Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura

Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Prova scritta in aula del 13.01.2026

Parte II - Testo 1

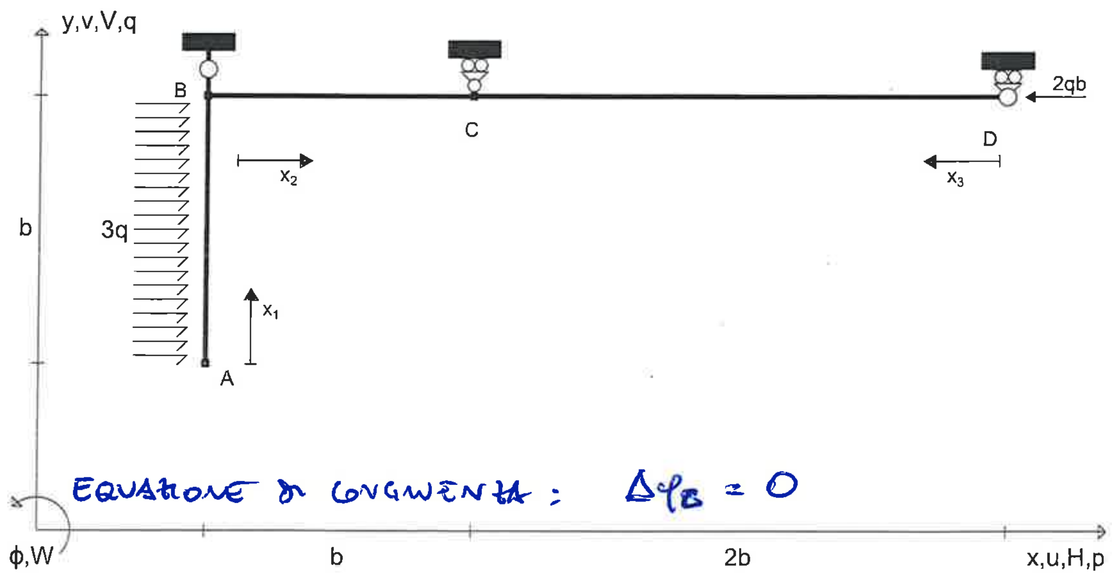
Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui <u>soli</u> fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.................................... e-mail:........................ Matricola:.......

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C, M_C.
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Calcolare infine, riapplicando il PLV, la componente di spostamento orizzontale del punto A, u_A.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari SdC_SdA 2 13.01.26*001

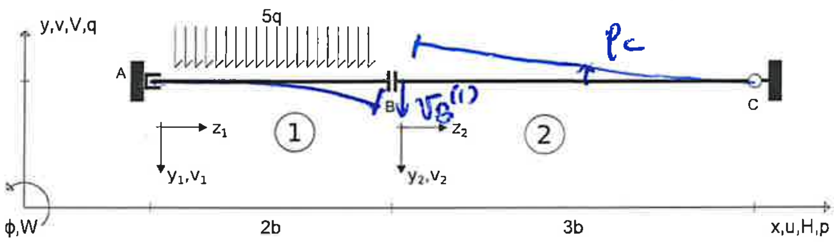


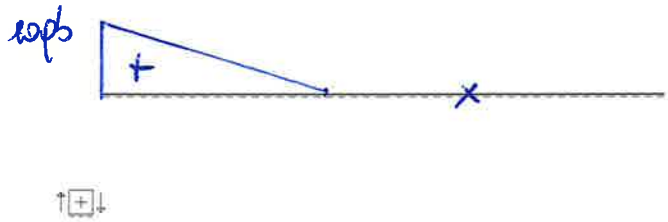
Esercizio n. 2 (7 punti)

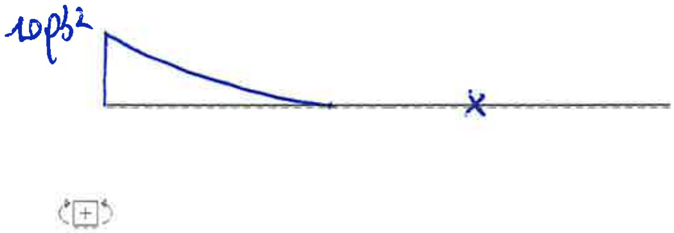
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A, B e C.
Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. La rotazione del punto C, φ_C;
4. Lo spostamento verticale del punto B del tratto AB, $v_B^{(1)}$.

Universita' di Cagliari — SdC_SdA_2 13.01.26*001







V_A (⇧) = $10pb$; M_A = $10pb^2$; H_C (⇨) = 0; V_C (⇧) = 0;

N_{AB} = //; T_{AB} = $10pb - 5pz_1$; M_{AB} = $-10pb^2 + 10pbz_1 - 5/2\,p z_1^2$;

N_{BC} = //; T_{BC} = //; M_{BC} = //;

c.c in A = $v_1(z_1=0)=0$; $v_1'(z_1=0)=0$; c.c in B = $v_1'(z_1=2b) = v_2'(z_2=0)$;

c.c in C = $v_2(z_2=3b)=0$;

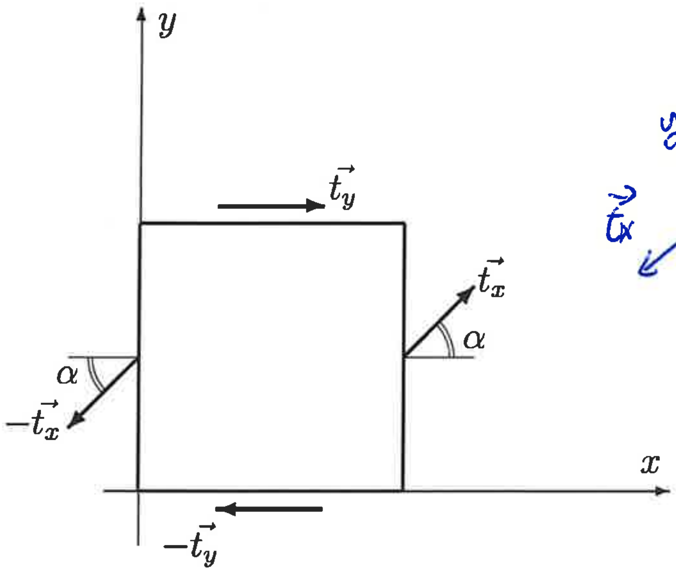
$v_1(z_1)$ = $1/EJ\,(5pb^2 z_1^2 - 5/3\,pb z_1^3 + 5/24\,p z_1^4)$; $v_1'(z_1)$ = $1/EJ\,(10pb^2 z_1 - 5pb z_1^2 + 5/6\,p z_1^3)$;

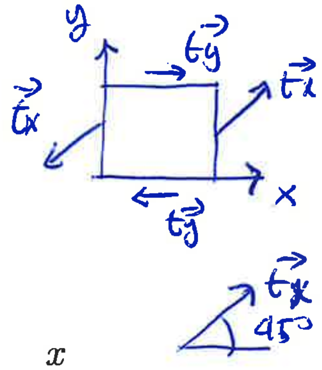
$v_2(z_2)$ = $1/EJ\,(20/3\,pb^3 z_2 - 20pb^4)$; $v_2'(z_2)$ = $1/EJ\,(20/3\,pb^3)$;

$v_B^{(1)}$ = $10pb^4/3EJ$ (↓); φ_C = $20pb^3/3EJ$ (↶);

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) $\boldsymbol{t}_x$ e $\boldsymbol{t}_y$ rispettivamente; di questi $\boldsymbol{t}_x$ è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 45°$ (sicché: $\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$;) e ha modulo di valore $|\boldsymbol{t}_x| = 20$ MPa. L'altro vettore sforzo, $\boldsymbol{t}_y$, è invece *orizzontale* (ma di verso non specificato!), come indicato in Figura.
Si chiede di determinare le componenti σ_x, σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2, e la massima tensione tangenziale, τ_{max}.
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1.

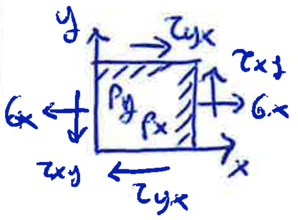


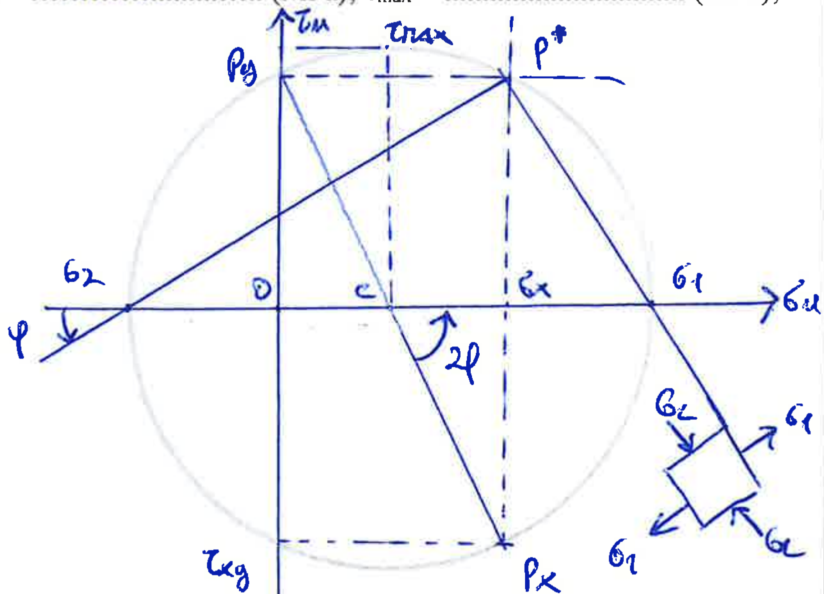


σ_x = 14,142 (MPa); σ_y = 0,000 (MPa); τ_{xy} = 14,142 (MPa);

σ_1 = 22,882 (MPa); σ_2 = -8,740 (MPa); τ_{max} = 15,811 (MPa);

cerchio di Mohr:

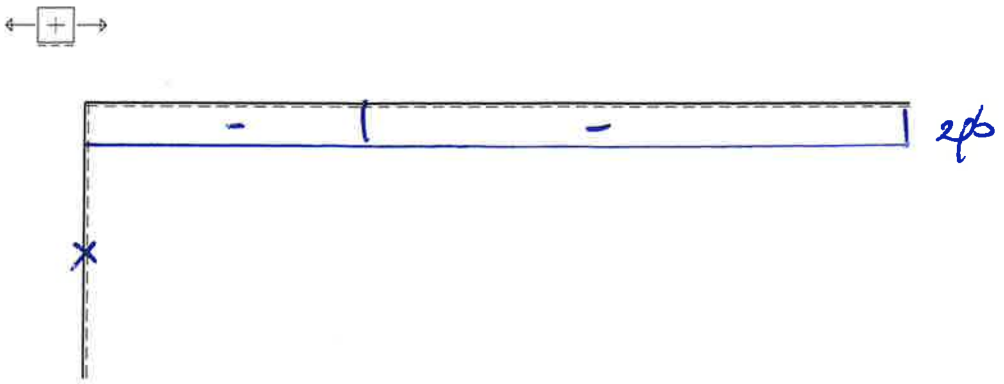


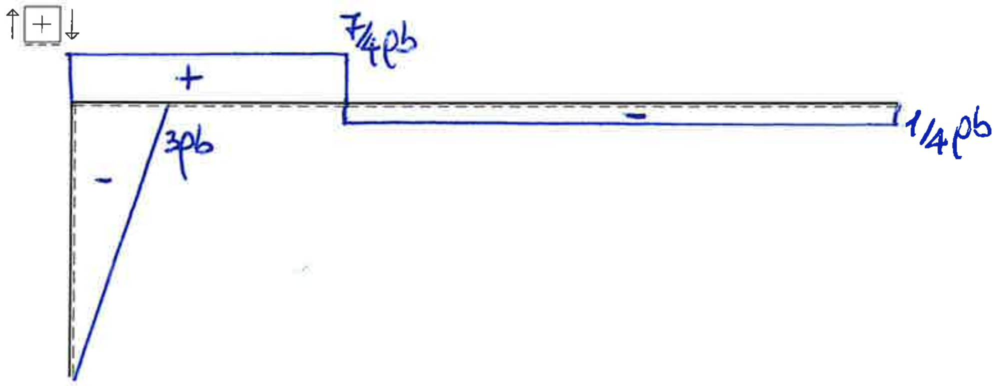


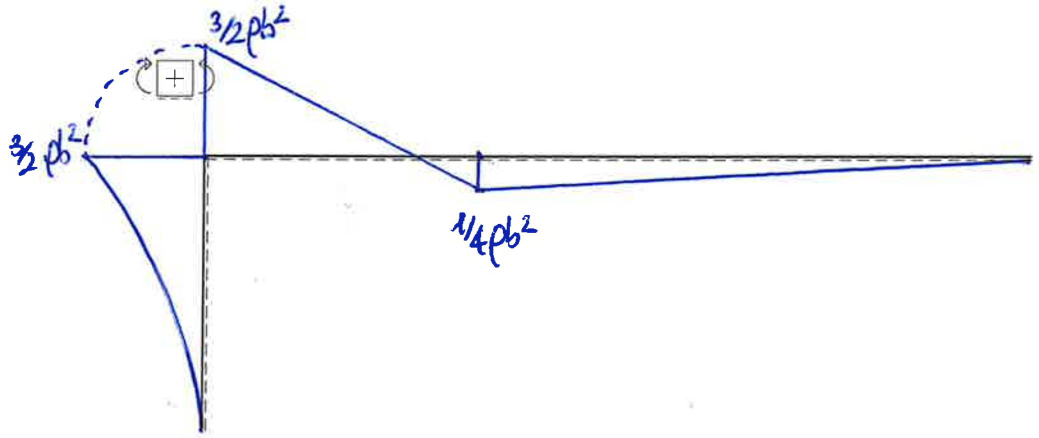
$P_x = (14,142; -14,142)$

$P_y = (0,000; 14,142)$

φ = 31,71 (°);







H_B (⇨) = $-qb$; V_B (⇧) = $7/4\ qb$; V_C (⇧) = $-15/8\ qb$; V_D (⇧) = $1/8\ qb$; M_C = $1/4\ qb^2$;

N_{AB} = // ; T_{AB} = $-3q x_1$; M_{AB} = $-3/2\ q x_1^2$;

N_{BC} = $-2qb$; T_{BC} = $7/4\ qb$; M_{BC} = $-3/2\ qb^2 + 7/4\ qb x_2$;

N_{DC} = $-2qb$; T_{DC} = $-1/8\ qb$; M_{DC} = $1/8\ qb x_3$;

u_A = $5qb^4/6EJ$ (→);

Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura

Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Prova scritta in aula del 13.01.2026

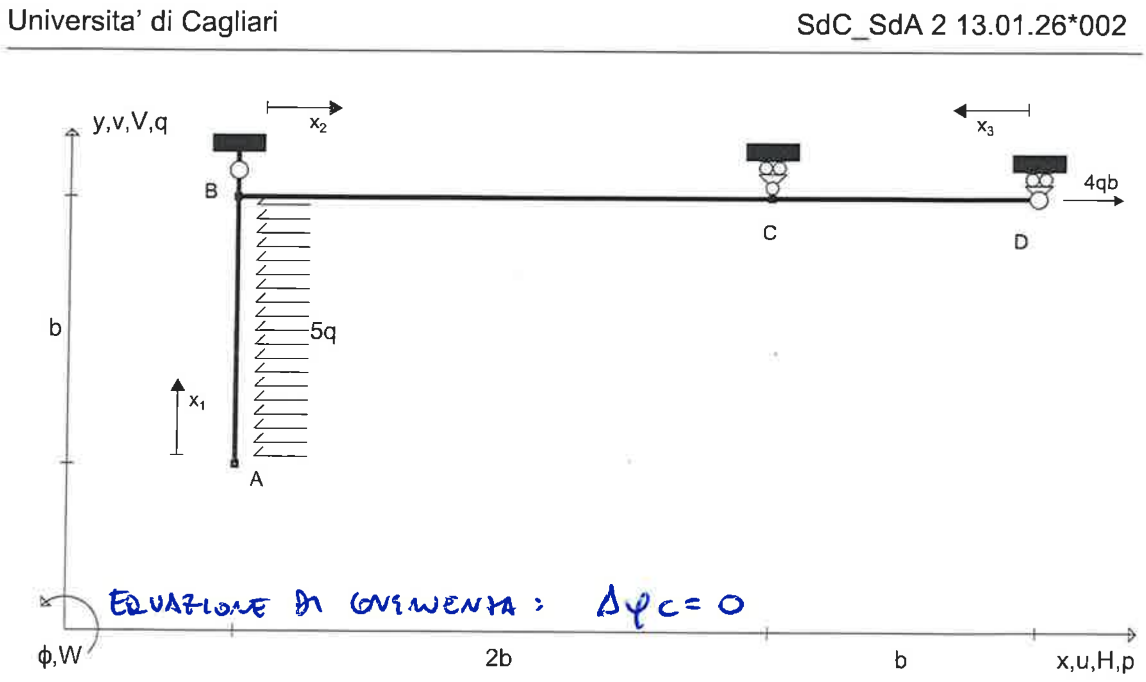
Parte II - Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....................................e-mail:........................ Matricola:.......

Esercizio n. 1 (17 punti)

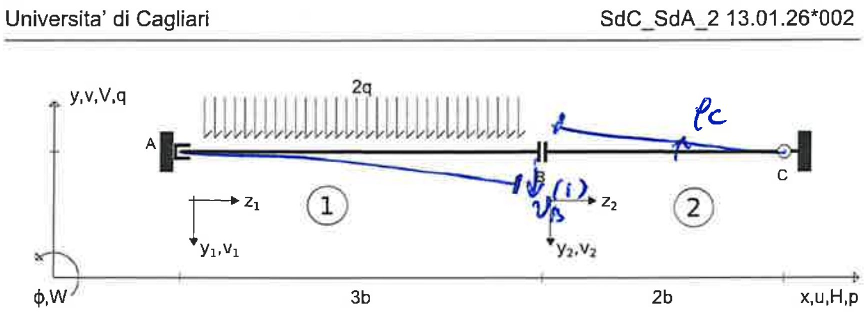
Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C, M_C.
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Calcolare infine, riapplicando il PLV, la componente di spostamento orizzontale del punto A, u_A.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

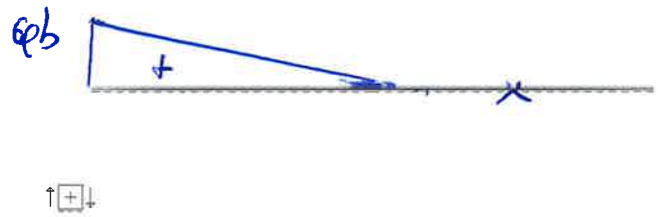


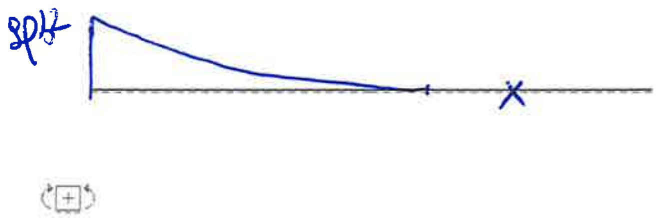
Esercizio n. 2 (7 punti)

Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A, B e C.
Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. La rotazione del punto C, φ_C;
4. Lo spostamento verticale del punto B del tratto AB, $v_B^{(1)}$.







$V_A\,(⇧) =$ $6pb$; $M_A\,(↺) =$ $9pb^2$; $H_C\,(⇨) =$ 0 ; $V_C\,(⇧) =$ 0 ;

$N_{AB} =$ // ; $T_{AB} =$ $6pb - 2pz_1^2$; $M_{AB} =$ $-9pb^2 + 6pbz_1 - pz_1^2$;

$N_{BC} =$ // ; $T_{BC} =$ // ; $M_{BC} =$ // ;

c.c in $A =$ $v_1(z_1=0)=0$; $v_1'(z_1=0)=0$; c.c in $B =$ $v_1'(z_1=3b) = v_2'(z_2=0)$;

c.c in $C =$ $v_2(z_2=2b)=0$;

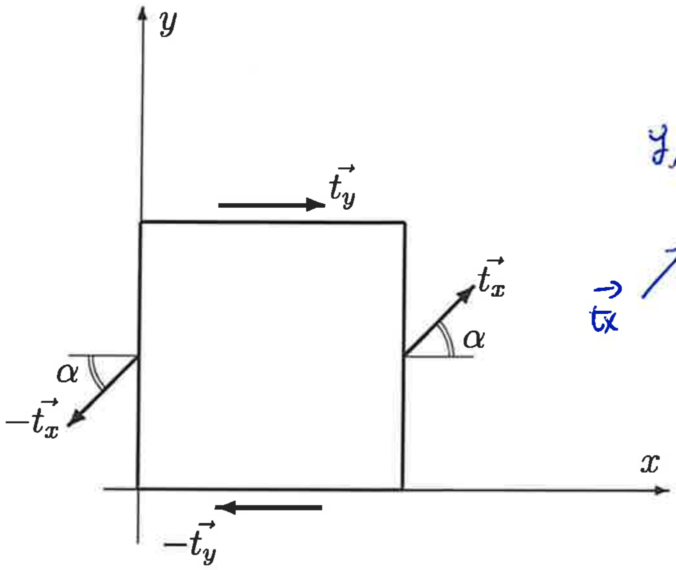
$v_1(z_1) =$ $1/EJ\,(9/2\,pb^2z_1^2 - pbz_1^3 + 1/12\,pz_1^4)$; $v_1'(z_1) =$ $1/EJ\,(9pb^2z_1 - 3pbz_1^2 + 1/3\,pz_1^3)$;

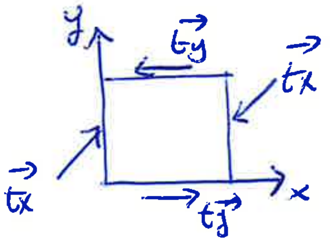
$v_2(z_2) =$ $1/EJ\,(9pb^3z_2 - 18pb^4)$; $v_2'(z_2) =$ $1/EJ\,(9pb^3)$;

$v_B^{(1)} =$ $85pb^4/4EJ$ (↓) ; $\varphi_C =$ $9pb^3/EJ$ (↻) ;

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) $\boldsymbol{t}_x$ e $\boldsymbol{t}_y$ rispettivamente; di questi $\boldsymbol{t}_x$ è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 225°$ (sicché: $\sin\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;) e ha modulo di valore $|\boldsymbol{t}_x| = 20$ MPa. L'altro vettore sforzo, $\boldsymbol{t}_y$, è invece *orizzontale* (ma di verso non specificato!), come indicato in Figura.
Si chiede di determinare le componenti σ_x, σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2, e la massima tensione tangenziale, τ_{max}.
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1.

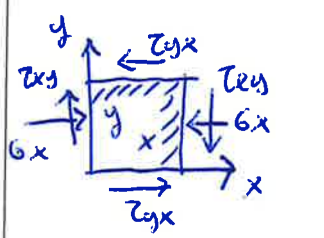


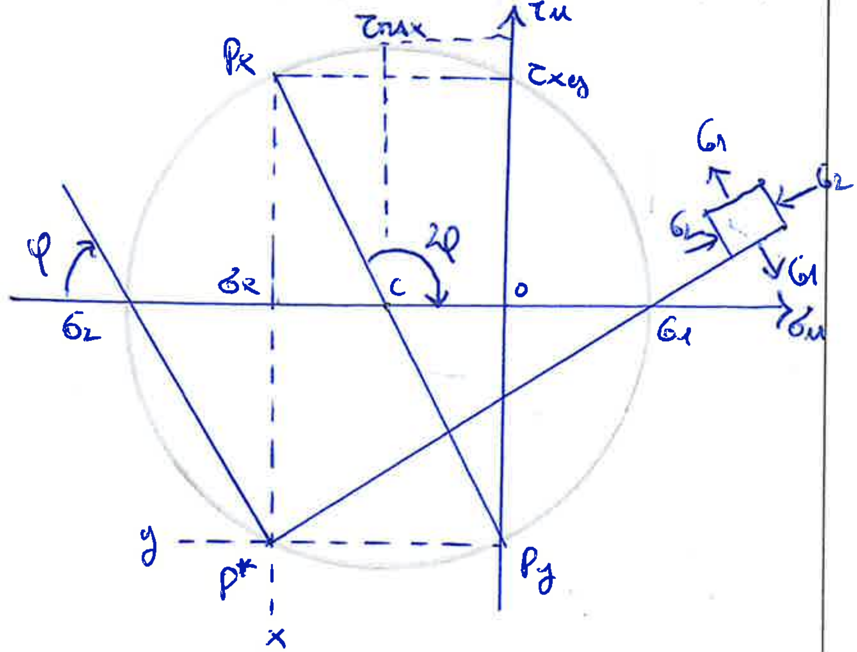


σ_x = -14,142 (MPa); σ_y = 0,000 (MPa); τ_{xy} = -14,142 (MPa);

σ_1 = 8,740 (MPa); σ_2 = -22,882 (MPa); τ_{max} = 15,811 (MPa);

cerchio di Mohr:

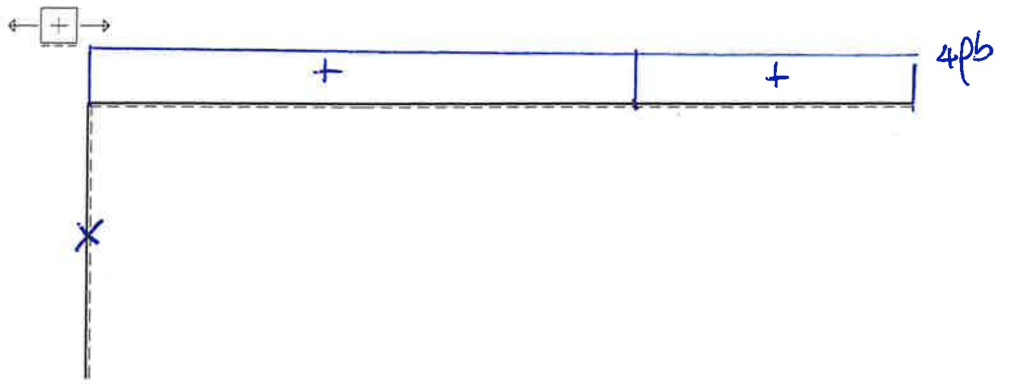


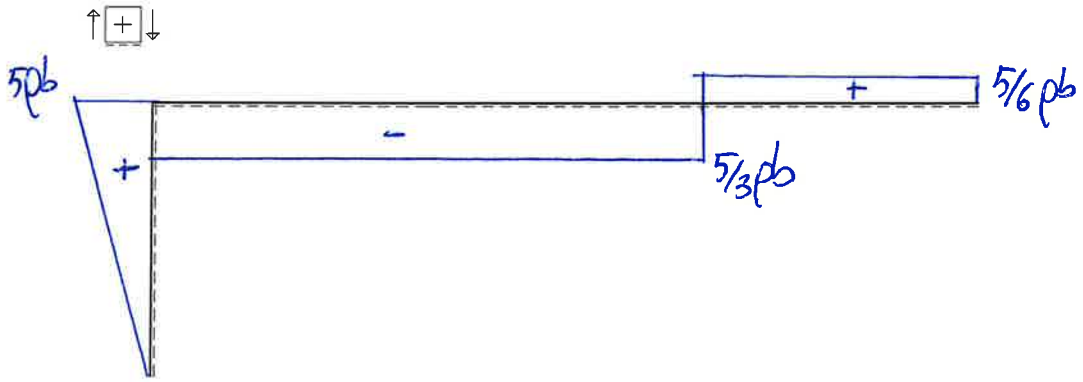


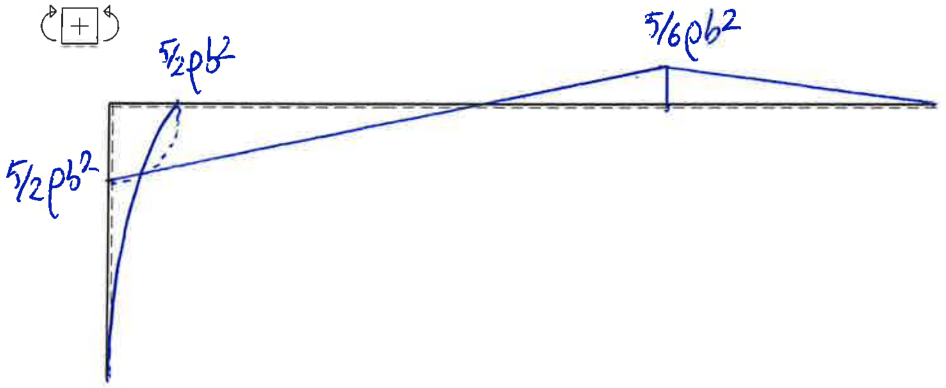
$P_x = (-14,142; +14,142)$

$P_y = (0,000; -14,142)$

φ = -58,28 (°);







H_B (⇨) = $9pb$; V_B (⇧) = $-5/3\,pb$; V_C (⇧) = $5/2\,pb$; V_D (⇧) = $-5/6\,pb$; M_C (↻□↺) = $-5/6\,pb^2$;

N_{AB} = // ; T_{AB} = $5px_1$; M_{AB} = $5/2\,px_1^2$;

N_{BC} = $4pb$; T_{BC} = $-5/3\,pb$; M_{BC} = $5/2\,pb^2 - 5/3\,px_2$;

N_{DC} = $4pb$; T_{DC} = $5/6\,pb$; M_{DC} = $-5/6\,pbx_3$;

u_A = $-145\,pb^4/72\,EJ$ (←);