Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura

Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Esame scritto del 13.01.2026

Parte 1 - Testo 1

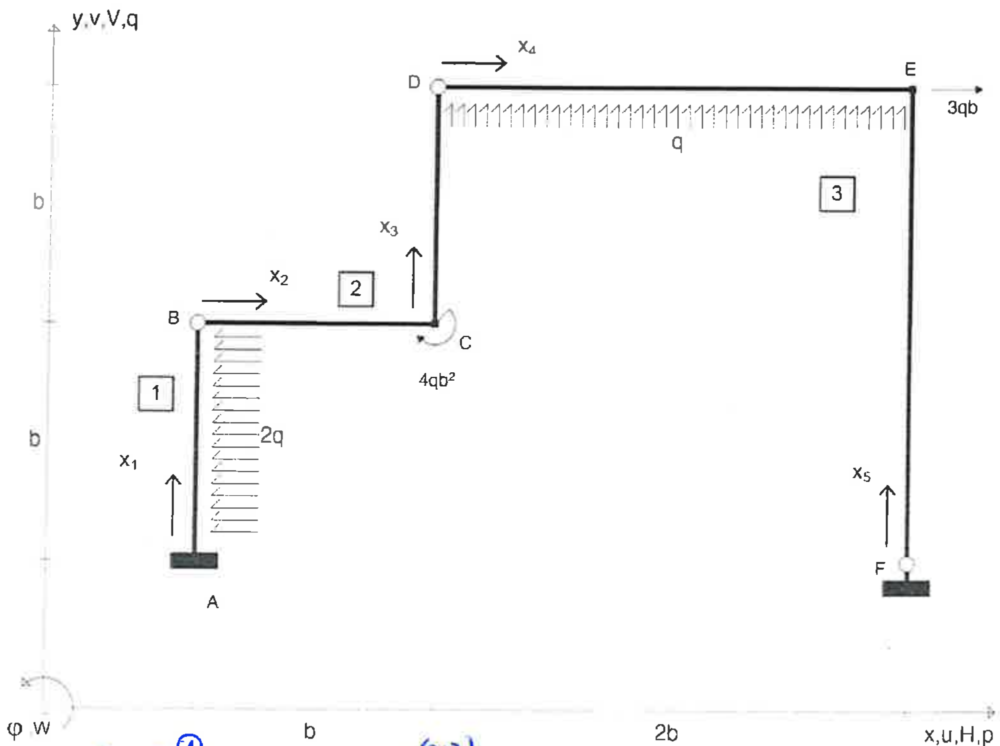
Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:..e-mail:........................ Matricola:.......

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari SdC_SdA 13.01.26*001



Eq. ausiliarie

$$\begin{cases} M_{z(B)}^{(1)} = 0 \quad \text{oppure} \quad M_{z(B)}^{(2+3)} = 0 \\ M_{z(D)}^{(1+2)} = 0 \quad \text{oppure} \quad M_{z(D)}^{(3)} = 0 \end{cases}$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

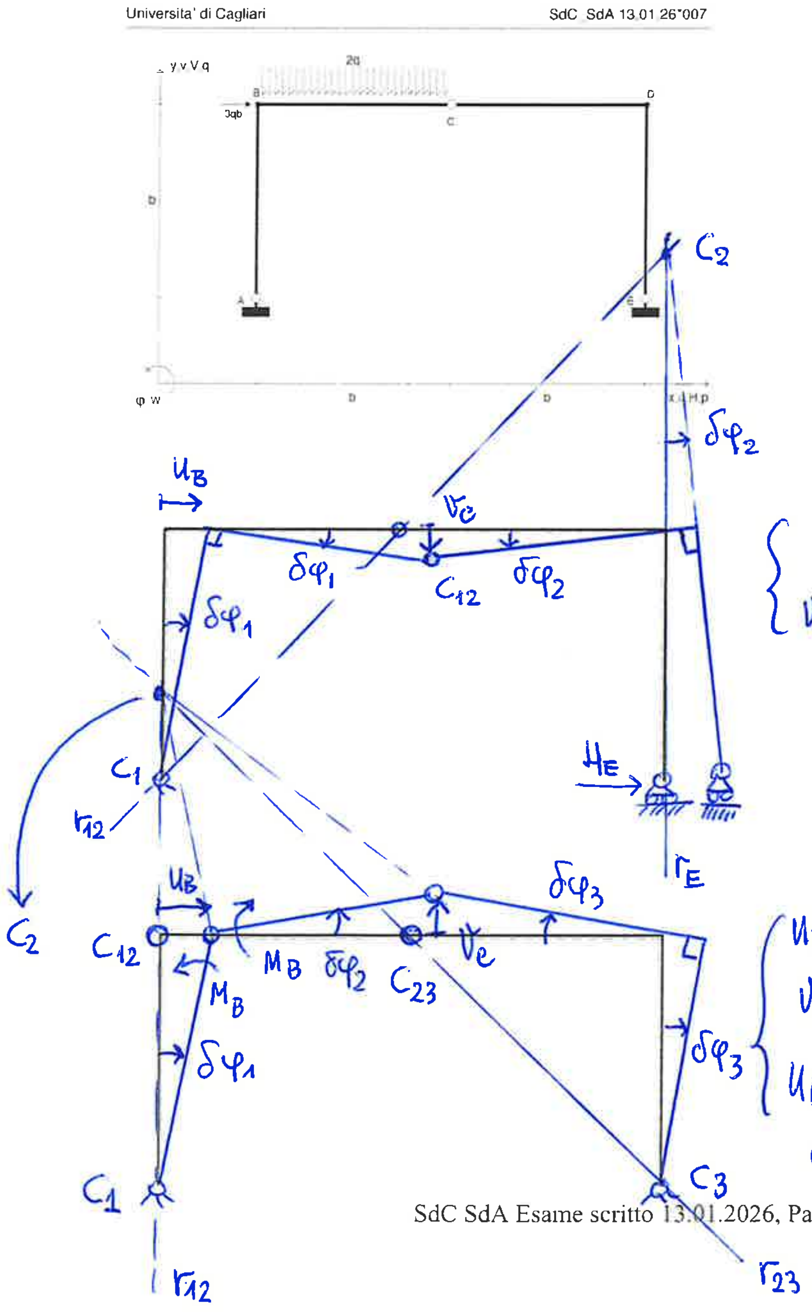
Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione orizzontale H_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1, del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2, del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12};
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B, u_B, e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C.

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto B, M_B.
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB, BC, CDE*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B, u_B, e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C.

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m), dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \in r_E \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_B = b\,\delta\varphi_1 \\ v_C = -b\,\delta\varphi_1 = -b\,\delta\varphi_2 \end{cases}$$

$$\delta\varphi_1 = \delta\varphi_2$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_B = b\,\delta\varphi_1 \\ v_C = b\,\delta\varphi_2 = b\,\delta\varphi_3 \\ u_B = u_D = b\,\delta\varphi_3 \end{cases}$$

$$\delta\varphi_1 = \delta\varphi_2 = \delta\varphi_3$$

H_E (⇨) = $-2qb$; C_1 = (0, 0); C_2 = ($2b$, $2b$); C_{12} = (b, b);

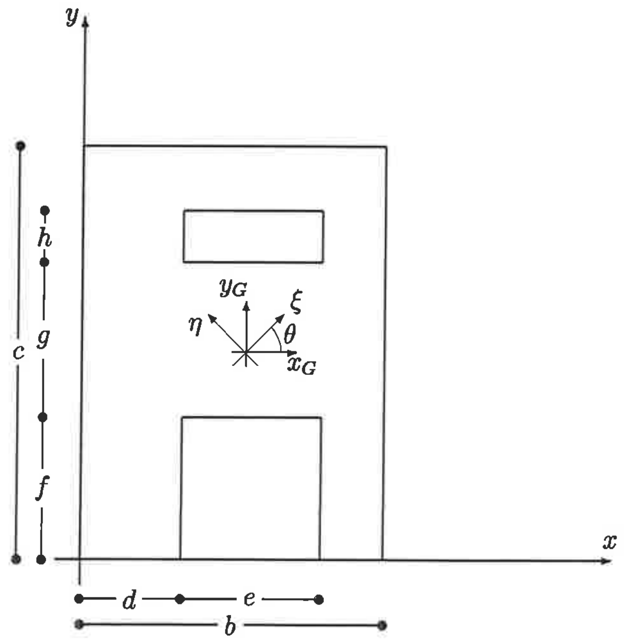
$u_B = b\,\delta\varphi_1$; $v_C = -b\,\delta\varphi_1$;

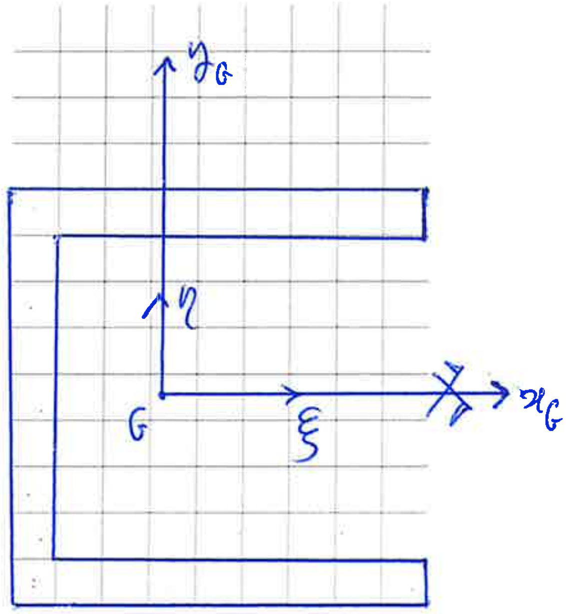
M_B = qb^2; $u_B = b\,\delta\varphi_1$; $v_C = b\,\delta\varphi_2$;

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: Si noti che il disegno non è in scala!) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 9a$; $c = 9a$; $d = a$; $e = 8a$; $f = 0$; $g = a$; $h = 7a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{max}$ e $J_\eta = J_{min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ, η;
- calcolare la tangente trigonometrica, tan 2θ, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ.





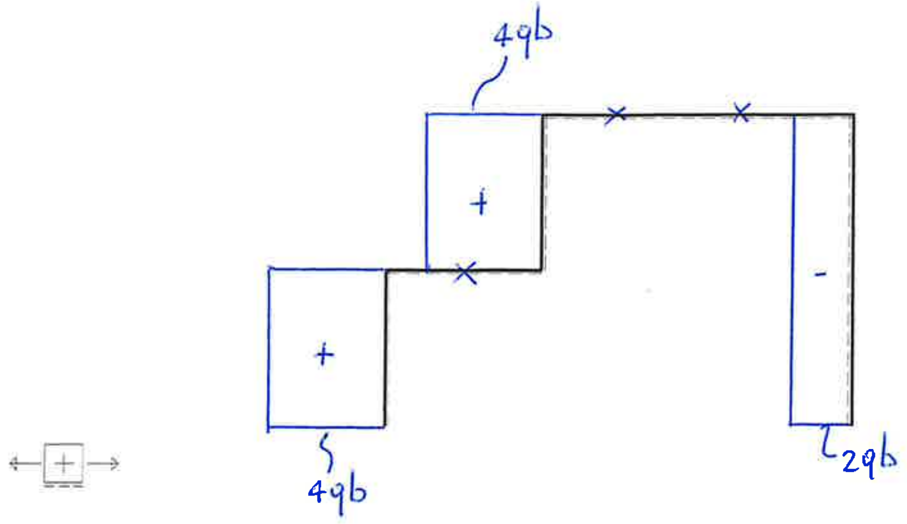
S_x = $225/2\ a^3 = 112.5000\,a^3$; S_y = $169/2\ a^3 = 84.5000\,a^3$;

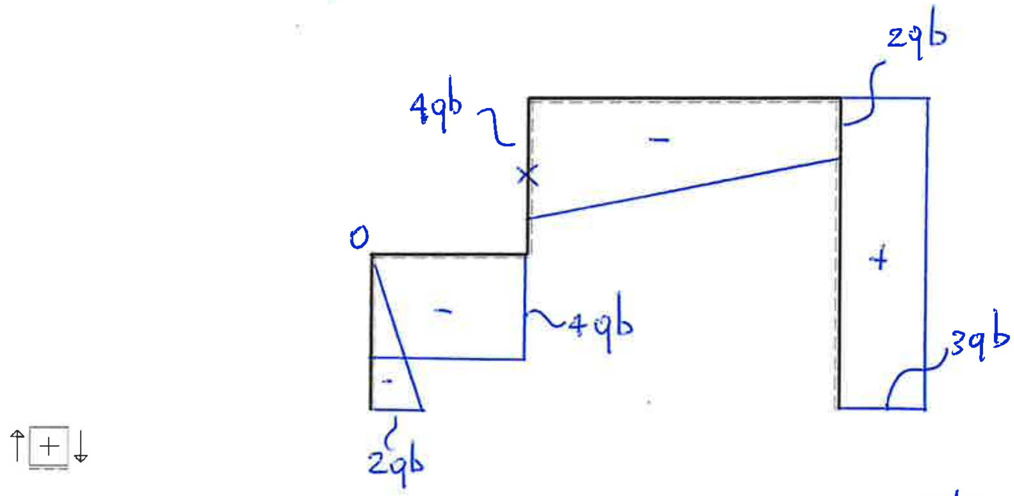
x_G = $169/50\ a = 3.3800\,a$; y_G = $9/2\ a = 4.5000\,a$;

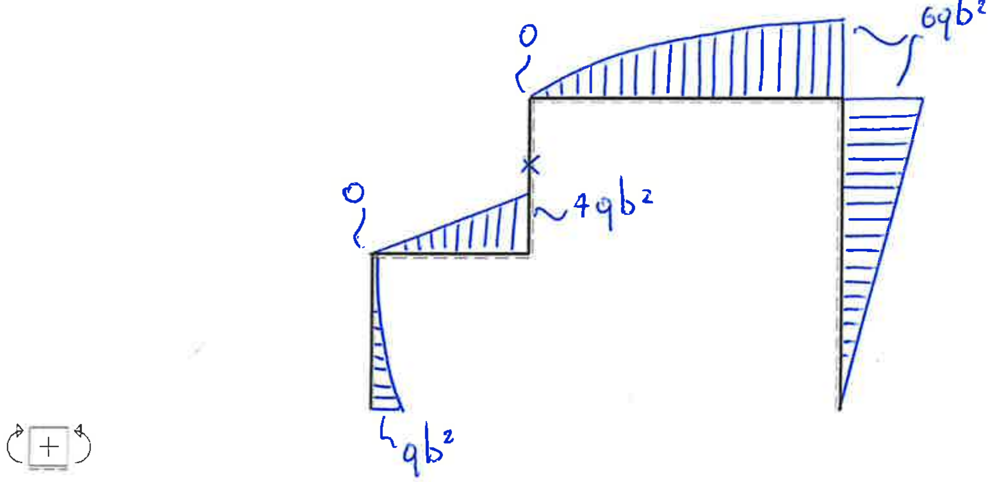
J_{xG} = $3817/12\ a^4 = 318.0833\,a^4$; J_{yG} = $60817/300\ a^4 = 202.7233\,a^4$;

J_{xGyG} = 0; tan 2θ = 0;

$J_\xi = J_{max}$ = $3817/12\ a^4$; $J_\eta = J_{min}$ = $60817/300\ a^4$;







H_A (⇨) = $2qb$; V_A (⇧) = $-4qb$; M_A (↻) = $-qb^2$; H_F (⇨) = $-3qb$; V_F (⇧) = $2qb$;

N_{AB} = $4qb$; T_{AB} = $-2qb+2qx_1$; M_{AB} = $qb^2-2qbx_1+qx_1^2$;

N_{BC} = 0 ; T_{BC} = $-4qb$; M_{BC} = $-4qbx_2$;

N_{CD} = $4qb$; T_{CD} = 0 ; M_{CD} = 0 ;

N_{DE} = 0 ; T_{DE} = $-4qb+qx_4$; M_{DE} = $-4qbx_4+1/2\,qx_4^2$;

N_{FE} = $-2qb$; T_{FE} = $3qb$; M_{FE} = $-3qbx_5$;

Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura

Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

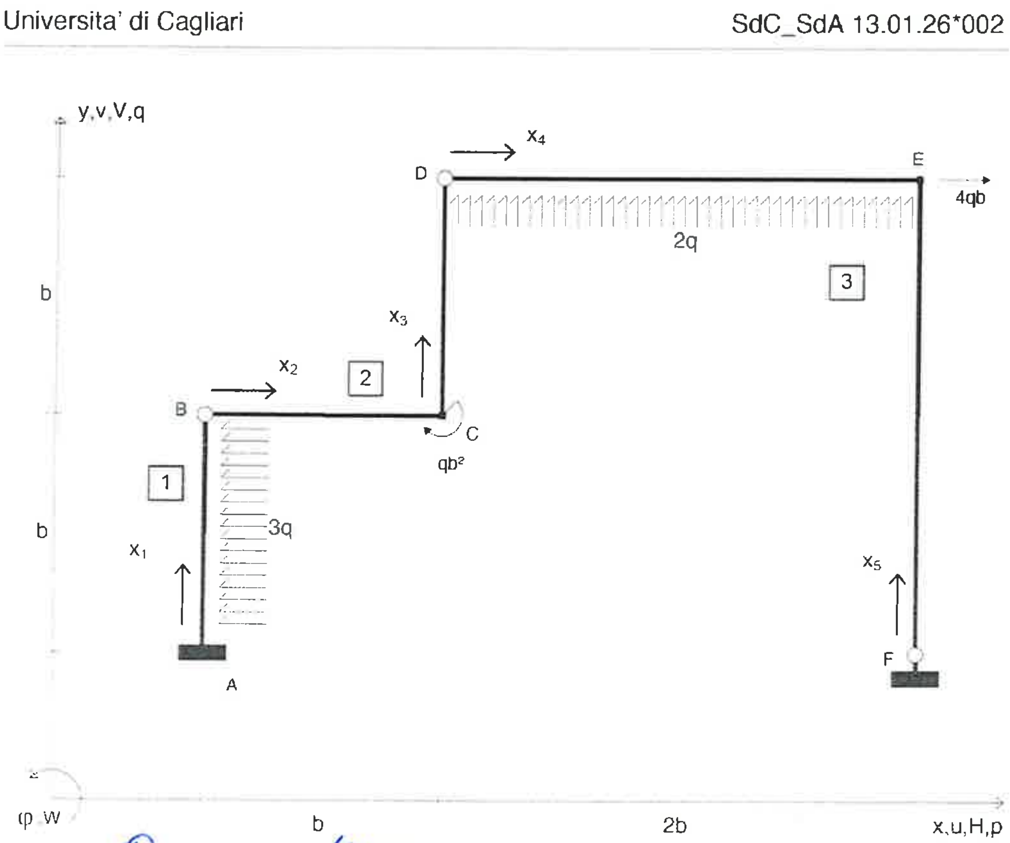
Esame scritto del 13.01.2026
Parte 1 - Testo 2

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:..e-mail:......................... Matricola:.......

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.



Eq. ausiliarie $\begin{cases} M^{(1)}_{z(B)} = 0 \text{ oppure } M^{(2+3)}_{z(B)} = 0 \\ M^{(1+2)}_{z(D)} = 0 \text{ oppure } M^{(3)}_{z(D)} = 0 \end{cases}$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione orizzontale H_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

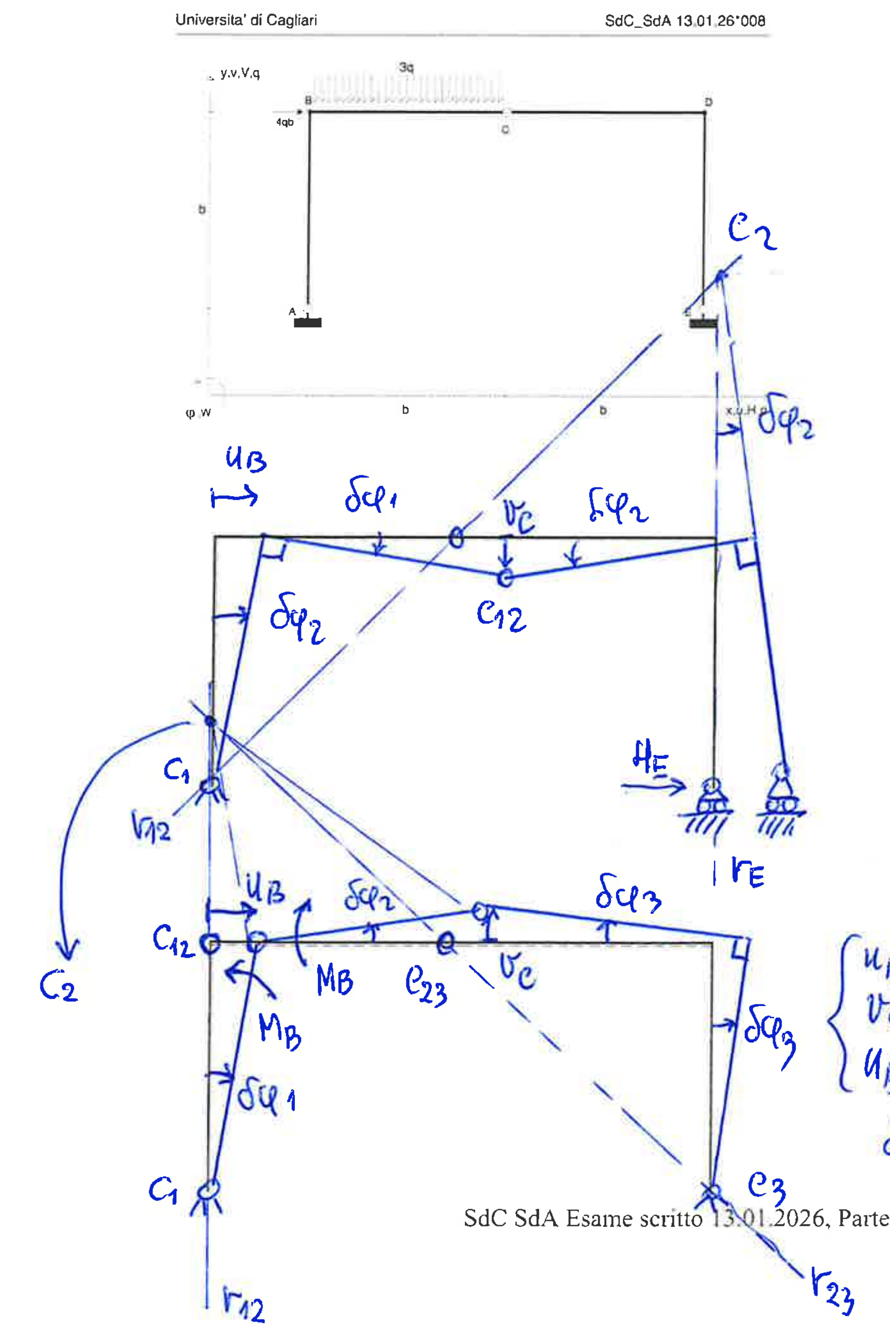
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1, del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2, del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12};
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B, u_B, e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C.

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto B, M_B.
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB, BC, CDE*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B, u_B, e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C.

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m), dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \in r_E \end{cases}$$



$$\begin{cases} u_B = b\,\delta\varphi_1 \\ v_C = -b\,\delta\varphi_1 = -b\,\delta\varphi_2 \end{cases}$$
$$\delta\varphi_1 = \delta\varphi_2$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_B = b\,\delta\varphi_1 \\ v_C = b\,\delta\varphi_2 = b\,\delta\varphi_3 \\ u_B = u_D = b\,\delta\varphi_3 \end{cases}$$
$$\delta\varphi_1 = \delta\varphi_2 = \delta\varphi_3$$

H_E (⇨) = $-11/4\, qb$; C_1 = (0, 0); C_2 = ($2b$, $2b$); C_{12} = (b, b);

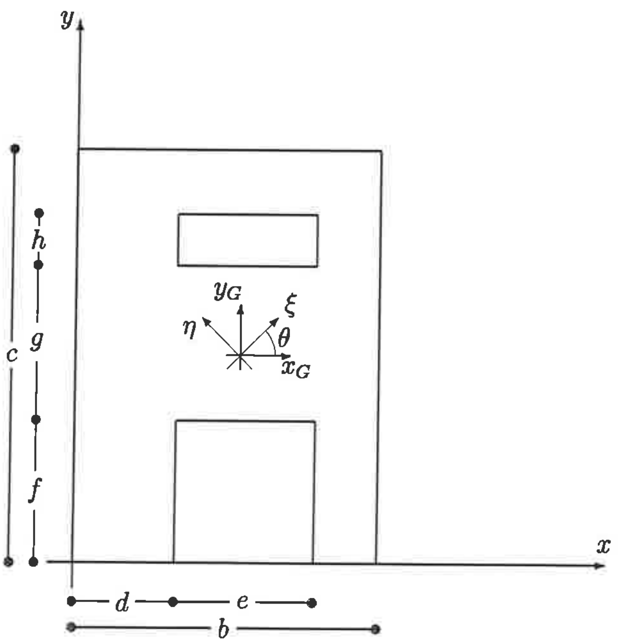
u_B = $b\delta\varphi_1$; v_C = $-b\delta\varphi_1$;

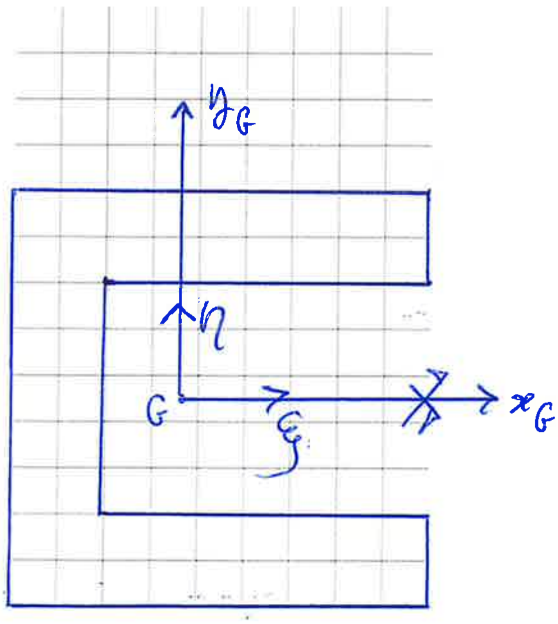
M_B (↻ ↺) = $5/4\, qb^2$; u_B = $b\delta\varphi_1$; v_C = $b\delta\varphi_2$;

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 9a$; $c = 9a$; $d = 2a$; $e = 7a$; $f = 0$; $g = 2a$; $h = 5a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ, η;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ.





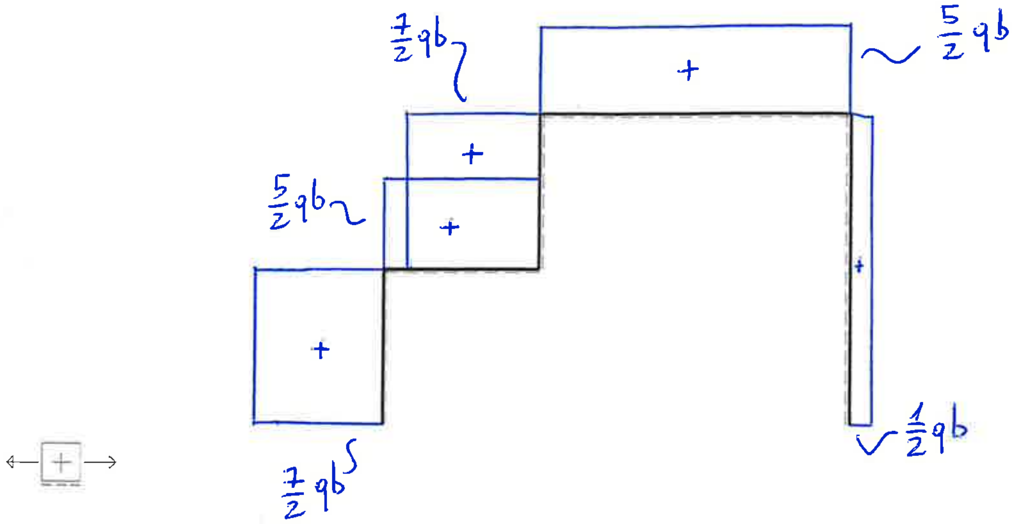
S_x = $207\, a^3$; S_y = $172\, a^3$;

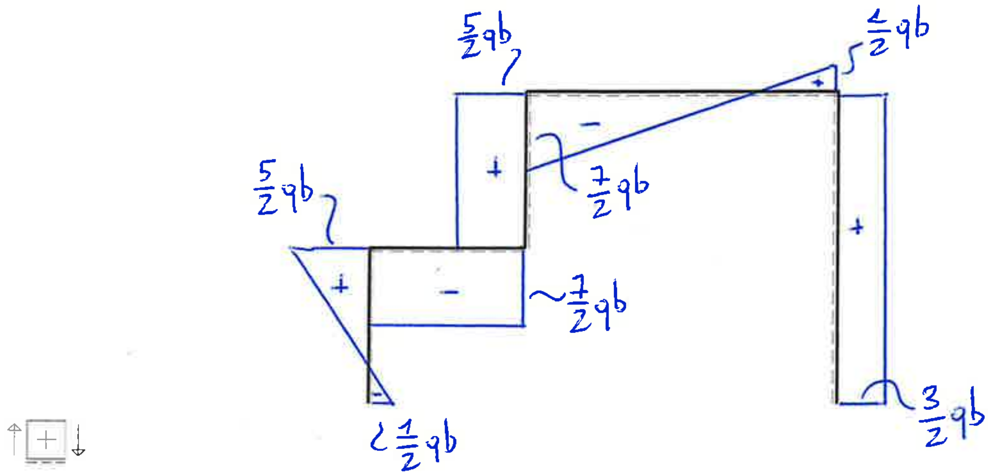
x_G = $86/23\, a = 3.7391\, a$; y_G = $9/2\, a = 4.5000\, a$;

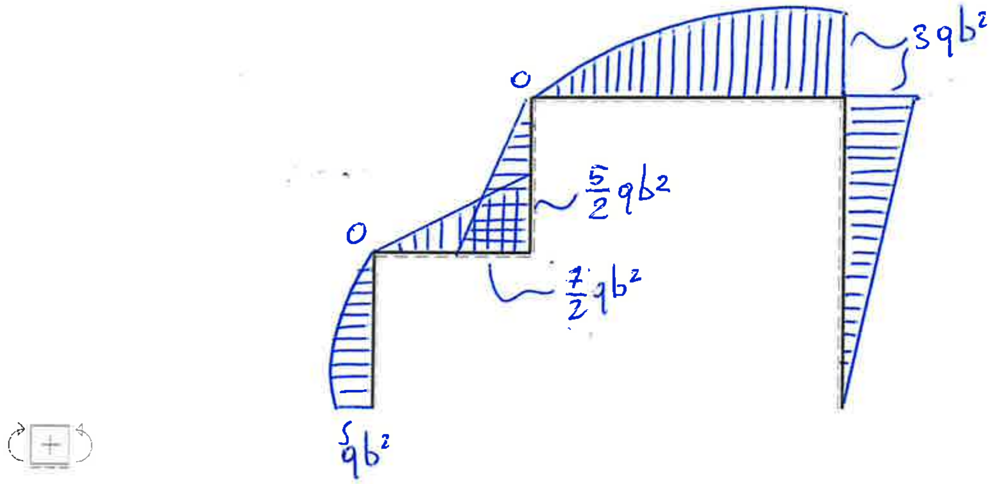
J_{xG} = $2843/6\, a^4 = 473.8333\, a^4$; J_{yG} = $23612/69\, a^4 = 342.2029\, a^4$;

J_{xGyG} = 0; $\tan 2\theta$ = 0;

$J_\xi = J_{\max}$ = $2843/6\, a^4$; $J_\eta = J_{\min}$ = $23612/69\, a^4$;







H_A (⇨) = $1/2qb$; V_A (⇧) = $-7/2qb$; M_A (↻) = qb^2; H_F (⇨) = $-3/2qb$; V_F (⇧) = $-1/2qb$;

N_{AB} = $7/2qb$; T_{AB} = $-1/2qb+3qx_1$; M_{AB} = $-qb^2-1/2qbx_1+3/2qx_1^2$;

N_{BC} = $5/2qb$; T_{BC} = $-7/2qb$; M_{BC} = $-7/2qbx_2$;

N_{CD} = $7/2qb$; T_{CD} = $5/2qb$; M_{CD} = $-5/2qb^2+5/2qbx_3$;

N_{DE} = $5/2qb$; T_{DE} = $-7/2qb+2qx_4$; M_{DE} = $-7/2qbx_4+qx_4^2$;

N_{FE} = $1/2qb$; T_{FE} = $3/2qb$; M_{FE} = $-3/2qbx_5$;

Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura

Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Esame scritto del 13.01.2026

Parte 1 - Testo 3

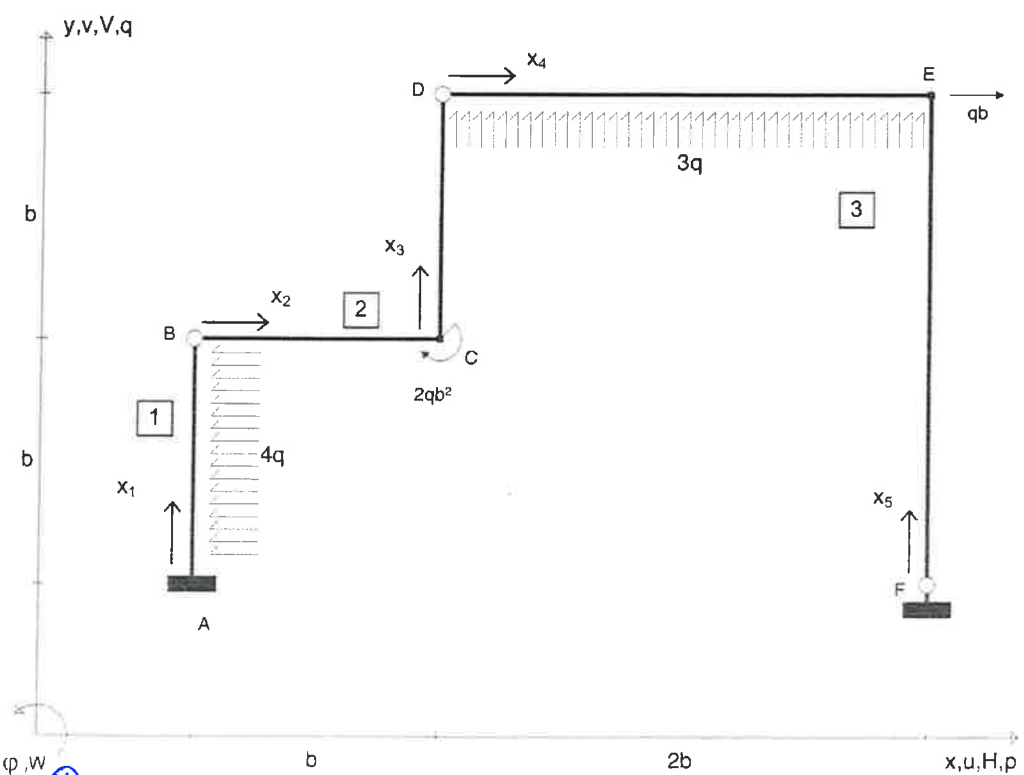
Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:....................................e-mail:...................... Matricola:.......

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari SdC_SdA 13.01.26*003



Eq. ausiliarie $M^{(1)}_{z(B)}=0$ oppure $M^{(2+3)}_{z(B)}=0$

$M^{(1+2)}_{z(D)}=0$ oppure $M^{(3)}_{z(D)}=0$

Esercizio n. 2 (11 punti)

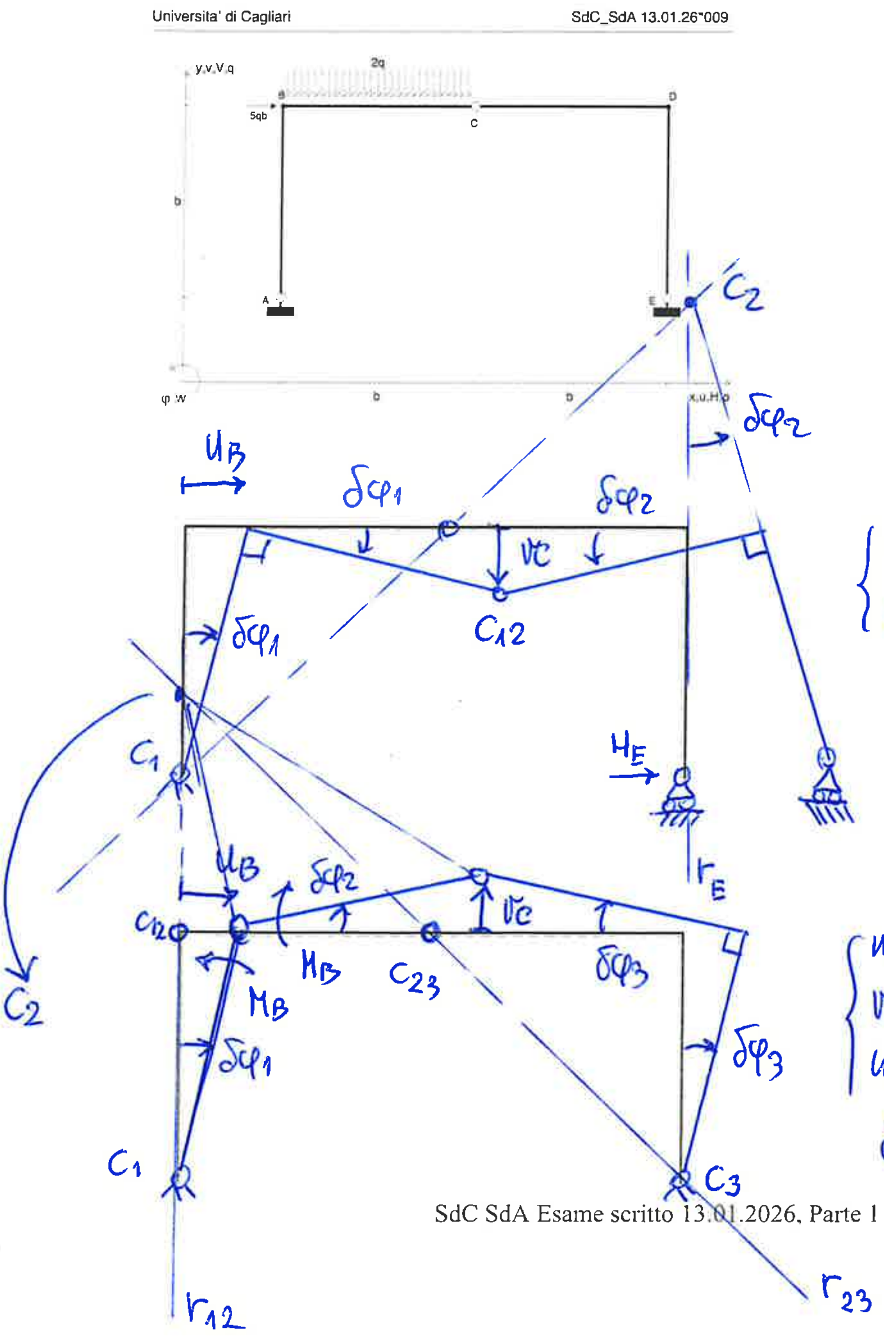
Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione orizzontale H_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1, del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2, del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12};
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B, u_B, e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C.

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto B, M_B.
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB, BC, CDE*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B, u_B, e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C.

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m), dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \in r_E \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_B = b\,\delta\varphi_1 \\ v_C = -b\,\delta\varphi_1 = -b\,\delta\varphi_2 \end{cases}$$

$$\delta\varphi_1 = \delta\varphi_2$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_B = b\,\delta\varphi_1 \\ v_C = b\,\delta\varphi_2 = b\,\delta\varphi_3 \\ u_B = u_D = b\,\delta\varphi_3 \end{cases}$$

$$\delta\varphi_1 = \delta\varphi_2 = \delta\varphi_3$$

$H_E\,(\Rightarrow) =$ $-3qb$; $C_1 = (0,\ 0)$; $C_2 = (2b,\ 2b)$; $C_{12} = (b,\ b)$;

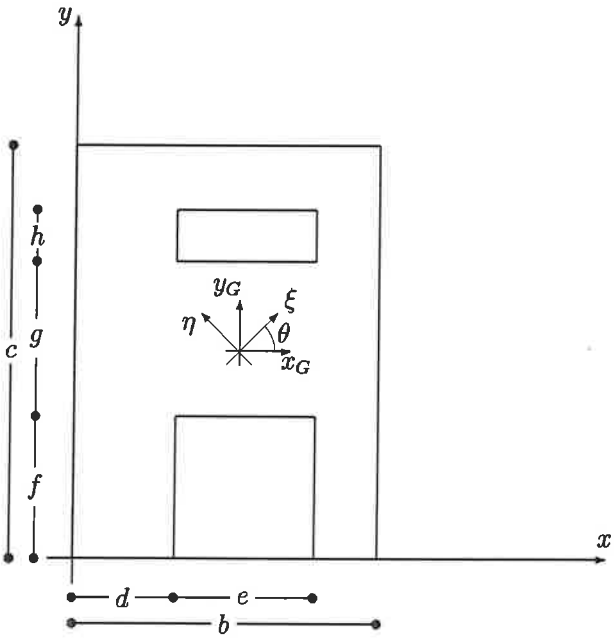
$u_B =$ $b\,\delta\varphi_1$; $v_C =$ $-b\,\delta\varphi_1$;

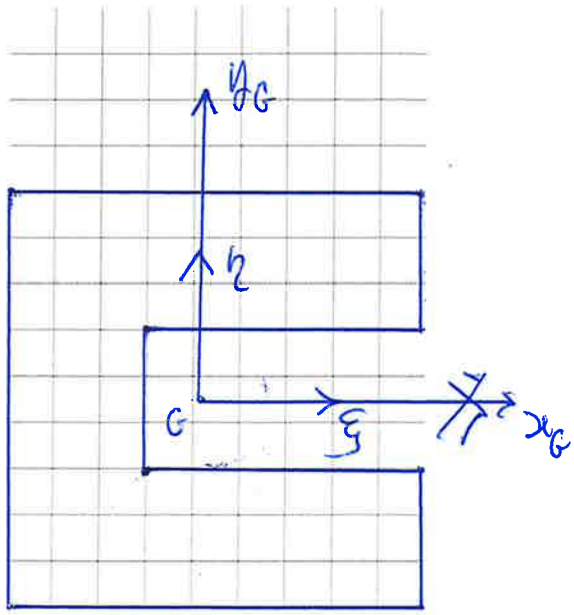
M_B (↻ ↺) $=$ $2qb^2$; $u_B =$ $b\,\delta\varphi_1$; $v_C =$ $b\,\delta\varphi_2$;

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 9a$; $c = 9a$; $d = 3a$; $e = 6a$; $f = 0$; $g = 3a$; $h = 3a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{max}$ e $J_\eta = J_{min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ, η;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ.





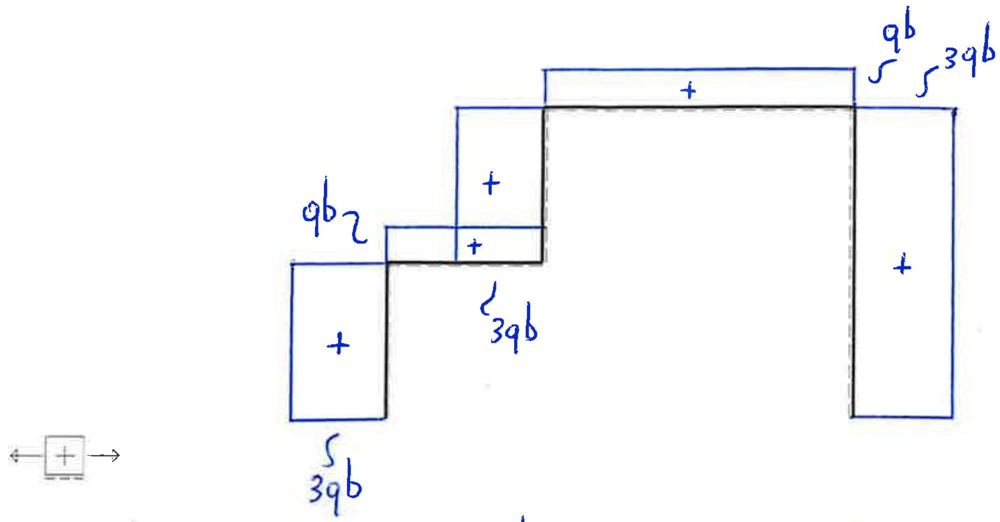
$S_x =$ $567/2\ a^3 = 283.5000\ a^3$; $S_y =$ $513/2\ a^3 = 256.5000\ a^3$;

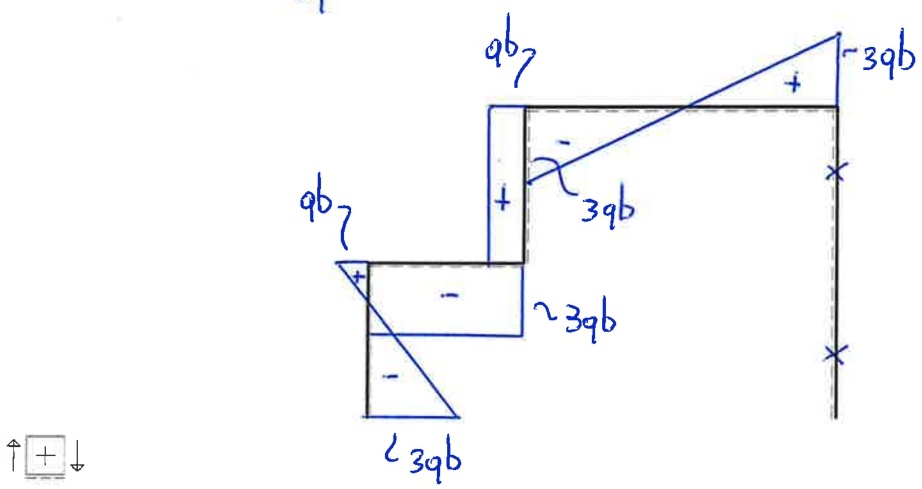
$x_G =$ $57/14\ a = 4.0714\ a$; $y_G =$ $9/2\ a = 4.5000\ a$;

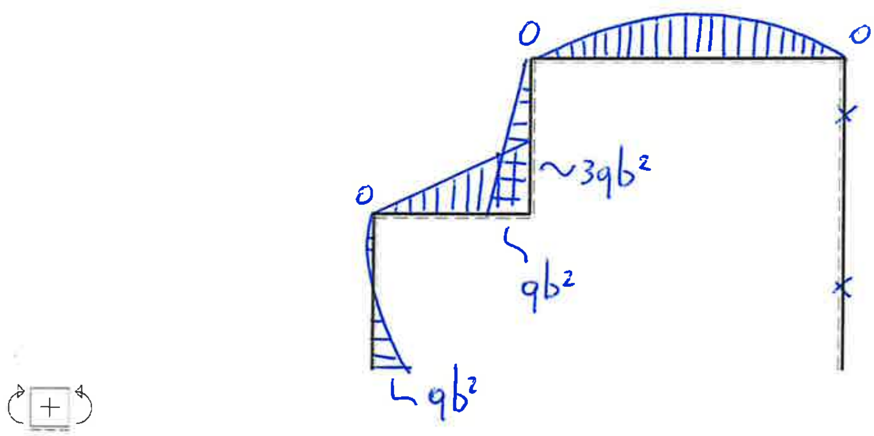
$J_{xG} =$ $2133/4\ a^4 = 533.2500\ a^4$; $J_{yG} =$ $12339/28\ a^4 = 440.6786\ a^4$;

$J_{xGyG} =$ 0; $\tan 2\theta =$ 0;

$J_\xi = J_{max} =$ $2133/4\ a^4$; $J_\eta = J_{min} =$ $12339/28\ a^4$;







H_A (⇨) = $3qb$; V_A (⇧) = $-3qb$; M_A (↻) = $-qb^2$; H_F (⇨) = 0; V_F (⇧) = $-3qb$;

N_{AB} = $3qb$; T_{AB} = $-3qb + 4qx_1$; M_{AB} = $qb^2 - 3qbx_1 + 2qx_1^2$;

N_{BC} = qb; T_{BC} = $-3qb$; M_{BC} = $-3qbx_2$;

N_{CD} = $3qb$; T_{CD} = qb; M_{CD} = $-qb^2 + qbx_3$;

N_{DE} = qb; T_{DE} = $-3qb + 3qx_4$; M_{DE} = $-3qbx_4 + \frac{3}{2}qx_4^2$;

N_{FE} = $3qb$; T_{FE} = 0; M_{FE} = 0;

Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura

Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Esame scritto del 13.01.2026

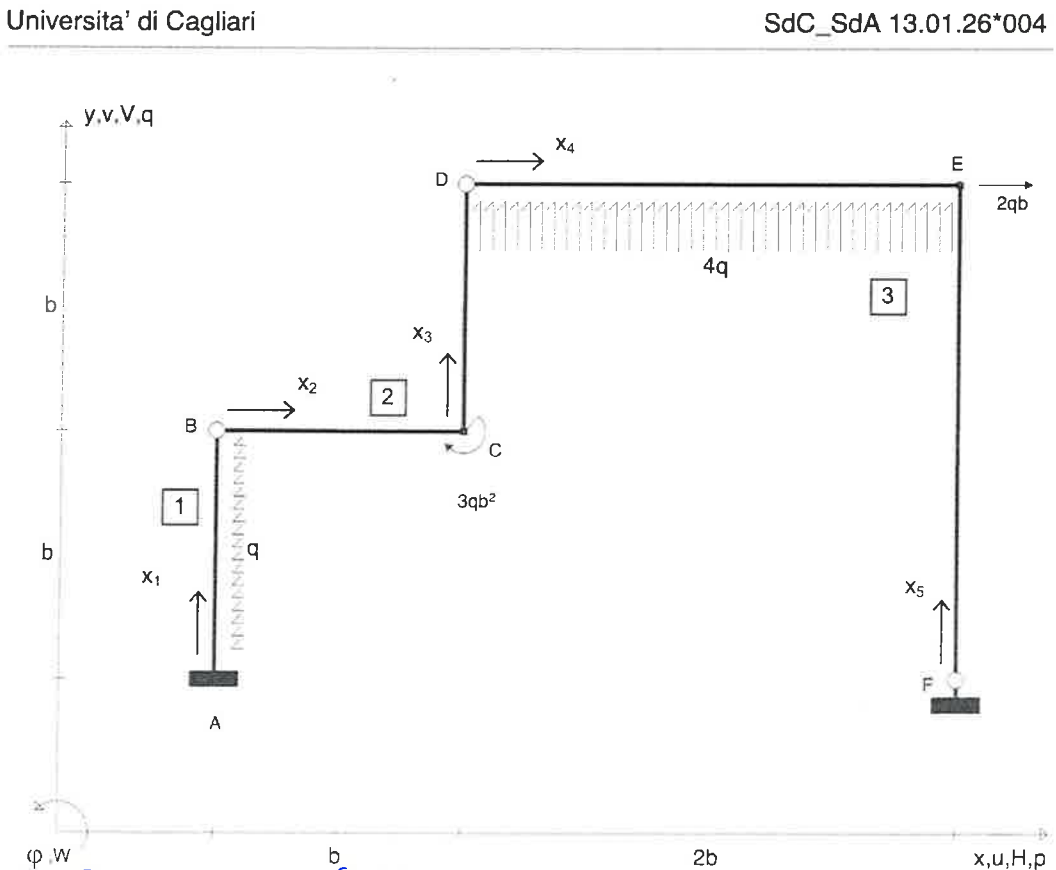
Parte 1 - Testo 4

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:....................................e-mail:........................ Matricola:.......

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.



Eq. ausiliarie
$$\begin{cases} M^{(1)}_{z(B)} = 0 \text{ oppure } M^{(2+3)}_{z(B)} = 0 \\ M^{(1+2)}_{z(D)} = 0 \text{ oppure } M^{(3)}_{z(D)} = 0 \end{cases}$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione orizzontale H_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

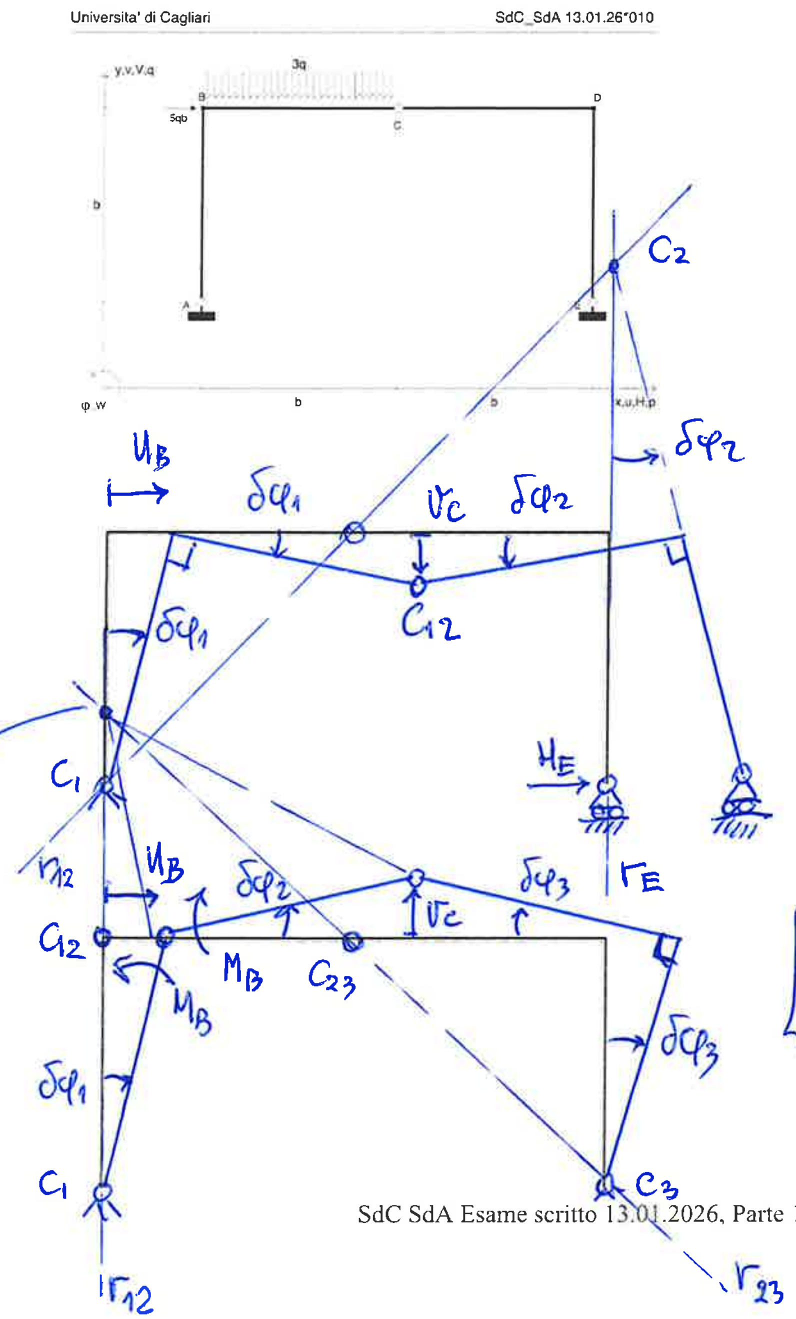
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1, del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2, del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12};
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B, u_B, e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C.

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto B, M_B.
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB, BC, CDE*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B, u_B, e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C.

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m), dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \in r_E \end{cases}$$



$$\begin{cases} u_B = b\,\delta\varphi_1 \\ v_C = -b\,\delta\varphi_1 = -b\,\delta\varphi_2 \end{cases}$$

$$\delta\varphi_1 = \delta\varphi_2$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_B = b\,\delta\varphi_1 \\ v_C = b\,\delta\varphi_2 = b\,\delta\varphi_3 \\ u_E = u_D = b\,\delta\varphi_3 \end{cases}$$

$$\delta\varphi_1 = \delta\varphi_2 = \delta\varphi_3$$

H_E (⇨) = $-13/4\,qb$; C_1 = (0, 0); C_2 = ($2b$, $2b$); C_{12} = (b, b);

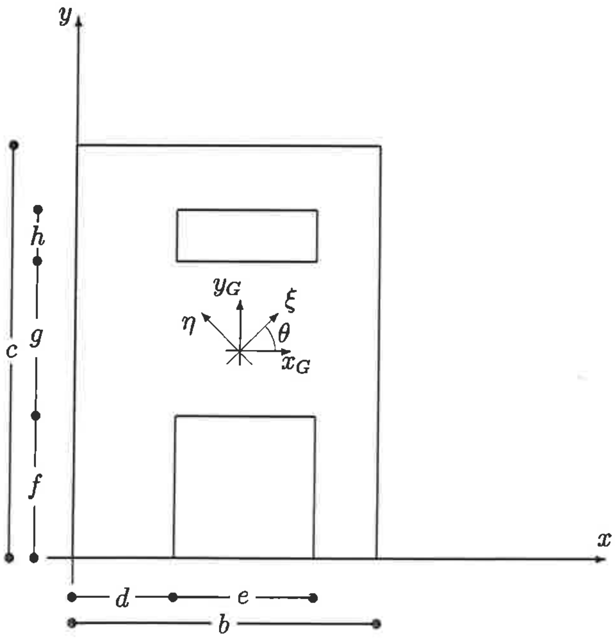
u_B = $b\delta\varphi_1$; v_C = $-b\delta\varphi_1$;

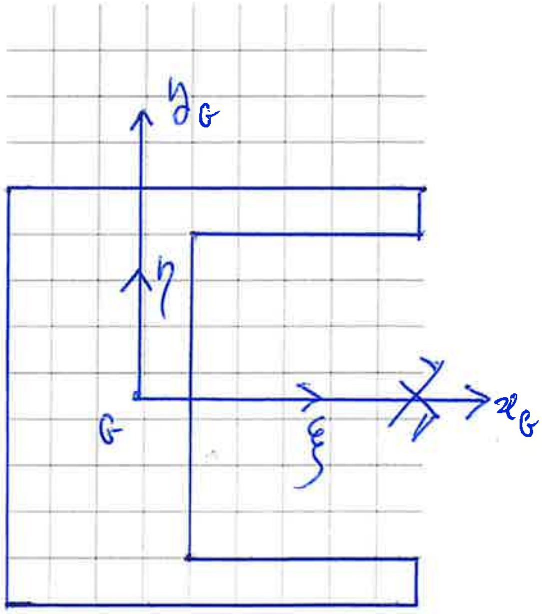
M_B (⤻ ⤺) = $7/4\,qb^2$; u_B = $b\delta\varphi_1$; v_C = $b\delta\varphi_2$;

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 9a$; $c = 9a$; $d = 4a$; $e = 5a$; $f = 0$; $g = a$; $h = 7a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ, η;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ.





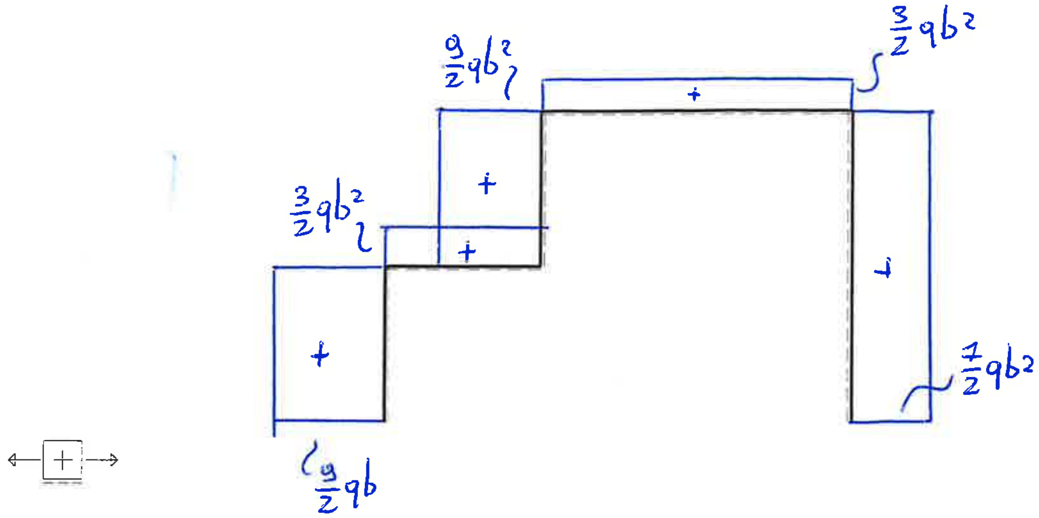
S_x = $207\,a^3$; S_y = $137\,a^3$;

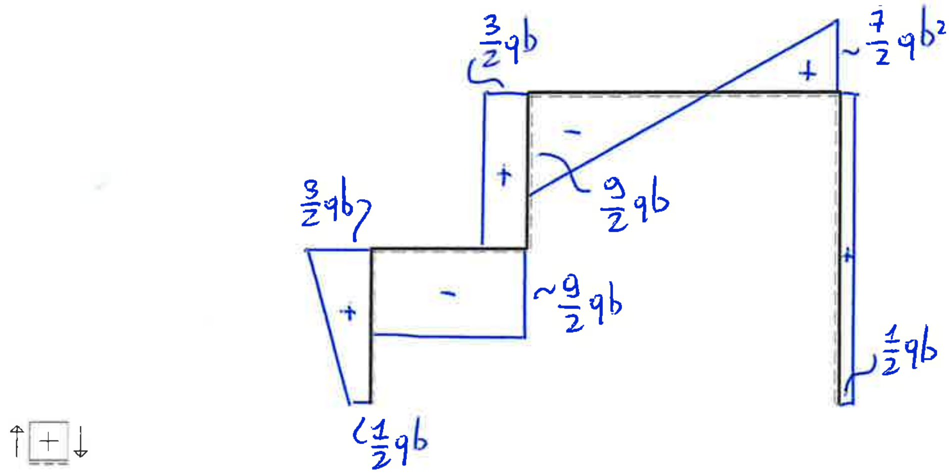
x_G = $137/46\,a = 2.9783\,a$; y_G = $9/2\,a = 4.5000\,a$;

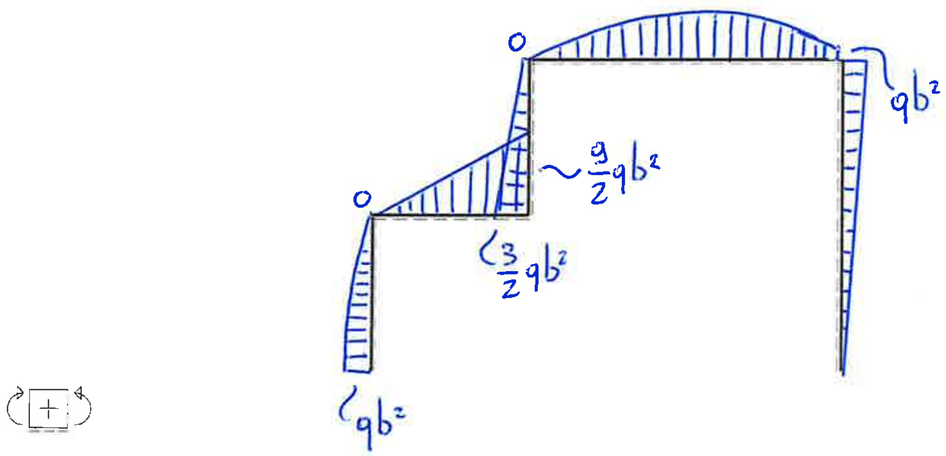
J_{xG} = $2423/6\,a^4 = 403.8333\,a^4$; J_{yG} = $31369/138\,a^4 = 227.3116\,a^4$;

J_{xGyG} = 0; $\tan 2\theta$ = 0;

$J_\xi = J_{\max}$ = $2423/6\,a^4$; $J_\eta = J_{\min}$ = $31369/138\,a^4$;







H_A (⇨) = $-1/2\,qb$; V_A (⇧) = $-9/2\,qb$; M_A (↻) = qb^2; H_F (⇨) = $-1/2\,qb$; V_F (⇧) = $-7/2\,qb$;

N_{AB} = $9/2\,qb$; T_{AB} = $1/2\,qb + qx_1$; M_{AB} = $-qb^2 + 1/2\,qbx_1 + 1/2\,qx_1^2$;

N_{BC} = $3/2\,qb$; T_{BC} = $-9/2\,qb$; M_{BC} = $-9/2\,qbx_2$;

N_{CD} = $9/2\,qb$; T_{CD} = $3/2\,qb$; M_{CD} = $-3/2\,qb^2 + 3/2\,qbx_3$;

N_{DE} = $3/2\,qb$; T_{DE} = $-9/2\,qb + 4qx_4$; M_{DE} = $-9/2\,qbx_4 + 2qx_4^2$;

N_{FE} = $7/2\,qb$; T_{FE} = $1/2\,qb$; M_{FE} = $-1/2\,qbx_5$;

Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura

Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Esame scritto del 13.01.2026

Parte 1 - Testo 5

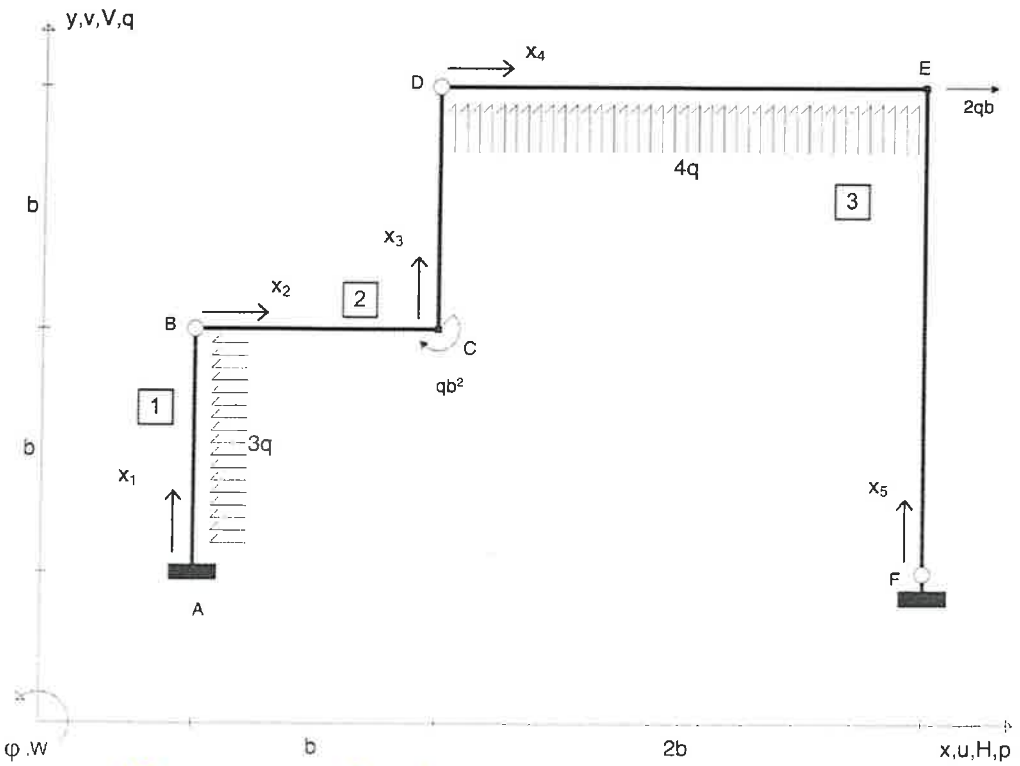
Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:...................................... e-mail:......................... Matricola:.......

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari SdC_SdA 13.01.26*005



Eq. ausiliarie

$$\begin{cases} M_{z(B)}^{(1)} = 0 \text{ oppure } M_{z(B)}^{(2+3)} = 0 \\ M_{z(D)}^{(1+2)} = 0 \text{ oppure } M_{z(D)}^{(3)} = 0 \end{cases}$$

Esercizio n. 2 (11 punti)

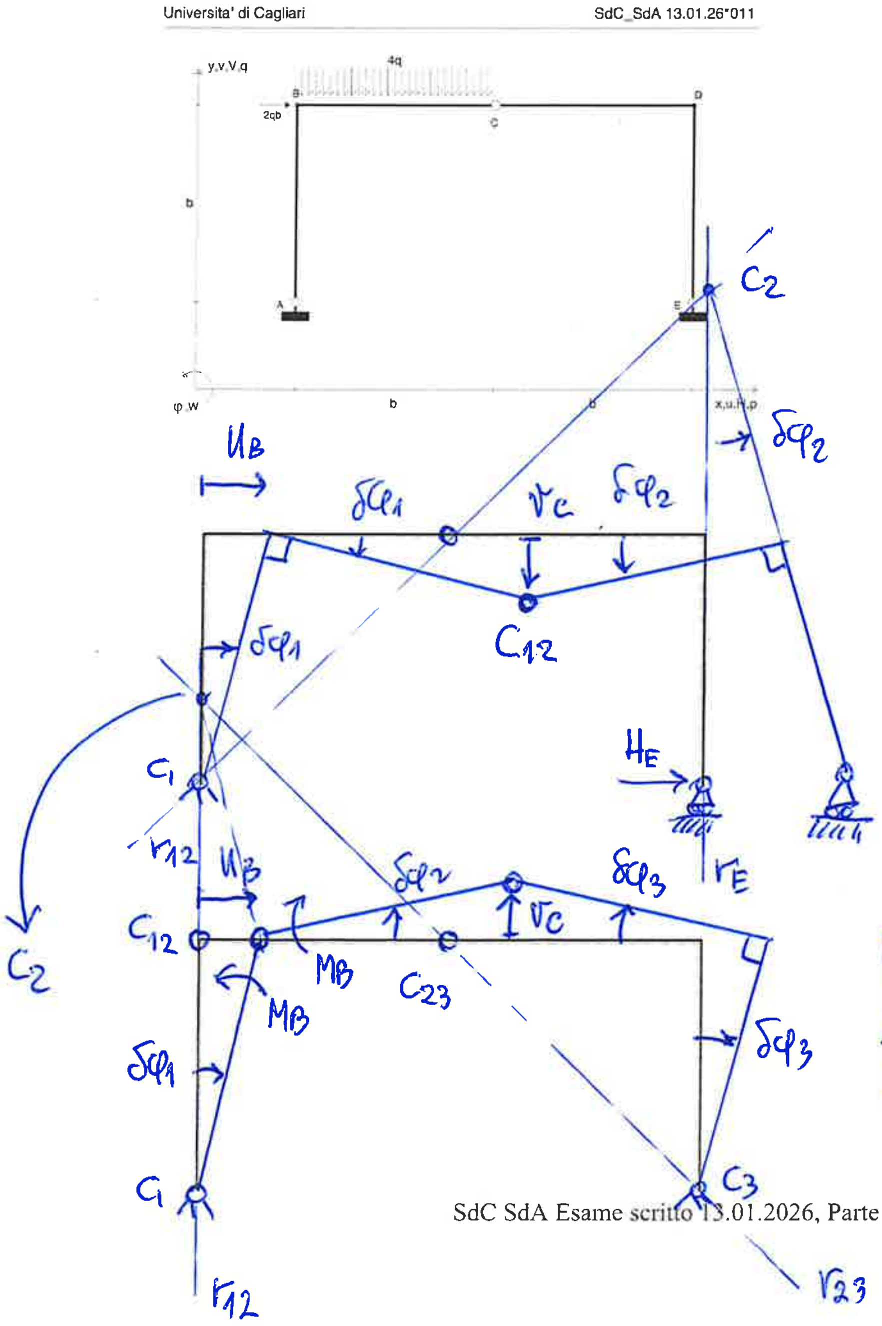
Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione orizzontale H_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1, del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2, del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12};
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B, u_B, e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C.

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto B, M_B.
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB, BC, CDE*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B, u_B, e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C.

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m), dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.



$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \in r_E \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_B = b\,\delta\varphi_1 \\ v_C = -b\,\delta\varphi_1 = -b\,\delta\varphi_2 \\ \delta\varphi_1 = \delta\varphi_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_B = b\,\delta\varphi_1 \\ v_C = b\,\delta\varphi_2 = b\,\delta\varphi_3 \\ u_B = u_D = b\,\delta\varphi_3 \\ \delta\varphi_1 = \delta\varphi_2 = \delta\varphi_3 \end{cases}$$

H_E (⇨) = $-2qb$; C_1 = (0, 0); C_2 = ($2b$, $2b$); C_{12} = (b, b);

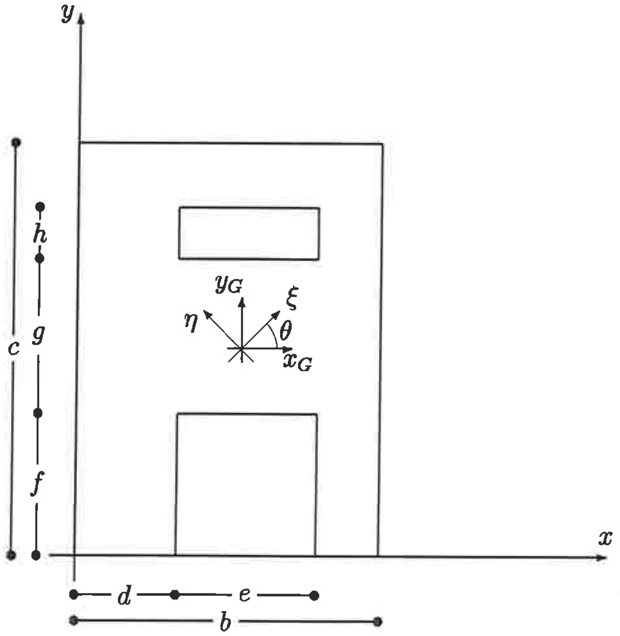
u_B = $b\delta\varphi_1$; v_C = $-b\delta\varphi_1$;

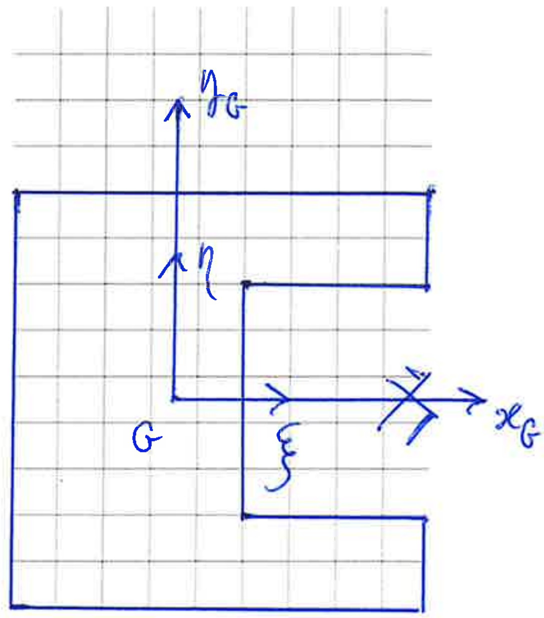
M_B (⟲ ⟳) = $2qb^2$; u_B = $b\delta\varphi_1$; v_C = $b\delta\varphi_2$;

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 9a$; $c = 9a$; $d = 5a$; $e = 4a$; $f = 0$; $g = 2a$; $h = 5a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{\max}$ e $J_\eta = J_{\min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ, η;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ.





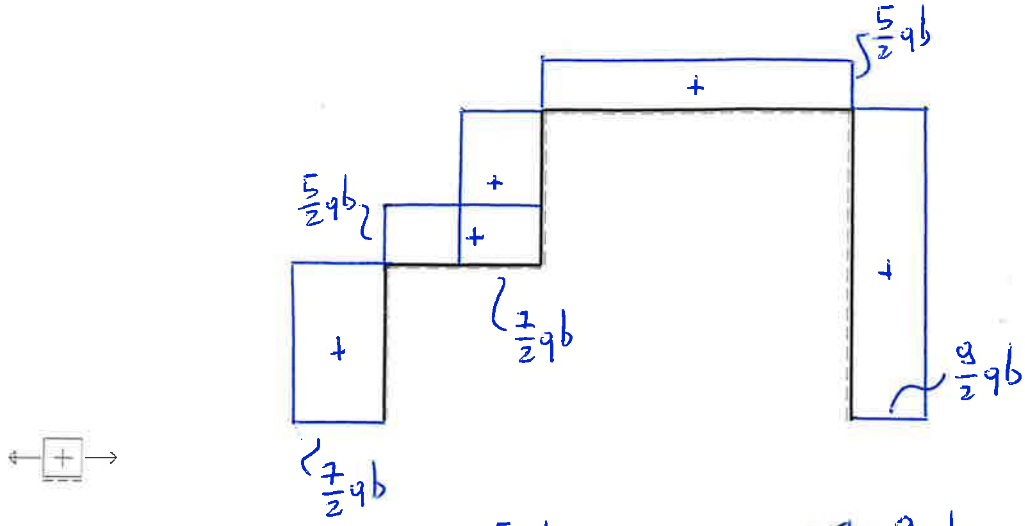
S_x = $549/2\ a^3 = 274.5000\,a^3$; S_y = $449/2\ a^3 = 224.5000\,a^3$;

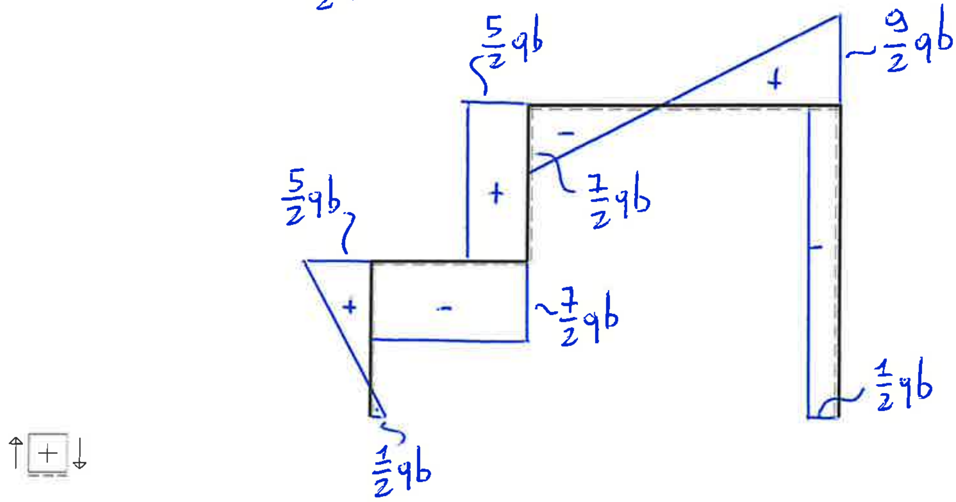
x_G = $449/122\ a = 3.6803\,a$; y_G = $9/2\,a = 4.5000\,a$;

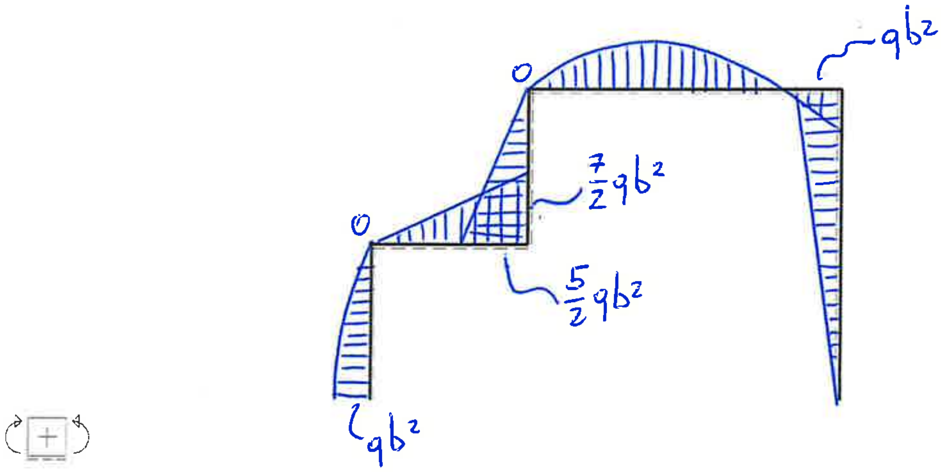
J_{xG} = $6061/12\,a^4 = 505.0833\,a^4$; J_{yG} = $259201/732\ a^4 = 354.0997\,a^4$;

J_{xGyG} = 0; $\tan 2\theta$ = 0;

$J_\xi = J_{\max}$ = $6061/12\,a^4$; $J_\eta = J_{\min}$ = $259201/732\ a^4$;







H_A (⇨) = $1/2\,qb$; V_A (⇧) = $-7/2\,qb$; M_A (↻) = qb^2; H_F (⇨) = $1/2\,qb$; V_F (⇧) = $-9/2\,qb$;

N_{AB} = $7/2\,qb$; T_{AB} = $-1/2\,qb + 3q x_1$; M_{AB} = $-qb^2 - 1/2\,qb x_1 + 3/2\,q x_1^2$;

N_{BC} = $5/2\,qb$; T_{BC} = $-7/2\,qb$; M_{BC} = $-7/2\,qb x_2$;

N_{CD} = $7/2\,qb$; T_{CD} = $5/2\,qb$; M_{CD} = $-5/2\,qb^2 + 5/2\,qb x_3$;

N_{DE} = $5/2\,qb$; T_{DE} = $-7/2\,qb + 4q x_4$; M_{DE} = $-7/2\,qb x_4 + 2q x_4^2$;

N_{FE} = $9/2\,qb$; T_{FE} = $-1/2\,qb$; M_{FE} = $1/2\,qb\, x_5$;

Università degli Studi di Cagliari

DICAAR - Facoltà di Ingegneria-Architettura

Corso di Laurea in Scienze dell'Architettura

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2025-2026

Esame scritto del 13.01.2026

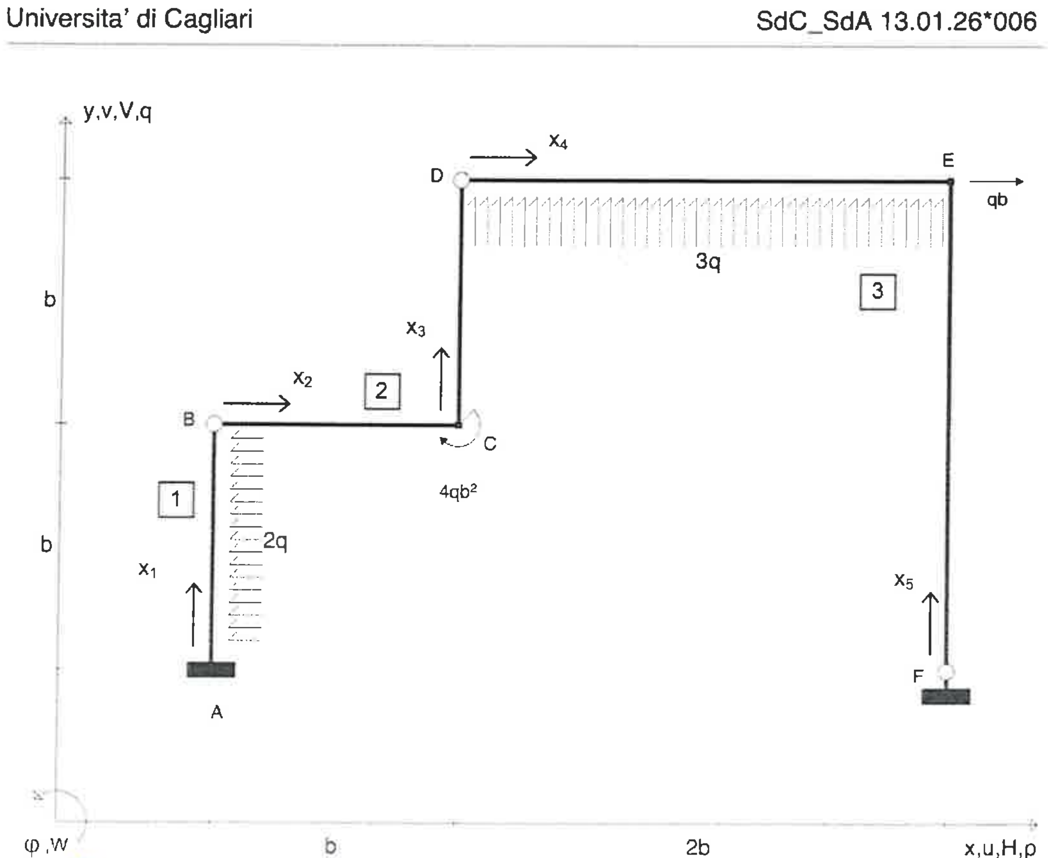
Parte 1 - Testo 6

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti. Esprimere i risultati in forma frazionaria o con almeno 3 cifre decimali.

Allievo:....................................e-mail:........................ Matricola:.......

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere la struttura isostatica riportata in Figura calcolando le reazioni vincolari, le *equazioni* delle azioni interne e tracciando nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.
Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.



Eq. ausiliarie $\begin{cases} M^{(1)}_{z(B)}=0 \text{ oppure } M^{(2+3)}_{z(B)}=0 \\ M^{(1+2)}_{z(D)}=0 \text{ oppure } M^{(3)}_{z(D)}=0 \end{cases}$

Esercizio n. 2 (11 punti)

Per la struttura, indicata in Figura, determinare la reazione orizzontale H_E applicando il principio dei lavori virtuali (PLV). Si richiede di

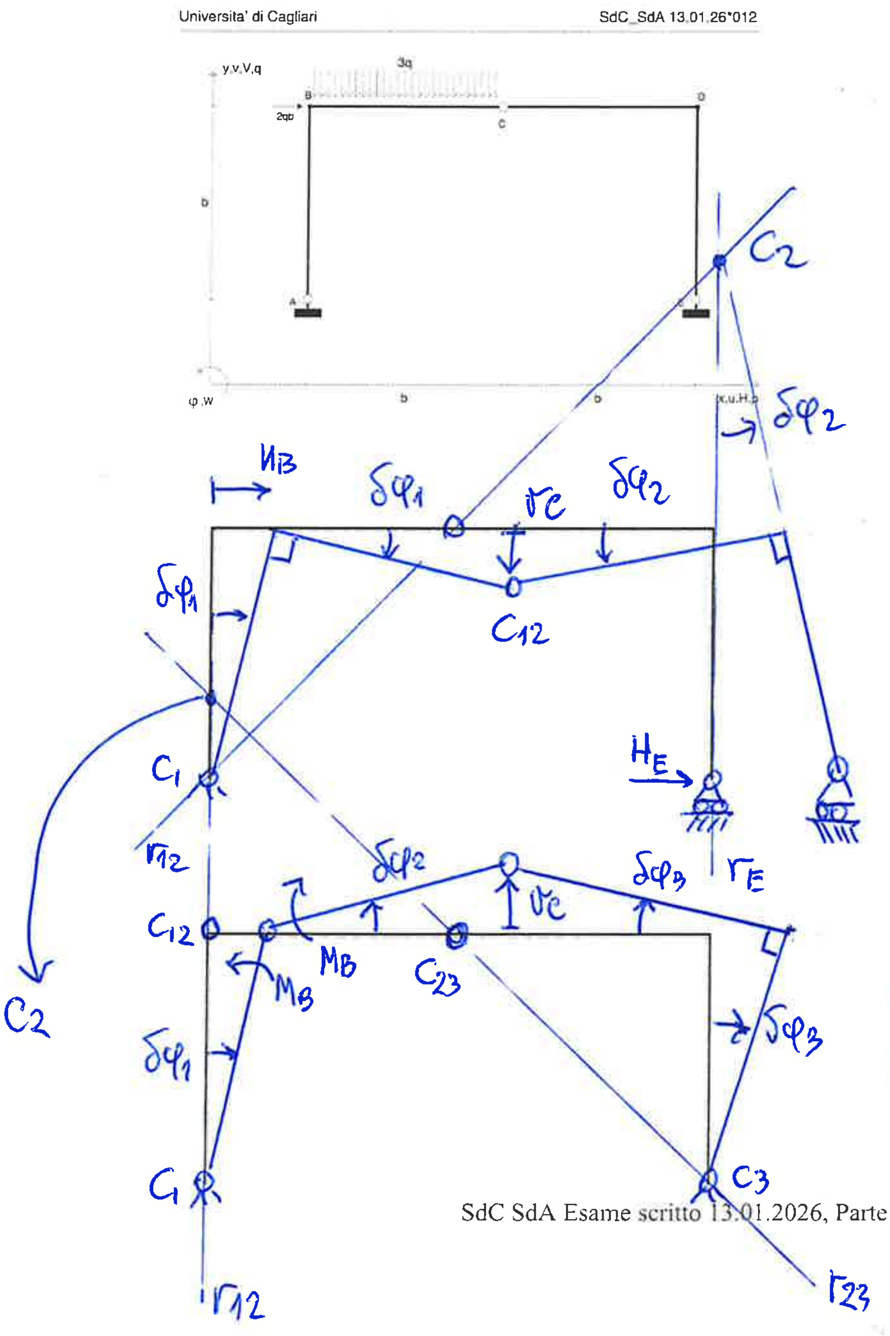
1. Determinare le coordinate (riferite all'origine in A) del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 1 (asta ABC), C_1, del centro di istantanea rotazione assoluto del corpo 2 (asta CDE), C_2, del centro di istantanea rotazione relativo fra i due corpi, C_{12};
2. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
3. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B, u_B, e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C.

Calcolare poi, *riapplicando* il PLV, il valore del momento flettente nel punto B, M_B.
In questa situazione (nella quale la struttura è *suddivisa nelle tre aste AB, BC, CDE*) si richiede di:

4. Tracciare nel grafico predisposto la spostata rigida corrispondente agli spostamenti virtuali che la struttura può subire;
5. Valutare, in funzione dell'ampiezza dell'atto di moto, la componente orizzontale dello spostamento virtuale del punto B, u_B, e quella verticale dello spostamento virtuale del punto C, v_C.

Nota: Nel caso di punti impropri, si indichino le coordinate dei centri di rotazione in questa forma: (∞, m), dove m è il coefficiente angolare della retta a cui appartiene il punto improprio.

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \in r_E \end{cases}$$



$$\begin{cases} u_B = b\delta\varphi_1 \\ v_C = -b\delta\varphi_1 = -b\delta\varphi_2 \end{cases}$$
$$\delta\varphi_1 = \delta\varphi_2$$

$$\begin{cases} C_1 \leftrightarrow C_{12} \leftrightarrow C_2 \\ C_2 \leftrightarrow C_{23} \leftrightarrow C_3 \end{cases} \quad C_2$$

$$\begin{cases} u_B = b\delta\varphi_1 \\ v_C = b\delta\varphi_2 = b\delta\varphi_3 \\ u_B = u_D = b\delta\varphi_3 \end{cases}$$
$$\delta\varphi_1 = \delta\varphi_2 = \delta\varphi_3$$

H_E (⇨) = $-7/4\,qb$; C_1 = (0, 0); C_2 = ($2b$, $2b$); C_{12} = (b, b);

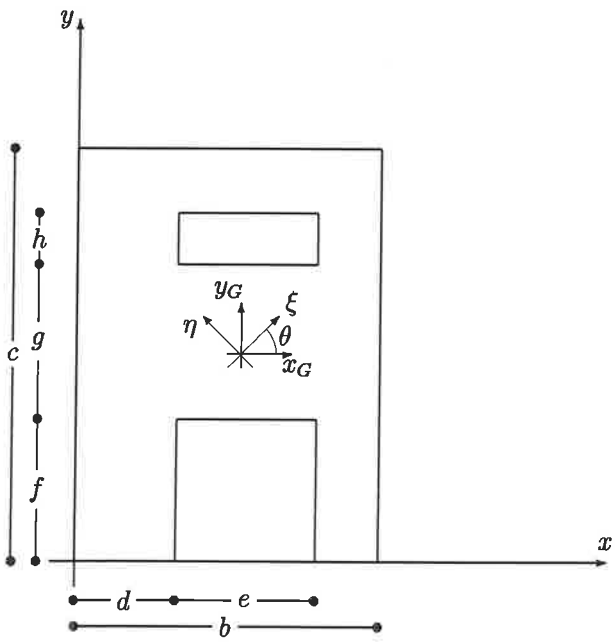
u_B = $b\delta\varphi_1$; v_C = $-b\delta\varphi_1$;

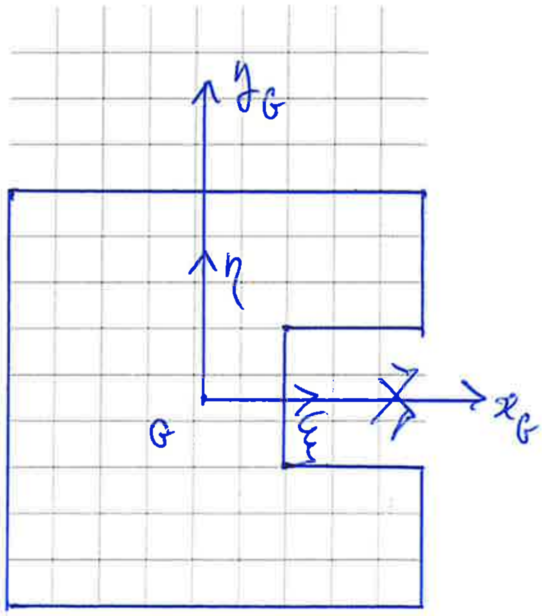
M_B (⇨ ⇦) = $1/4\,qb^2$; u_B = $b\delta\varphi_1$; v_C = $b\delta\varphi_2$;

Esercizio n. 3 (5 punti)

Per la lamina piana omogenea rappresentata in Figura (NB: *Si noti che il disegno non è in scala!*) nella quale le misure quotate sono le seguenti: $b = 9a$; $c = 9a$; $d = 6a$; $e = 3a$; $f = 0$; $g = 3a$; $h = 3a$ si richiede di:

- calcolare i momenti statici, S_x e S_y (rispetto agli assi x e y indicati);
- calcolare le coordinate del baricentro x_G e y_G rispetto ai medesimi assi;
- calcolare i momenti di inerzia J_{xG} e J_{yG} e il momento centrifugo J_{xGyG} rispetto agli assi baricentrici;
- calcolare i momenti centrali d'inerzia, $J_\xi = J_{max}$ e $J_\eta = J_{min}$ rispetto agli assi centrali d'inerzia, ξ, η;
- calcolare la tangente trigonometrica, $\tan 2\theta$, del *doppio* dell'angolo θ formato dagli assi x_G e ξ.





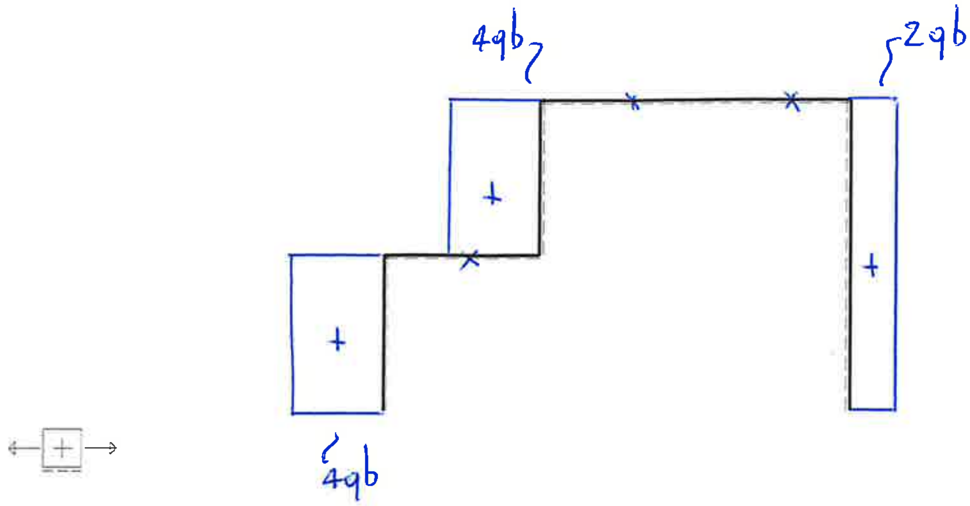
S_x = $324\,a^3$; S_y = $297\,a^3$;

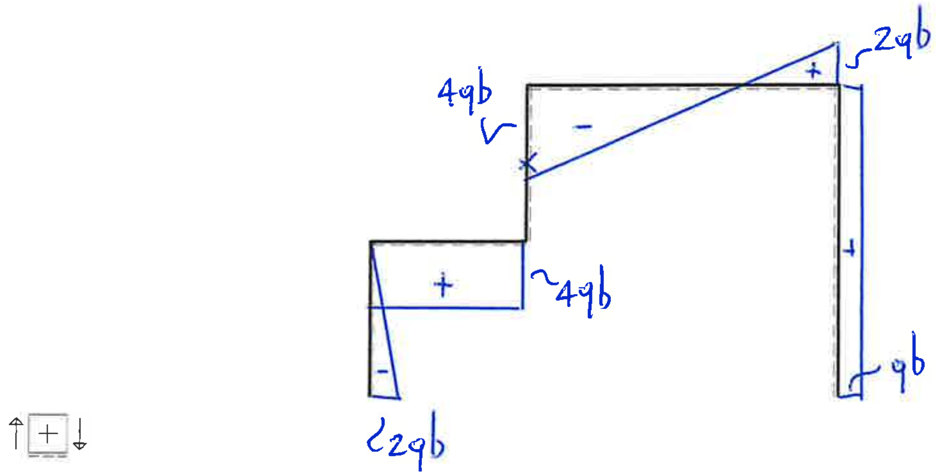
x_G = $33/8\,a = 4.1250\,a$; y_G = $9/2\,a = 4.5000\,a$;

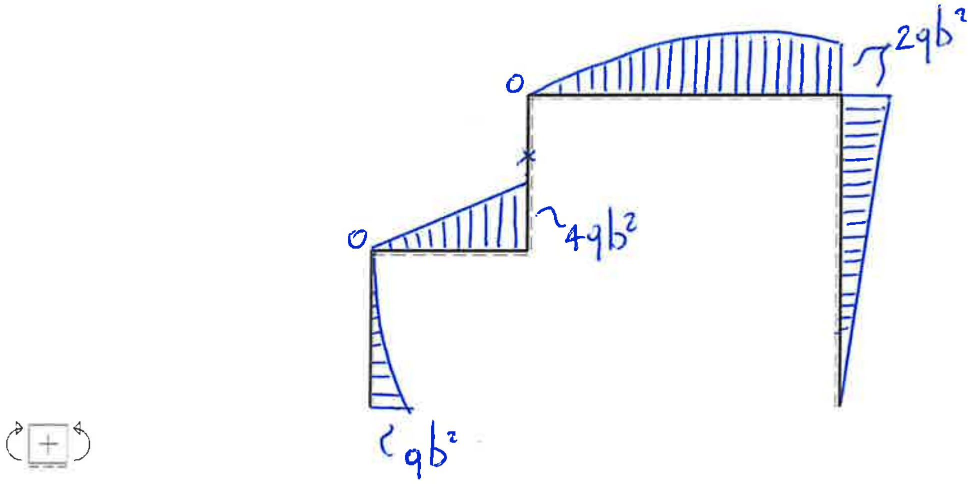
J_{xG} = $540\,a^4$; J_{yG} = $3591/8\,a^4 = 448.8750\,a^4$;

J_{xGyG} = 0; $\tan 2\theta$ = 0;

$J_\xi = J_{max}$ = $540\,a^4$; $J_\eta = J_{min}$ = $3591/8\,a^4$;







H_A (⇨) = $2qb$; V_A (⇧) = $-4qb$; M_A = $-qb^2$; H_F (⇨) = $-qb$; V_F (⇧) = $-2qb$;

N_{AB} = $4qb$; T_{AB} = $-2qb + 2qx_1$; M_{AB} = $qb^2 - 2qbx_1 + qx_1^2$;

N_{BC} = 0 ; T_{BC} = $-4qb$; M_{BC} = $-4qbx_2$;

N_{CD} = $4qb$; T_{CD} = 0 ; M_{CD} = 0 ;

N_{DE} = 0 ; T_{DE} = $-4qb + 3qx_4$; M_{DE} = $-4qbx_4 + 3/2\,qx_4^2$;

N_{FE} = $2qb$; T_{FE} = qb ; M_{FE} = $-qbx_5$;