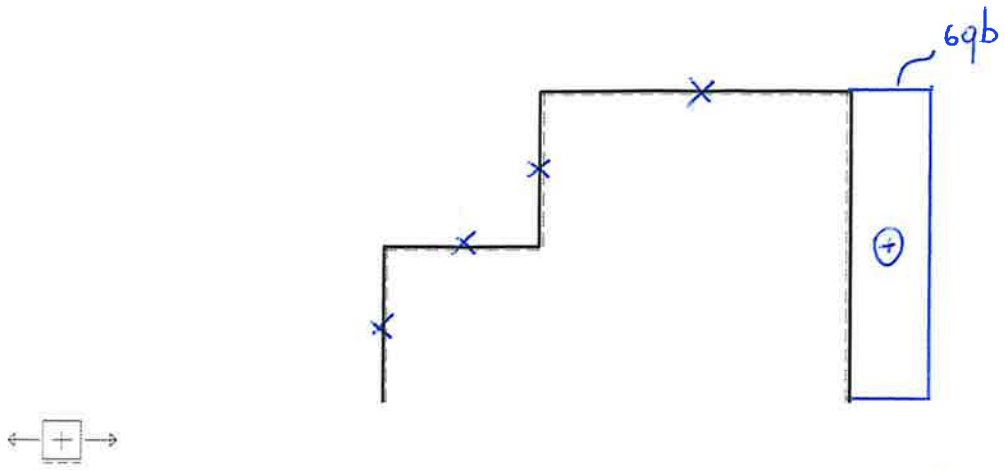
$$S_x = 77/2 a^3 = 38.5000 a^3; S_y = 95/2 a^3 = 47.5000 a^3;$$

$$x_G = 5/2 a = 2.5000 a; y_G = 77/38 a = 2.0263 a;$$

$$J_{xG} = 7369/228 a^4 = 32.3202 a^4; J_{yG} = 571/12 a^4 = 47.5833 a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = 571/12 a^4; J_\eta = J_{\min} = 7369/228 a^4;$$



$H_A (\Rightarrow) = 4qb$	$V_A (\hat{v}) = 0$	$H_F (\Rightarrow) = -qb$	$V_F (\hat{v}) = -6qb$	$M_F (\hat{z}) = 8qb^2$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = -4qb + 4qx_1$	$M_{AB} = -4qb x_1 + 2q x_1^2$		
$N_{BC} = 0$	$T_{BC} = 0$	$M_{BC} = -2qb^2$		
$N_{CD} = 0$	$T_{CD} = 0$	$M_{CD} = 0$		
$N_{DE} = 0$	$T_{DE} = 3qx_4$	$M_{DE} = \frac{3}{2} q x_4^2$		
$N_{FE} = 6qb$	$T_{FE} = qb$	$M_{FE} = 8qb^2 - qb x_5$		

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Esame scritto del 27.01.2026

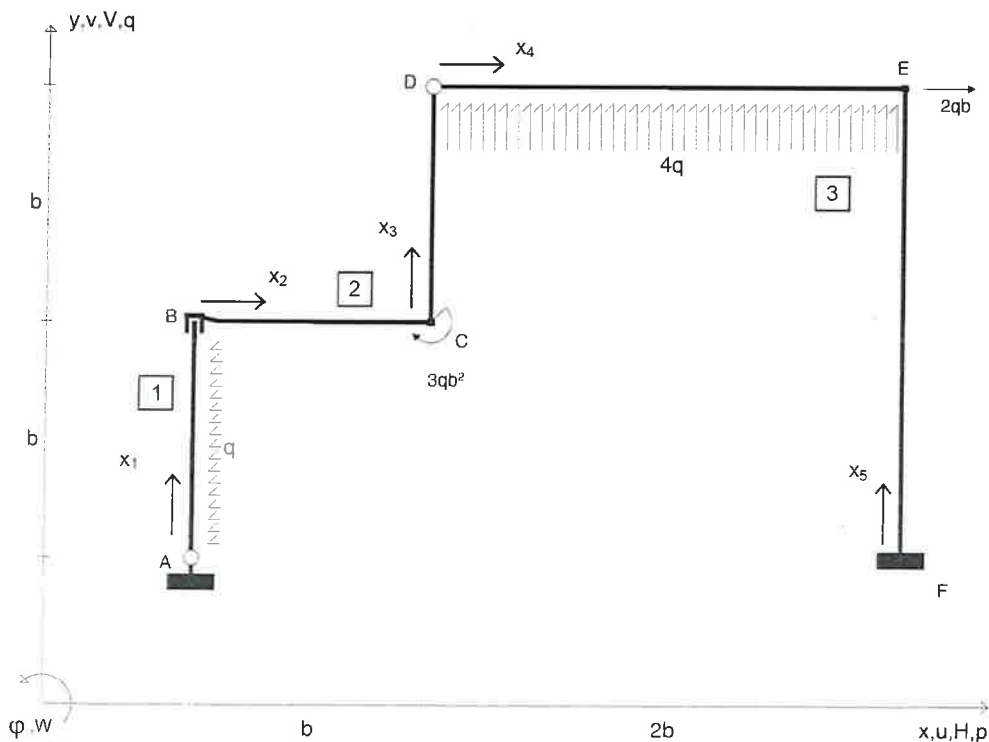
Parte 1 - Testo 4

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui solli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.



Eq. ausiliarie

$$R_y^{(1)} = 0 \text{ oppure } R_y^{(2+3)} = 0$$

$$M_{z(D)}^{(1+2)} = 0 \text{ oppure } M_{z(D)}^{(3)} = 0$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare il momento M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

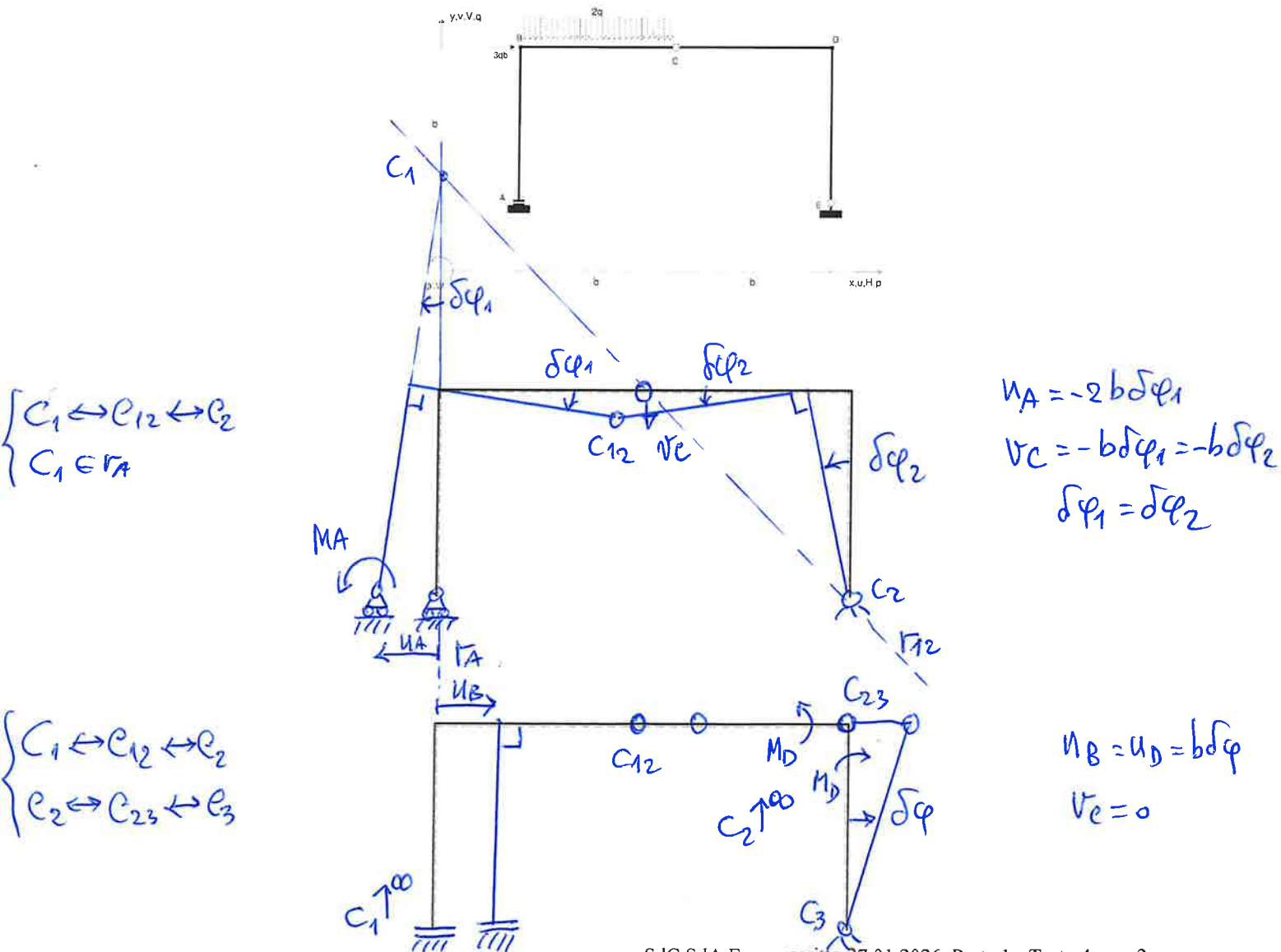
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto D , M_D .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste ABC , CD , DE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_1 \in r_A \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_A &= -2b\delta\varphi_1 \\ v_C &= -b\delta\varphi_1 = -b\delta\varphi_2 \\ \delta\varphi_1 &= \delta\varphi_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_B &= u_D = b\delta\varphi \\ v_E &= 0 \end{aligned}$$

$$M_A(\varphi) = -2qb^2; C_1 = (0, 2b); C_2 = (2b, 0); C_{12} = (b, b);$$

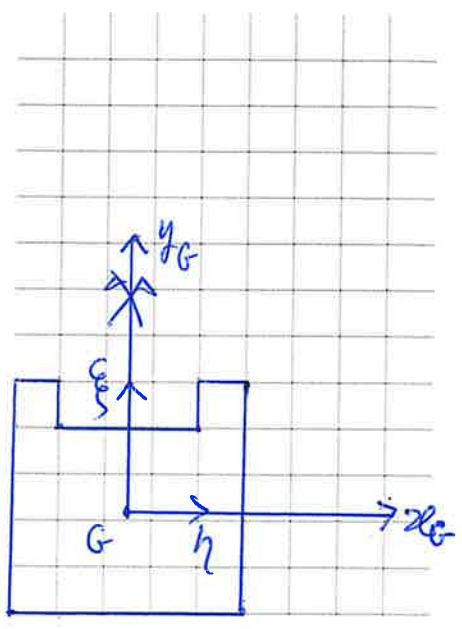
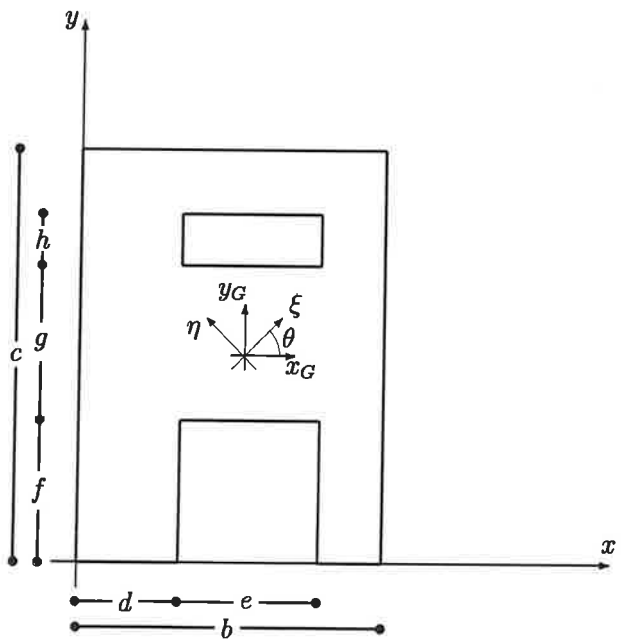
$$u_A = -2b\delta\varphi_1; v_C = -b\delta\varphi_1 = -b\delta\varphi_2;$$

$$M_D(\varphi_1, \varphi_2) = -3qb^2; u_B = b\delta\varphi; v_C = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 5a$; $c = 5a$; $d = a$; $e = 3a$; $f = 0$; $g = 4a$; $h = a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



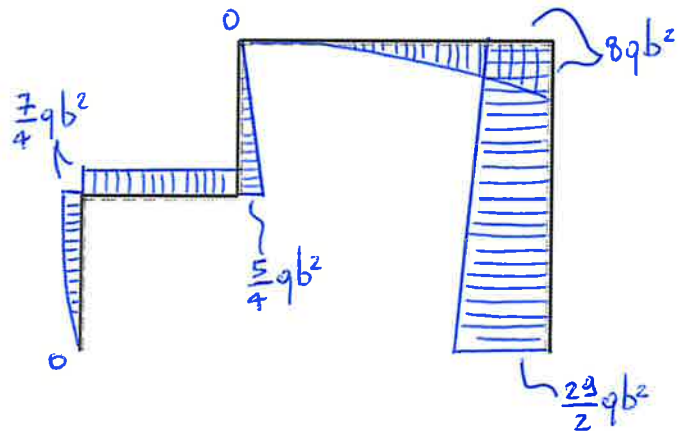
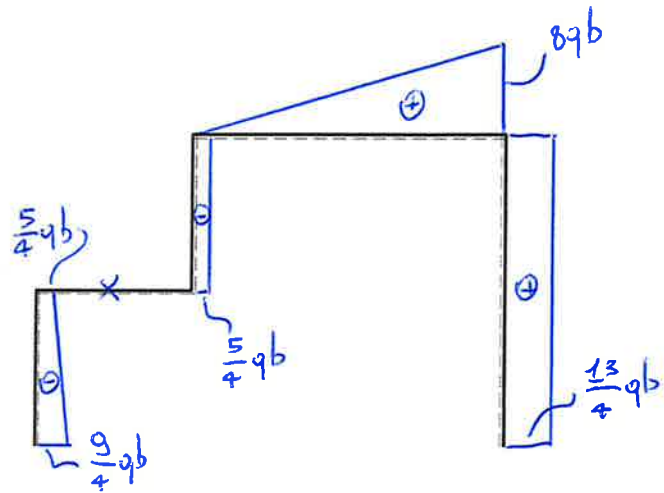
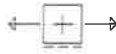
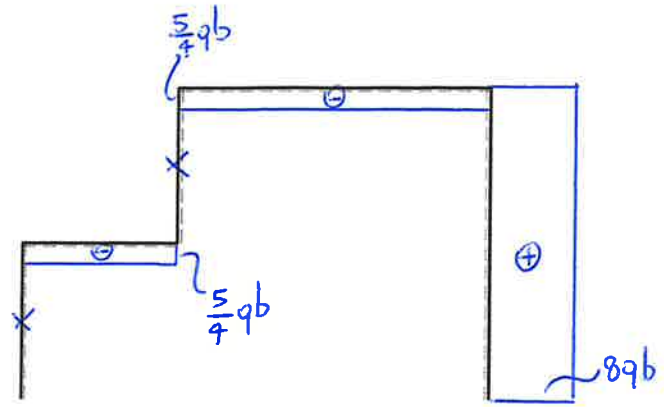
$$S_x = 49a^3; S_y = 55a^3;$$

$$x_G = 5/2a = 2.5000a; y_G = 49/22a = 2.2273a;$$

$$J_{xG} = 2521/66a^4 = 38.1970a^4; J_{yG} = 299/6a^4 = 49.8333a^4;$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0;$$

$$J_\xi = J_{\max} = 299/6a^4; J_\eta = J_{\min} = 2521/66a^4;$$



$H_A (\Rightarrow) = \frac{9}{4} qb$	$V_A (\hat{U}) = 0$	$H_F (\Rightarrow) = -\frac{13}{4} qb$	$V_F (\hat{U}) = -8 qb$	$M_F (\hat{\Phi}) = \frac{29}{2} qb^2$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = -\frac{9}{4} qb + qx_1$	$N_{BC} = -\frac{5}{4} qb$	$T_{BC} = 0$	$M_{BC} = -\frac{9}{4} qb x_1 + \frac{1}{2} q x_1^2$
$N_{CD} = 0$	$T_{CD} = -\frac{5}{4} qb$	$N_{DE} = -\frac{5}{4} qb$	$T_{DE} = 4q x_4$	$M_{DE} = \frac{5}{4} qb^2 - \frac{5}{4} qb x_3$
$N_{FE} = 8 qb$	$T_{FE} = \frac{13}{4} qb$	$N_{BC} = -\frac{5}{4} qb$	$T_{BC} = 0$	$M_{BC} = -\frac{7}{4} qb^2$
		$N_{CD} = 0$	$T_{CD} = -\frac{5}{4} qb$	$M_{CD} = \frac{5}{4} qb^2 - \frac{5}{4} qb x_3$
		$N_{DE} = -\frac{5}{4} qb$	$T_{DE} = 4q x_4$	$M_{DE} = \frac{29}{2} qb^2 - \frac{13}{4} qb x_5$
		$N_{FE} = 8 qb$	$T_{FE} = \frac{13}{4} qb$	$M_{FE} = \frac{29}{2} qb^2 - \frac{13}{4} qb x_5$

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Esame scritto del 27.01.2026

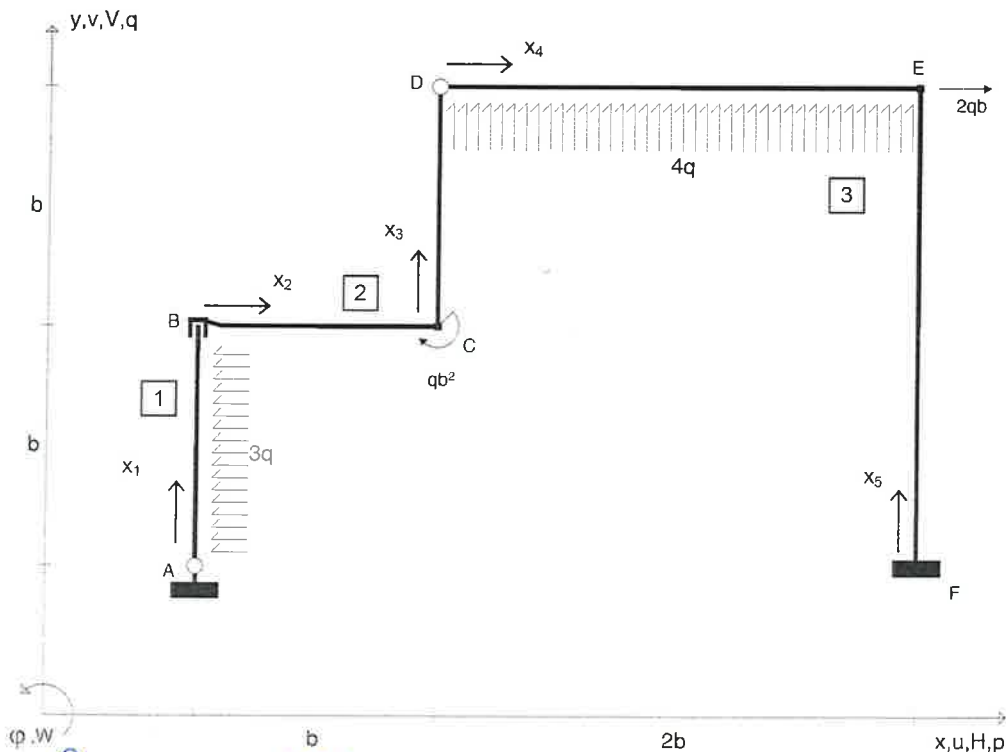
Parte 1 - Testo 5

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.



Eq. ausiliarie
 $R_y^{(1)} = 0$ oppure $R_y^{(2+3)} = 0$
 $M_z^{(1+2)} = 0$ oppure $M_z^{(3)} = 0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare il momento M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

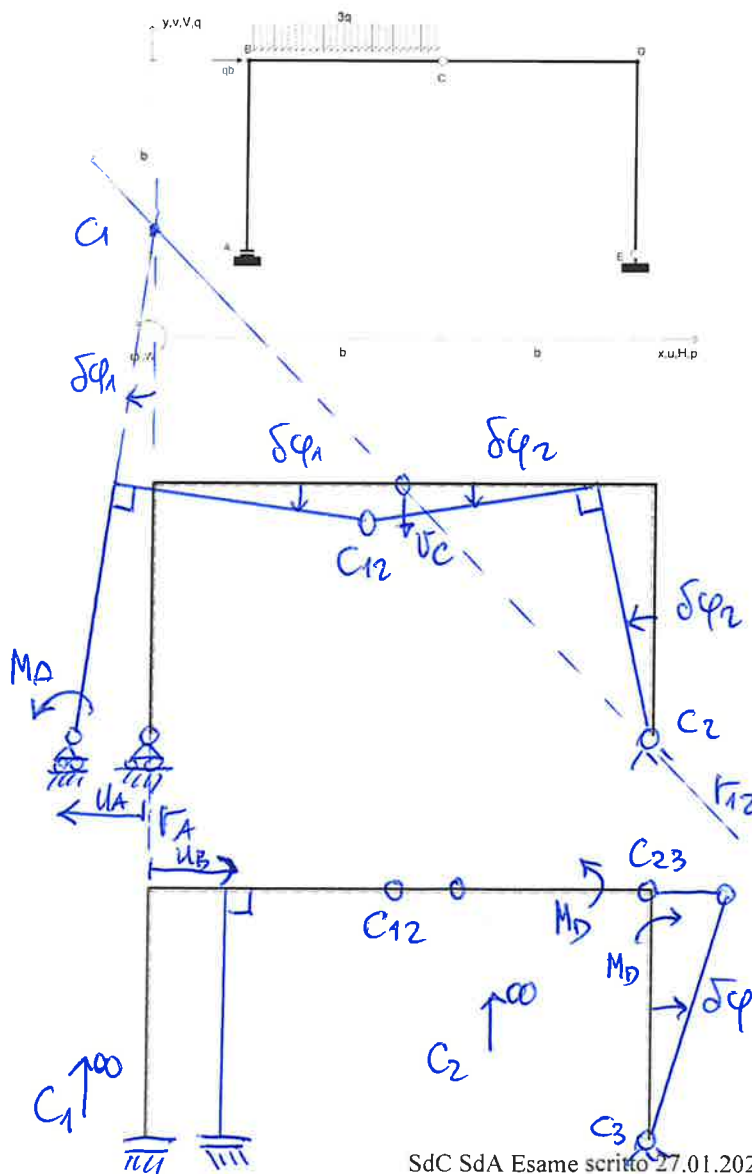
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto D , M_D .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste ABC , CD , DE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_1 \in VA \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_A &= -2b\delta\varphi_1 \\ v_C &= -b\delta\varphi_1 = -b\delta\varphi_2 \\ \delta\varphi_1 &= \delta\varphi_2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_B &= u_D = b\delta\varphi \\ v_C &= 0 \end{aligned}$$

$$M_A(\varphi) = \frac{1}{2} q b^2; \quad C_1 = (0, 2b); \quad C_2 = (2b, 0); \quad C_{12} = (b, b);$$

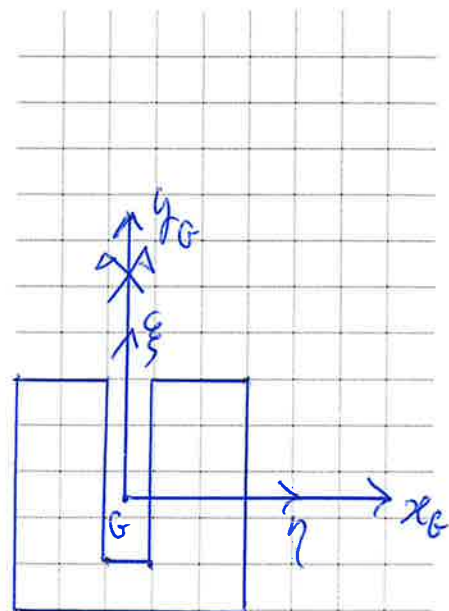
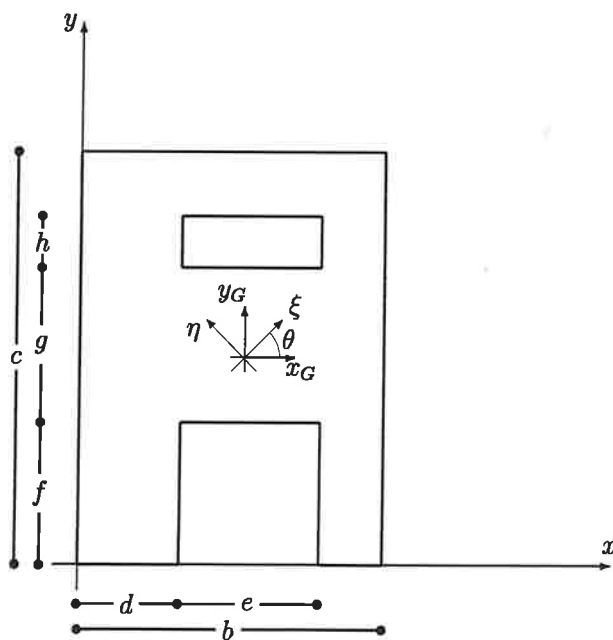
$$u_A = -2b \delta \varphi_1; \quad v_C = -b \delta \varphi_1 = -b \delta \varphi_2$$

$$M_D(\varphi \square \varphi) = -q b^2; \quad u_B = b \delta \varphi; \quad v_C = 0;$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 5a$; $c = 5a$; $d = 2a$; $e = a$; $f = 0$; $g = a$; $h = 4a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



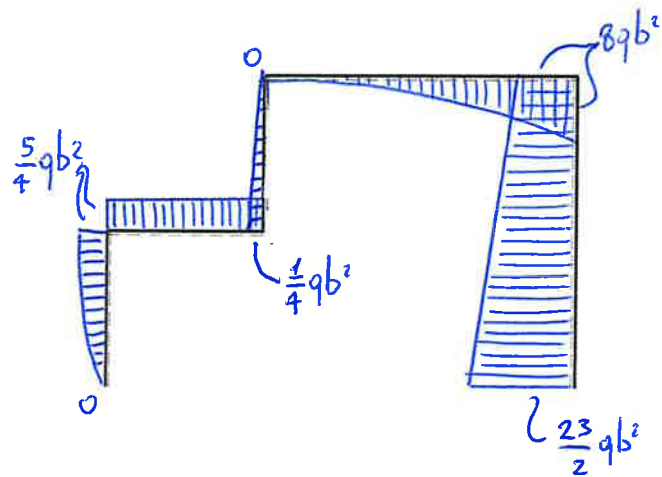
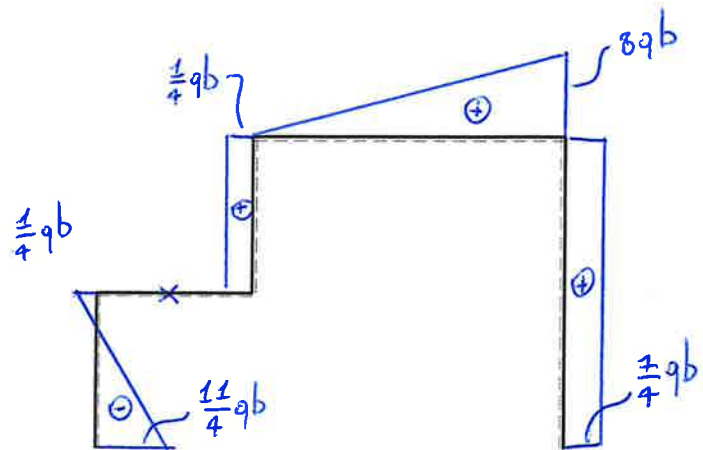
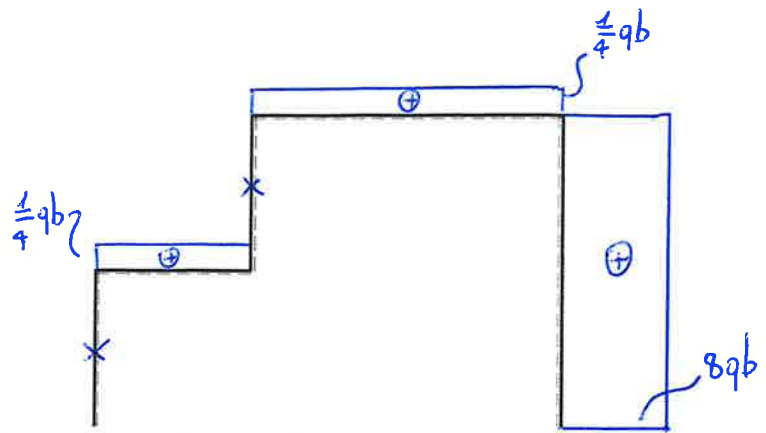
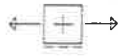
$$S_x = \frac{101}{2} a^3 = 50.5000 a^3; \quad S_y = \frac{105}{2} a^3 = 52.5000 a^3;$$

$$x_G = \frac{5}{2} a = 2.5000 a; \quad y_G = \frac{101}{42} a = 2.4048 a$$

$$J_{xG} = \frac{3827}{84} a^4 = 45.5595 a^4; \quad J_{yG} = \frac{207}{4} a^4 = 51.7500 a^4$$

$$J_{xGyG} = 0; \quad \tan 2\theta = 0$$

$$J_\xi = J_{\max} = \frac{207}{4} a^4; \quad J_\eta = J_{\min} = \frac{3827}{84} a^4$$



$H_A (\Rightarrow) = \frac{11}{4} qb$	$V_A (\hat{v}) = 0$	$H_F (\Rightarrow) = -7/4 qb$	$V_F (\hat{v}) = -8 qb$	$M_F (\hat{\varphi}) = \frac{23}{2} qb^2$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = -11/4 qb + 3q x_1$	$M_{AB} = -11/4 qb x_1 + 3/2 q x_1^2$		
$N_{BC} = 1/4 qb$	$T_{BC} = 0$	$M_{BC} = -5/4 qb^2$		
$N_{CD} = 0$	$T_{CD} = 1/4 qb$	$M_{CD} = -11/4 qb^2 + 1/4 qb x_3$		
$N_{DE} = 1/4 qb$	$T_{DE} = 4q x_4$	$M_{DE} = 2q x_4^2$		
$N_{FE} = 8 qb$	$T_{FE} = 7/4 qb$	$M_{FE} = 23/2 qb^2 - 7/4 qb x_5$		

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Esame scritto del 27.01.2026

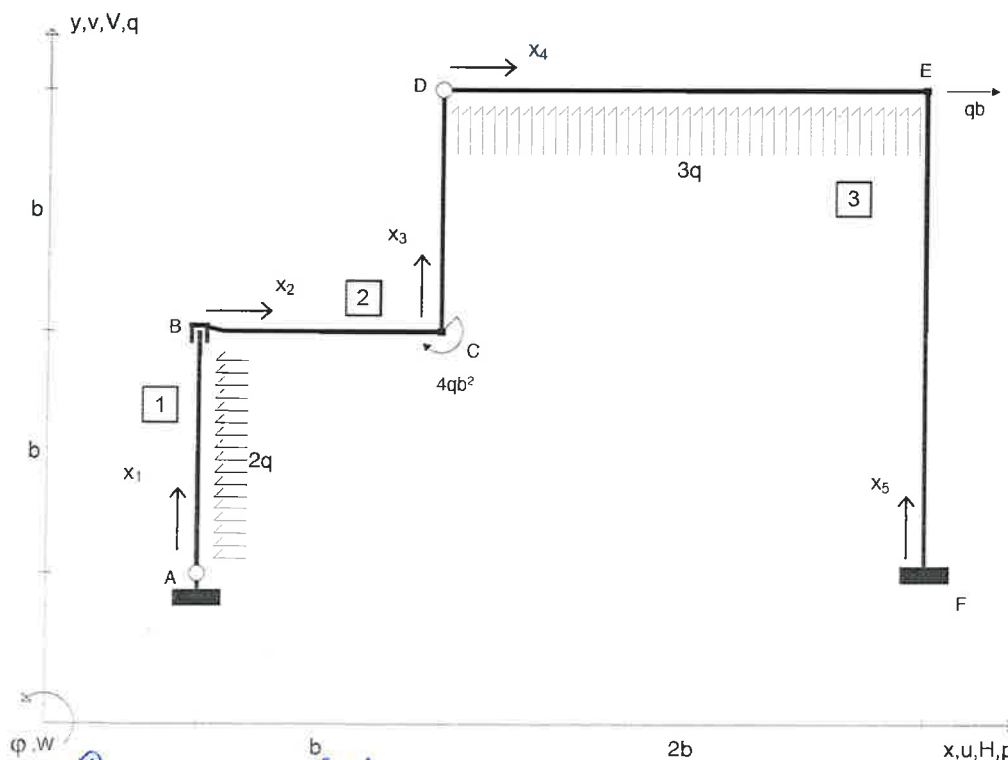
Parte 1 - Testo 6

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le equazioni delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici. Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.



Eq. ausiliarie

$$R_y^{(1)} = 0 \text{ oppure } R_y^{(2+3)} = 0$$

$$M_{z(D)}^{(1+2)} = 0 \text{ oppure } M_{z(D)}^{(3)} = 0$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare il momento M_A applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

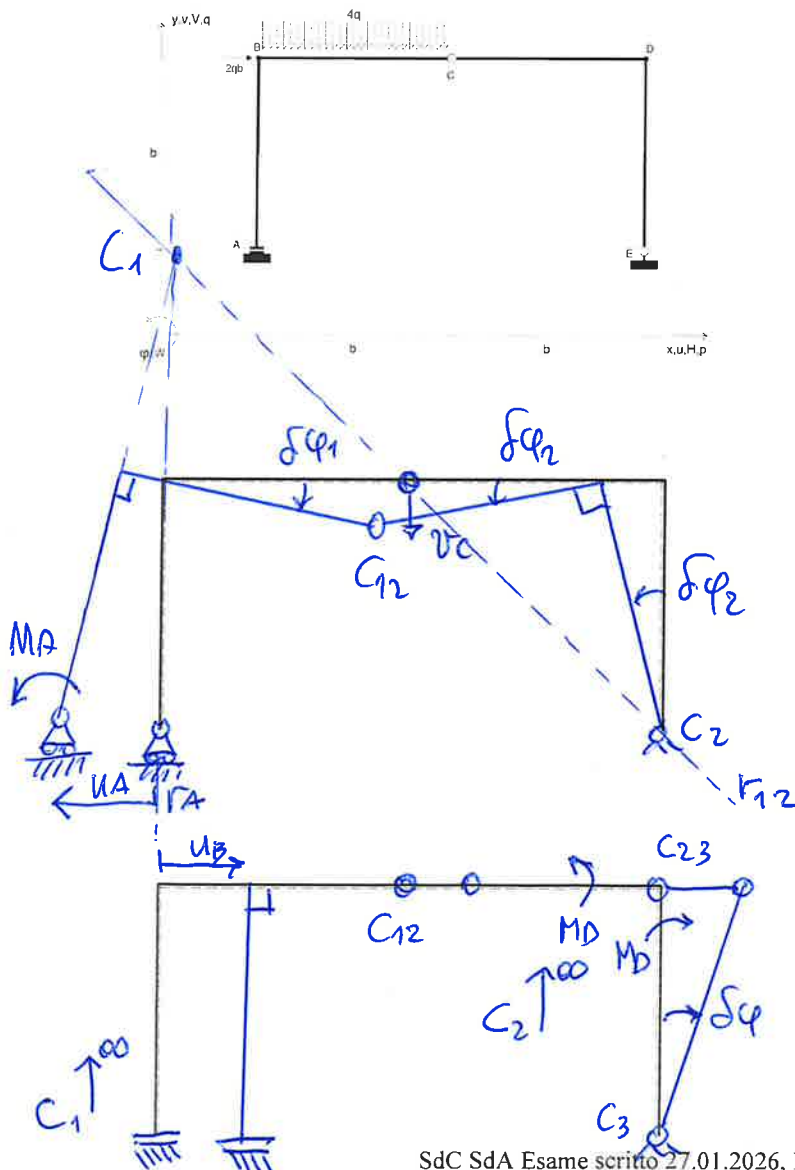
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1 , del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2 , del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12} ;
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto A , u_A , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Calcolare poi, riapplicando il PLV, il valore del momento flettente nel punto D , M_D .

In questa situazione (nella quale la struttura è suddivisa nelle tre aste ABC , CD , DE) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B , u_B , e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C , v_C .

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m) , dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_1 \in r_A \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_A &= -2b\delta\varphi_1 \\ v_C &= -b\delta\varphi_1 = -b\delta\varphi_2 \\ \delta\varphi_1 &= \delta\varphi_2 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} u_B &= u_D = b\delta\varphi \\ v_C &= 0 \end{aligned}$$

$$M_A(\varphi) = 0; C_1 = (0, 2b); C_2 = (2b, 0); C_{12} = (b, b);$$

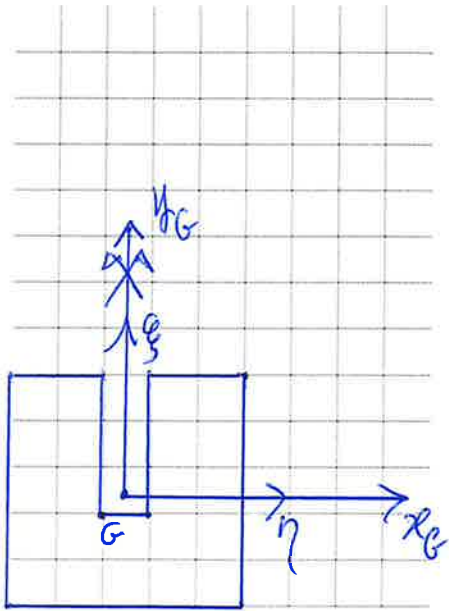
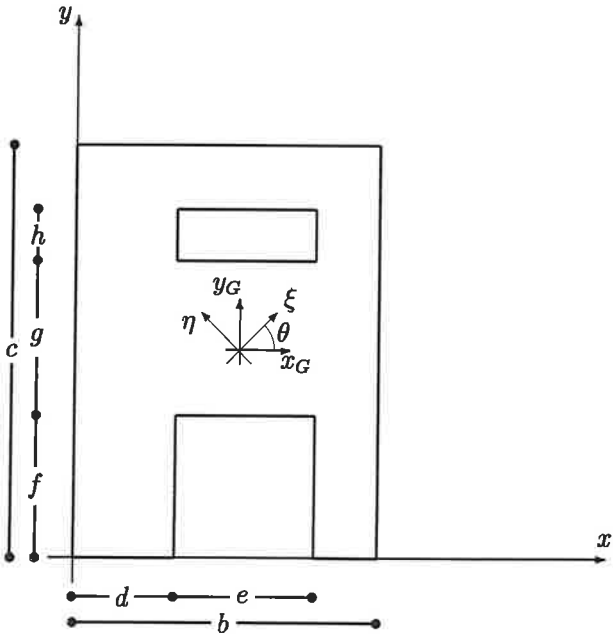
$$u_A = -2b\delta\varphi_1; v_C = -b\delta\varphi_1 = -b\delta\varphi_2$$

$$M_D(\varphi_1, \varphi_2) = -2qb^2; u_B = b\delta\varphi; v_C = 0$$

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 5a$; $c = 5a$; $d = 2a$; $e = a$; $f = 0$; $g = 2a$; $h = 3a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ , η ;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del doppio dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ .



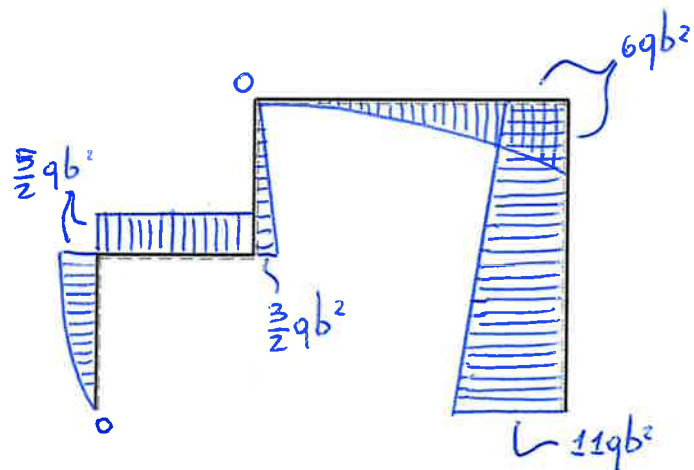
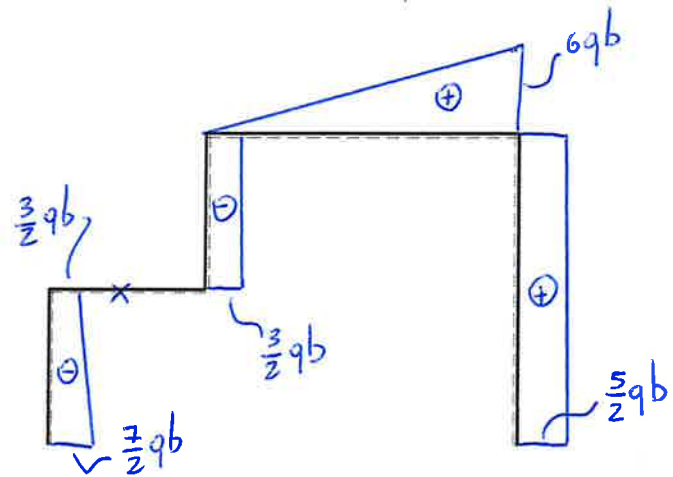
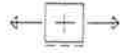
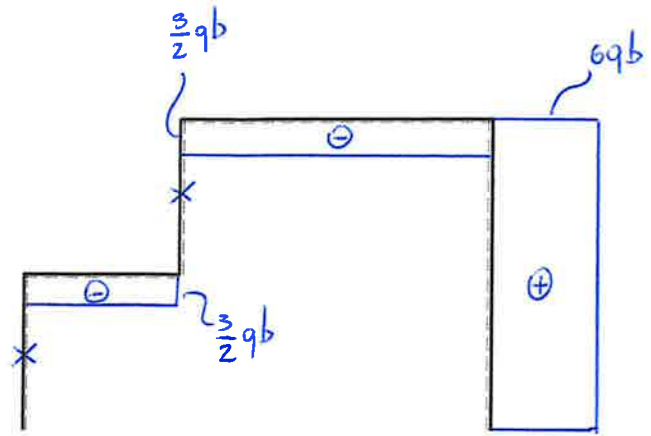
$$S_x = 52a^3; S_y = 55a^3$$

$$x_G = 5/2 a = 2.5000 a; y_G = 26/11 a = 2.3636 a$$

$$J_{xG} = 1532/33 a^4 = 46.4242 a^4; J_{yG} = 311/6 a^4 = 51.8333 a^4$$

$$J_{xGyG} = 0; \tan 2\theta = 0$$

$$J_\xi = J_{\max} = 311/6 a^4; J_\eta = J_{\min} = 1532/33 a^4$$



$H_A (\Rightarrow) = \frac{7}{2} qb$	$V_A (\hat{\uparrow}) = 0$	$H_F (\Rightarrow) = -\frac{5}{2} qb$	$V_F (\hat{\uparrow}) = -6qb$	$M_F (\hat{\curvearrowright}) = 11qb^2$
$N_{AB} = 0$	$T_{AB} = -\frac{7}{2} qb + 2qx_1$	$M_{AB} = -\frac{7}{2} qb x_1 + qx_1^2$		
$N_{BC} = -\frac{3}{2} qb$	$T_{BC} = 0$	$M_{BC} = -\frac{5}{2} qb^2$		
$N_{CD} = 0$	$T_{CD} = -\frac{3}{2} qb$	$M_{CD} = \frac{3}{2} qb^2 - \frac{3}{2} qb x_3$		
$N_{DE} = -\frac{3}{2} qb$	$T_{DE} = 3qx_4$	$M_{DE} = \frac{3}{2} qx_4^2$		
$N_{FE} = 6qb$	$T_{FE} = \frac{5}{2} qb$	$M_{FE} = 11qb^2 - \frac{5}{2} qb x_5$		