

Nome e cognome: _____ Num. Matricola: _____

Es 1 (9 punti)

Si desidera tarare un regolatore PI per controllare in retroazione la velocità di rotazione $\Omega(t)$ di una turbina a gas la cui variabile manipolabile di ingresso è l'apertura percentuale $a(t)$ della valvola che modula la portata del gas combustibile.

- A. Descrivere la procedura da attuare per tarare il regolatore PI secondo il metodo di Ziegler e Nichols a ciclo aperto, precisandone le condizioni di applicabilità e discutendone i principali problemi implementativi. (3 punti)
- B. Ipotizzando, a seguito di una prova sperimentale effettuata, di ottenere i risultati riportati in Figura 1, calcolare in via approssimata i parametri del regolatore PI e disegnare uno schema a blocchi del relativo sistema di controllo (3 punti)

Formule per la taratura di un controllore PI nel metodo di ZN a ciclo aperto con modello FOPDT	K_p	T_I
	$\frac{1.2 T}{\mu \delta}$	3δ

- C. Si riprogetti la struttura del sistema di controllo secondo uno degli schemi anti wind-up visti a lezione, e si disegni il relativo schema a blocchi (3 punti)

Es 2 (4 punti)

Si illustri l'architettura denominata "controllo con selettore", precisando in quale situazione si applica e con quali obiettivi, e rappresentandola mediante uno o più schemi a blocchi.

Es. 3 (7 punti) Si illustrino sinteticamente la struttura di un sistema di controllo in cascata ed i principali requisiti di progetto. Si illustri una applicazione pratica di tale architettura che preveda la realizzazione di un anello secondario di portata.

Es. 4 (8 punti)

- A. Si illustri la architettura di controllo denominata "compensazione dei disturbi misurabili", descrivendone lo scenario applicativo, gli scopi, e discutendone gli eventuali problemi implementativi. Si menzioni una applicazione pratica di tale architettura (5 punti)
- B. Progettare l'architettura di compensazione dei disturbi misurabili e disegnare il relativo schema a blocchi con riferimento ad un processo descritto dalla seguente equazione differenziale

$$\ddot{y}(t) + 10\dot{y}(t) + y(t) = 0.1 \dot{d}(t) + 0.2d(t) + 3\dot{u}(t) + u(t)$$

in cui $y(t)$ è la variabile di uscita, $u(t)$ è l'ingresso manipolabile e $d(t)$ è un segnale disturbante (3 punti)

Es. 5 (5 punti)

Descrivere cosa si intende per “implementazione digitale di un controllore”, e determinare una possibile implementazione digitale del controllore descritto dal legame ingresso-uscita $\dot{u}(t) + 2u(t) = 0.5\dot{e}(t) + e(t)$ con periodo di campionamento di $T_c = 2\text{ s}$

Metodo di Tustin:
$$S = \frac{2}{T_c} \frac{z-1}{z+1}$$

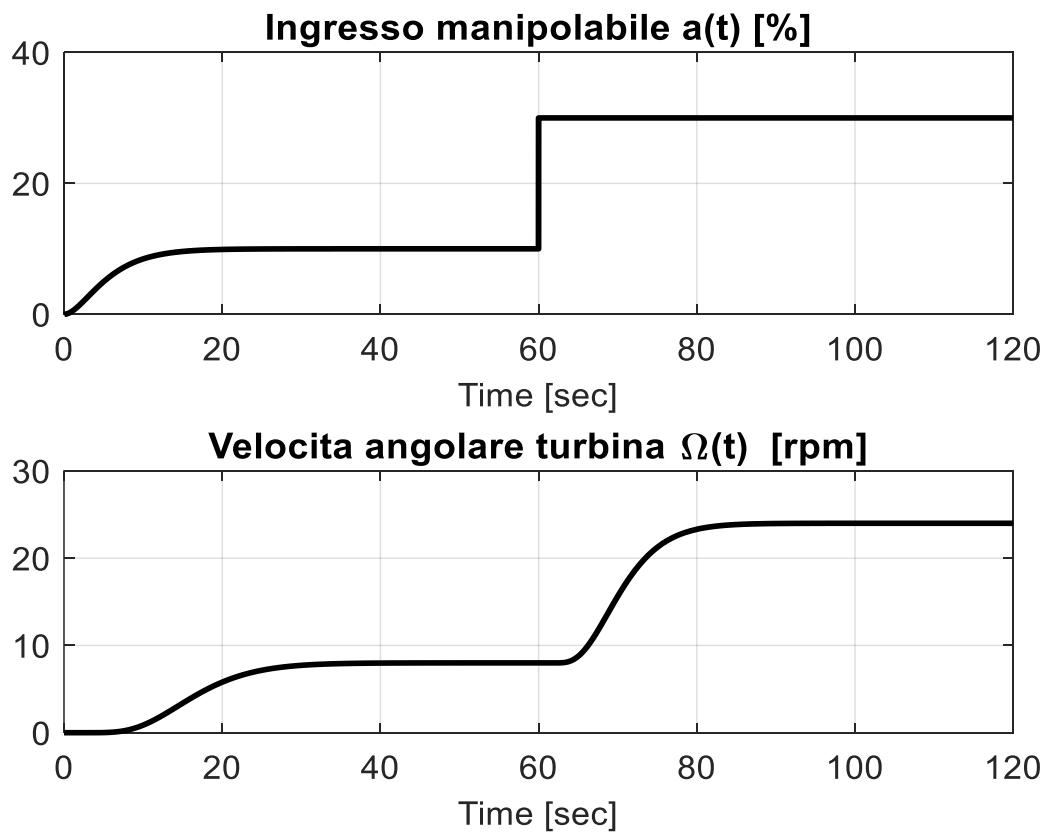
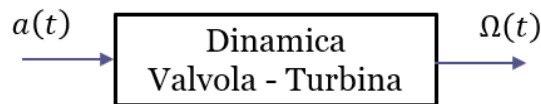


Fig. 1 Risultati prova quesito 1.B

Soluzione Es.1

Quesito 1.A

Il processo da controllare può essere rappresentato dal seguente blocco



Il metodo di Ziegler e Nichols a ciclo aperto prevede che sia eseguito sull'impianto un test sperimentale in cui il processo opera a ciclo aperto. Più nel dettaglio, deve essere applicato al processo un segnale di ingresso $a(t)$ costante (o più in generale, un segnale di ingresso che ad un certo istante di tempo – non necessariamente l'istante iniziale - contiene una variazione a gradino).

Sulla base della evoluzione temporale dell'uscita $\Omega(t)$, rilevata mediante un sensore di misura e registrata per una successiva elaborazione, si individuano, mediante procedure essenzialmente grafiche, i tre parametri μ, T e δ che definiscono un modello FOPDT:

$$F_a^\Omega(s) = \frac{\mu}{1 + Ts} e^{-\delta s}$$

che **approssima** il comportamento del processo.

Affinché il metodo sia applicabile, il transitorio della variabile di uscita successivo alla variazione a gradino del segnale di ingresso deve essere monotono esponenziale, ed evolvere verso un nuovo valore di regime. Se tale ipotesi di applicabilità è soddisfatta, il metodo può essere applicato.

Le procedure viste per la determinazione dei parametri μ, T e δ sono due: il metodo della tangente, ed il metodo delle aree. Il metodo della tangente, che prevede l'individuazione del punto di flesso della curva di risposta dell'uscita, risulta di problematica applicazione se la misura dell'uscita è affetta da un significativo rumore di misura. In tale scenario, il metodo delle aree è maggiormente indicato.

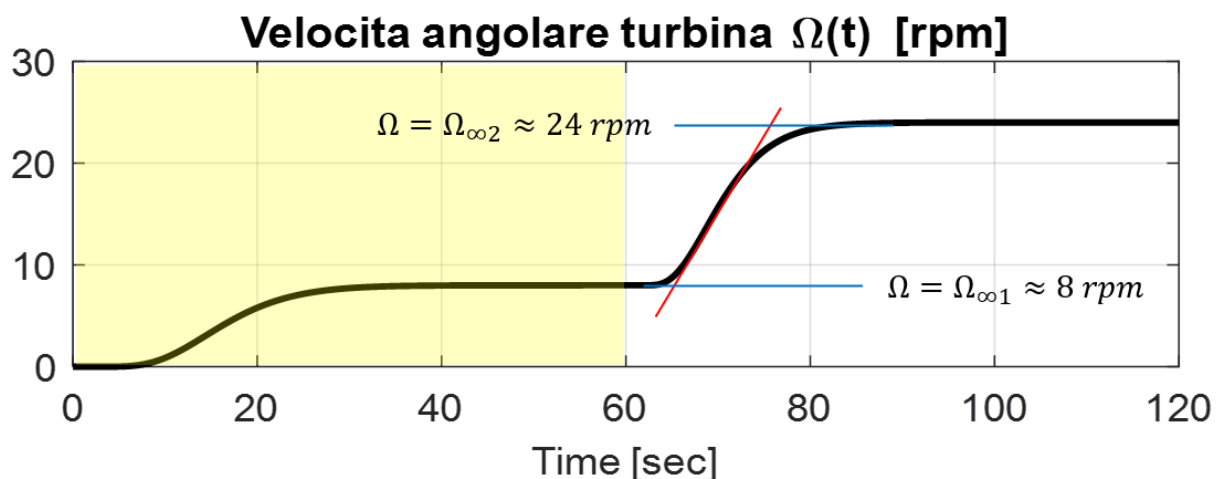
Una volta che sono stati determinati i parametri μ, T e δ , la taratura del regolatore PI si svolge applicando delle formule preconfezionate. Tali formule sono quelle riportate nel testo del quesito 1.B.

L'operatore può successivamente applicare un riaggiustamento dei parametri del controllore, rispetto a quelli determinati mediante le formule, per migliorare talune caratteristiche della risposta del processo a ciclo chiuso. Tale eventuale riaggiustamento ha ovviamente luogo successivamente alla implementazione del sistema di controllo in retroazione progettato, solo se le prestazioni del sistema di controllo non risultino del tutto soddisfacenti.

Quesito 1.B

Applichiamo il **metodo della tangente** alla "reaction curve" in Figura 1. Ci si deve concentrare unicamente sulla sua evoluzione per $t \geq 60$, successivamente all'istante di applicazione della variazione a gradino dell'ingresso $a(t)$.

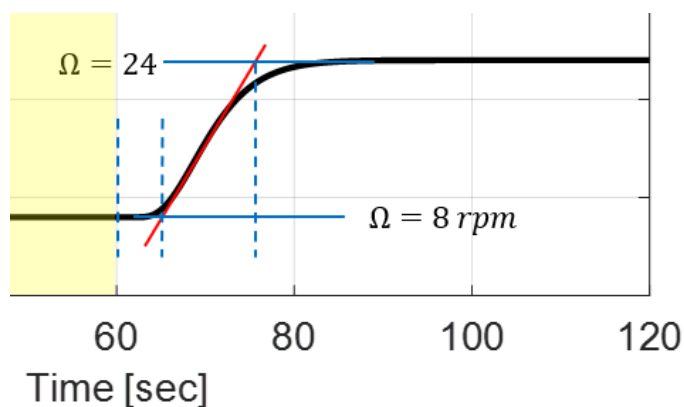
Tracciamo le rette orizzontali corrispondenti ai due valori di regime $\Omega = \Omega_{\infty 1}$ (quello immediatamente precedente l'istante di applicazione della variazione a gradino dell'ingresso $a(t)$) e $\Omega = \Omega_{\infty 2}$ (quello finale). Sono le due rette in blu nella successiva figura. Tracciamo anche la retta tangente alla curva nel punto di flesso (retta in rosso).



Il guadagno statico μ è determinabile attraverso il rapporto fra il valore di regime $\Omega_{\infty 2}$ ed il valore costante dell'ingresso $a(t) = A_2 \approx 30$ applicato per $t \geq 60$. Si ha quindi:

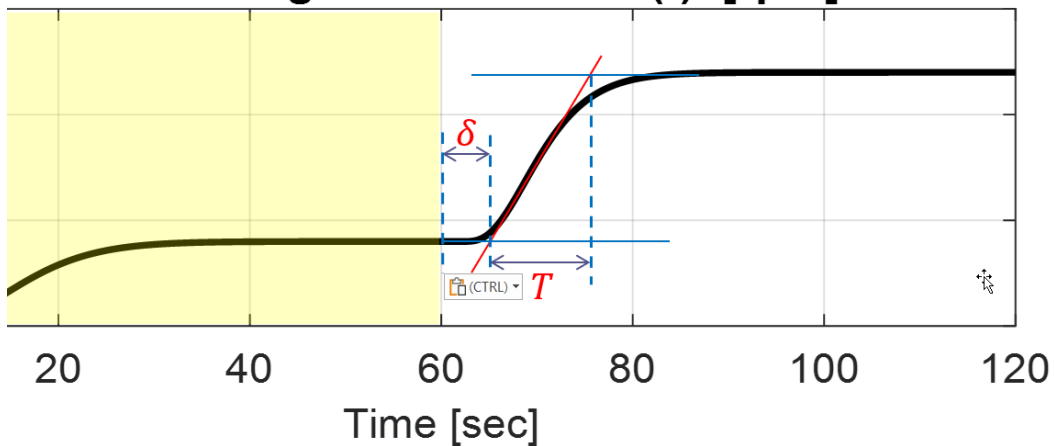
$$\mu = \frac{\Omega_{\infty 2}}{A_2} \approx \frac{24}{30} = 0.8$$

Ora individuiamo i punti di intersezione fra la retta tangente nel punto di flesso e le due rette orizzontali $\Omega = \Omega_{\infty 1} = 8$ ed $\Omega = \Omega_{\infty 2} = 24$. Gli istanti temporali di tali punti di intersezione sono evidenziati nella Figura seguente mediante rette tratteggiate, congiuntamente all'istante $t = 60$ in cui è applicata la variazione a gradino dell'ingresso $a(t)$.



I valori del ritardo δ e della costante di tempo T sono determinabili come mostrato nella figura seguente:

Velocità angolare turbina $\Omega(t)$ [rpm]



Si ha quindi:

$$\delta \approx 5 \text{ s} \quad T \approx 10 \text{ s}$$

Il modello FOPDT che **approssima** il comportamento del processo è pertanto il seguente

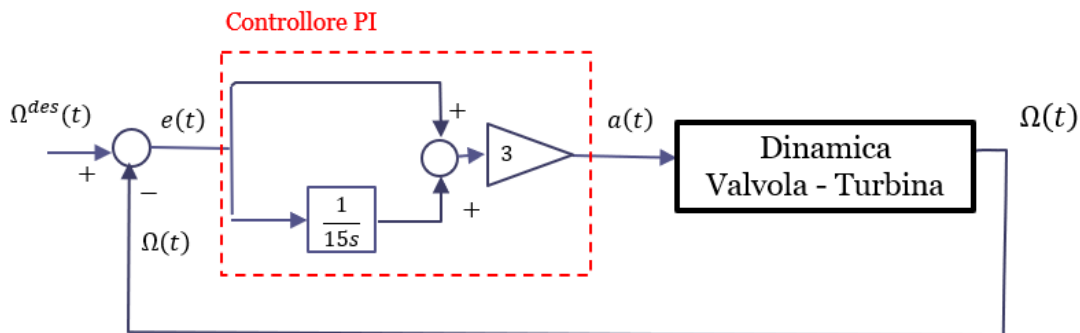
$$F_a^\Omega(s) = \frac{0.8}{1 + 10s} e^{-5s}$$

I parametri del controllore PI sono pertanto i seguenti:

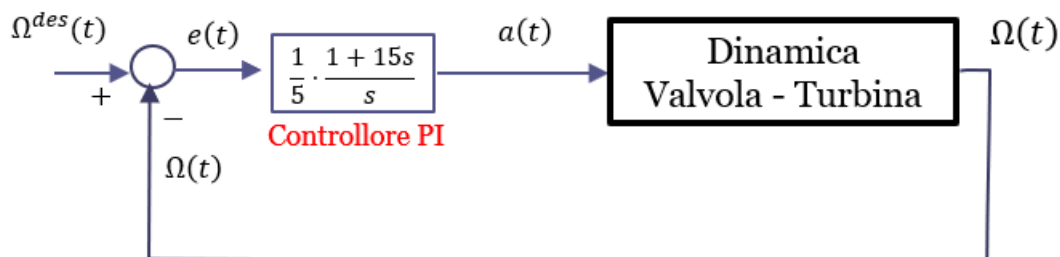
$$K_p = \frac{1.2 T}{\mu \delta} = \frac{1.2 \cdot 10}{0.8 \cdot 5} = 3$$

$$T_i = 3\delta = 3 \cdot 5 = 15 \text{ s}$$

Schema a blocchi del sistema di controllo



Il seguente schema a blocchi rappresenta il controllore PI in forma più compatta

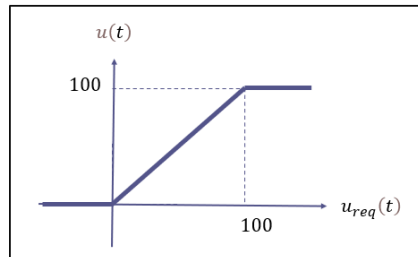


Quesito 1.C

Essendo il segnale di ingresso al processo l'apertura percentuale di una valvola, i limiti di saturazione saranno

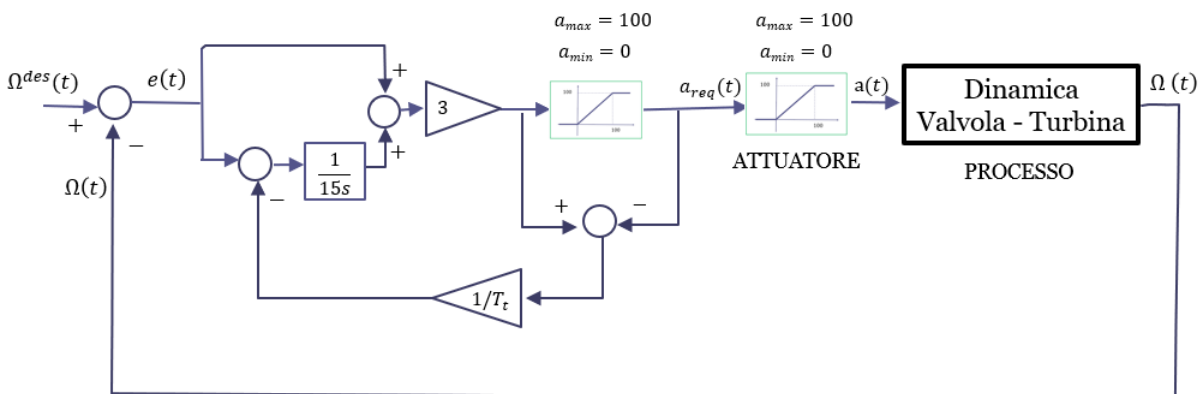
$$a_{min} = 0 \quad a_{max} = 100$$

Il blocco volto a rappresentare la saturazione dell'attuatore attraverso la relazione fra la richiesta di controllo ed il segnale di ingresso al processo è pertanto il seguente



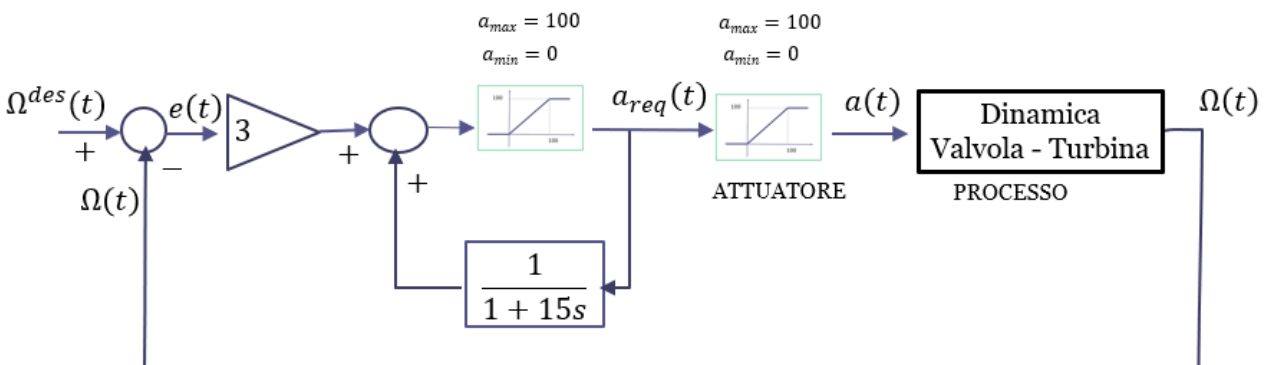
Si riportano per completezza tutti gli schemi anti wind-up visti a lezione

Schema AW1 (Back calculation) per un controllore PI (AW1-PI) con $K_p = 3$ e $T_i = 15 s$

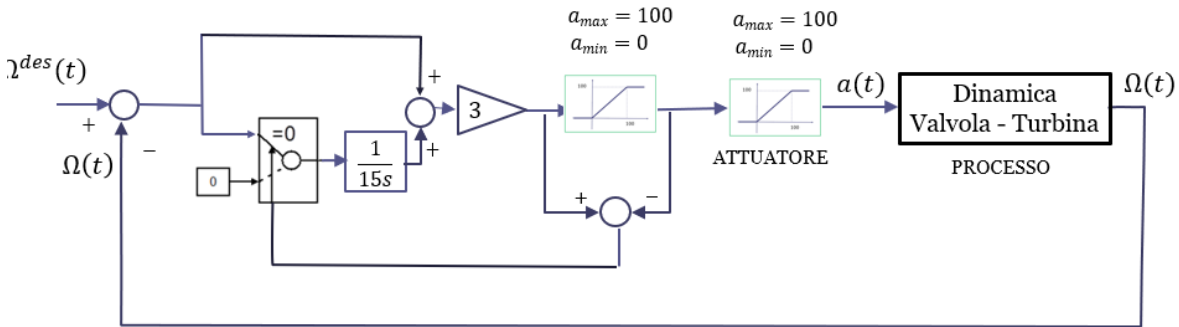


Lo schema "Back calculation" ha un parametro libero di progetto (il guadagno $1/T_t$) che può essere dosato per rendere più o meno "aggressiva" l'azione di desaturazione. Al crescere di $1/T_t$, la durata dell'intervallo di tempo durante il quale l'attuatore permane in condizione di saturazione si riduce.

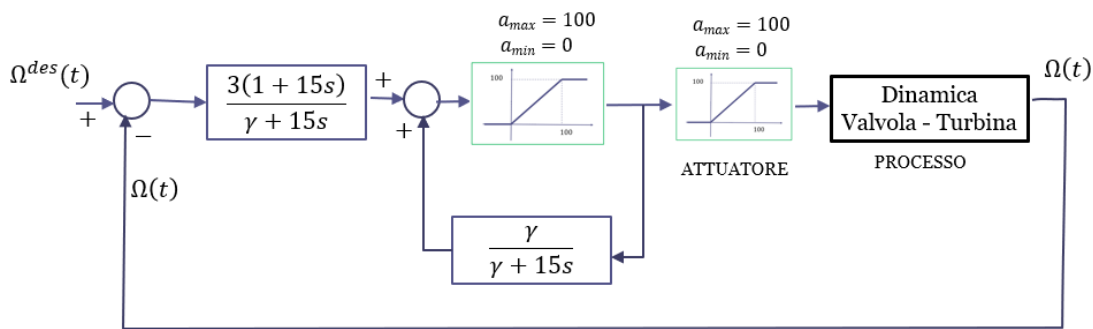
Schema AW2-PI



Schema AW3-PI "Conditional integration"



Schema AW4-PI-γ



Lo schema AW4-PI- γ ha un parametro libero di progetto (il guadagno positivo γ) che può essere dosato per rendere più o meno "aggressiva" l'azione di desaturazione.

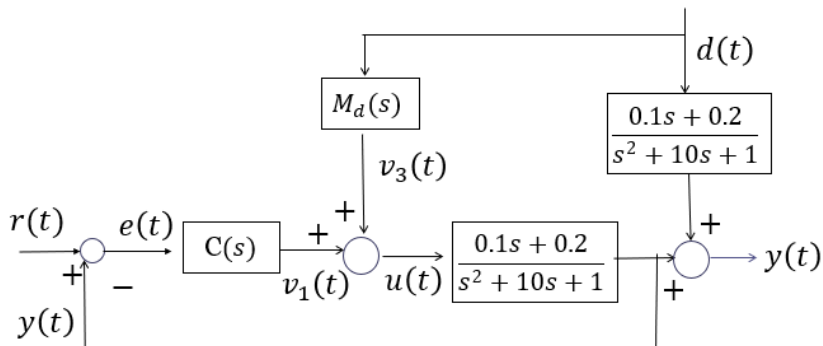
Soluzione Es.4

Quesito 4.B

Le FdT ingresso-uscita e disturbo uscita sono:

$$F_u^y(s) = \frac{3s+1}{s^2+10s+1} \quad F_d^y(s) = \frac{0.1s+0.2}{s^2+10s+1}$$

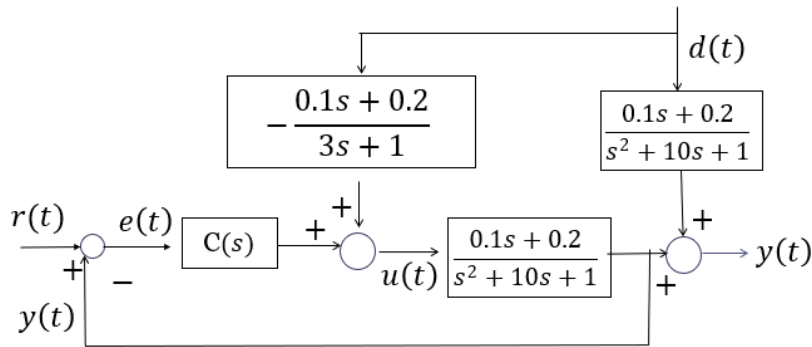
Schema del sistema di controllo con compensazione di un disturbo misurabile



Equazione del filtro di compensazione del disturbo misurabile:

$$M_d(s) = -\frac{F_d^y(s)}{F_u^y(s)} = -\frac{0.1s+0.2}{s^2+10s+1} \cdot \frac{s^2+10s+1}{3s+1} = -\frac{0.1s+0.2}{3s+1}$$

Schema a blocchi comprensivo della FdT del filtro.



Soluzione Es.5

Per le considerazioni generali sulla implementazione digitale di un controllore si faccia riferimento alle slides proiettate a lezione.

Una possibile implementazione digitale del controllore descritto viene ricavata nel seguito impiegando il metodo delle differenze finite ed il metodo di Tustin.

Metodo delle differenze finite

Tale metodo prende spunto dalla equazione differenziale associata al controllore:

$$\dot{u}(t) + 2u(t) = 0.5\dot{e}(t) + e(t)$$

Usando le notazioni

$$\dot{u}(kT_c) = \dot{u}_k \quad \dot{e}(kT_c) = \dot{e}_k \quad u(kT_c) = u_k \quad e(kT_c) = e_k$$

si ottiene:

$$\dot{u}_k + 2u_k = 0.5\dot{e}_k + e_k$$

Ora introduciamo le approssimazioni mediante differenze finite all'indietro dei termini \dot{u}_k e \dot{e}_k alla luce del valore del periodo di campionamento $T_c = 2$ s

$$\dot{u}_k \approx \frac{u_k - u_{k-1}}{T_c} = \frac{u_k - u_{k-1}}{2} = 0.5(u_k - u_{k-1})$$

$$\dot{e}_k \approx \frac{e_k - e_{k-1}}{T_c} = \frac{e_k - e_{k-1}}{2} = 0.5(e_k - e_{k-1})$$

Sostituendo si ottiene

$$0.5(u_k - u_{k-1}) + 2u_k = 0.5 \cdot 0.5(e_k - e_{k-1}) + e_k$$

Aggregando i termini comuni si ottiene:

$$2.5u_k - 0.5u_{k-1} = 1.25e_k - 0.25e_{k-1}$$

Esplicitando la precedente relazione rispetto ad u_k , si giunge all'espressione finale della equazione alle differenze ricavata con il metodo delle differenze finite.

$$u_k = \frac{1}{2.5} (0.5u_{k-1} + 1.25e_k - 0.25e_{k-1}) = 0.2u_{k-1} + 0.5e_k - 0.1e_{k-1}$$

Per la determinazione di u_0 , che risulta dipendere da u_{-1} e da e_{-1} , tali quantità devono essere poste uguali a zero. Una formulazione più accurata della relazione ricorsiva attraverso la quale determinare la sequenza di controllo u_k è pertanto la seguente:

$$u_{-1} = e_{-1} = 0$$

$$u_k = 0.2u_{k-1} + 0.5e_k - 0.1e_{k-1} \quad k = 0,1,2, \dots$$

Metodo di Tustin

Tale metodo prende spunto dalla FdT del controllore, che nel presente esercizio si deduce facilmente dalla equazione differenziale associata come segue:

$$\dot{u}(t) + 2u(t) = 0.5\dot{e}(t) + e(t) \quad \Leftrightarrow \quad R(s) = \frac{0.5s + 1}{s + 2}$$

Operiamo nella $R(s)$ la sostituzione $s := F(z)$ associata al metodo di Tustin, tenendo conto del periodo di campionamento di $T_c = 2s$

$$s := F(z) = \frac{2}{T_c} \cdot \frac{z-1}{z+1} = \frac{2}{2} \cdot \frac{z-1}{z+1} = \frac{z-1}{z+1}$$

$$R_{TU}(z) = R(s) \Big|_{s=\frac{z-1}{z+1}} = \frac{0.5 \cdot \left[\frac{z-1}{z+1} \right] + 1}{\frac{z-1}{z+1} + 2} = \frac{0.5z - 0.5 + z + 1}{z - 1 + 2z + 2} = \frac{1.5z + 0.5}{3z + 1} \approx \frac{0.5z + 0.166}{z + 0.333}$$

A partire dalla $R_{TU}(z)$ ottenuta, ricaviamo immediatamente l'espressione ricorsiva della legge di controllo digitale dedotta secondo il metodo di Tustin:

$$R_{TU}(z) = \frac{0.5z - 0.166}{z + 0.333} \quad \Rightarrow \quad u_k = -0.333u_{k-1} + 0.5e_k - 0.166e_{k-1}$$

Per la determinazione di u_0 , che risulta dipendere da u_{-1} e da e_{-1} , tali quantità devono essere poste uguali a zero. Una formulazione più accurata della relazione ricorsiva attraverso la quale determinare la sequenza di controllo u_k è pertanto la seguente:

$$u_{-1} = e_{-1} = 0$$

$$u_k = -0.333u_{k-1} + 0.5e_k - 0.166e_{k-1} \quad k = 0,1,2, \dots$$