Fondamenti Microeconomici della Macroeconomia

Modello di Equilibrio Generale

Elementi di Economia

18 dicembre 2025

Indice

Il Contesto Macroeconomico

Prima di analizzare i comportamenti individuali, definiamo l'ambiente macroeconomico.

Un'Economia Semplice

Immaginiamo un mondo con queste caratteristiche:

- **Economia Chiusa:** Nessun commercio con l'estero.
- **No Governo:** Niente tasse né spesa pubblica ($G = 0$, $T = 0$).
- **Orizzonte Temporale:** Un solo periodo (Niente risparmio $S = 0$).

L'Identità Fondamentale

In questo sistema semplificato, la domanda aggregata è composta solo dai consumi.

$$Y = C$$

Tutto ciò che viene prodotto (Y) deve essere consumato (C) dalle famiglie.

Equilibrio Parziale vs. Equilibrio Generale

- **Microeconomia (Equilibrio Parziale):** Analisi di un mercato isolato (*ceteris paribus*).
- **Macroeconomia (Equilibrio Generale):** Tutti i mercati sono interconnessi.

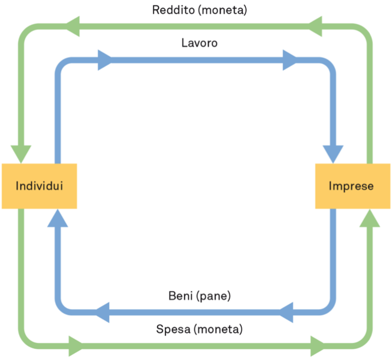


Figura: Diagramma di flusso circolare

La Legge di Walras

Teorema

"Se in un'economia con N mercati, $N-1$ mercati sono in equilibrio, allora anche l'N-esimo mercato deve essere in equilibrio."

Nel nostro modello (2 mercati):

1. Troveremo il salario che equilibra il **Mercato del Lavoro**.
2. Le famiglie usano il reddito per comprare beni.
3. Di conseguenza, il **Mercato dei Beni** sarà automaticamente in equilibrio ($Y = C$).

Le Famiglie (Il Consumatore)

Assumiamo che le famiglie siano proprietarie dei fattori di produzione (lavoro).

1. **Obiettivo:** Massimizzare l'utilità $U(C)$.
2. **Risorsa:** Dotazione di tempo fissa (es. 1 giornata).
3. **Offerta di Lavoro (L^s):** Assumiamo offerta **inelastica**. Le famiglie lavorano tutto il tempo disponibile.

$$L^s = 1$$

4. **Vincolo di Bilancio:**

$$P \cdot C = \underbrace{w \cdot 1}_{\text{Salari}} + \underbrace{\Pi}_{\text{Profitti}}$$

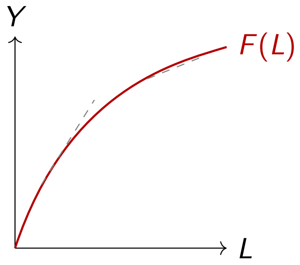
Tecnologia: $Y = F(L)$

- $F'(L) > 0$: **Produttività Marginale** positiva.
- $F''(L) < 0$: Rendimenti Decrescenti.

Profitto (Π):

$$\Pi = P \cdot F(L) - w \cdot L$$

Obiettivo dell'impresa è la massimizzazione del Profitto



Produttività decrescente

La Scelta Ottima dell'Impresa

L'impresa confronta benefici e costi al margine.

Condizione del Primo Ordine (FOC)

$$\frac{d\Pi}{dL} = 0 \implies P \cdot F'(L) - w = 0$$

Riorganizzando otteniamo la **Domanda di Lavoro**:

$$F'(L) = \frac{w}{P}$$

L'impresa assume finché la **Produttività Marginale** (MP_L) è uguale al **Salario Reale**.

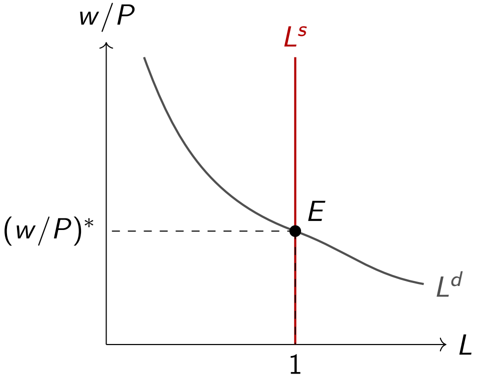
L'Equilibrio nel Mercato del Lavoro

Dobbiamo trovare il salario che eguaglia Domanda e Offerta.

$$L^d(w/P) = L^s$$

- **Offerta:** Verticale fissa ($L = 1$).
- **Domanda:** Decrescente (MP_L).

Il punto E determina $(w/P)^*$.



Esempio Numerico: I Dati

Parametrizzazione

- **Tecnologia (Cobb-Douglas):** $Y = 10 \cdot L^{0.5}$
- **Offerta di Lavoro:** $L^s = 16$

Passo 1: Domanda di Lavoro ($MP_L = w/P$)

$$MP_L = \frac{dY}{dL} = 5 \cdot L^{-0.5} = \frac{5}{\sqrt{L}}$$

$$\implies \frac{w}{P} = \frac{5}{\sqrt{L}}$$

Esempio Numerico: Soluzione

Passo 2: Equilibrio ($L^d = L^s = 16$)

1. **Salario Reale (w/P):**

$$\left(\frac{w}{P}\right)^* = \frac{5}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4} = 1.25$$

2. **Produzione (Y) e Consumo (C):**

$$Y^* = 10 \cdot \sqrt{16} = 40 \implies \mathrm{C}^* = 40$$

Distribuzione del Reddito

Salari Totali: $1.25 \times 16 = 20$
Profitti: $40 - 20 = 20$
Totale: $20 + 20 = 40$ (Coincide con Y!)

Sintesi

In questo modello neoclassico di base:

- **Supply Side:** La produzione è determinata interamente dall'offerta (Tecnologia + Risorse).
- **Dicotomia:** Le variabili reali sono determinate da fattori reali.
- **Ruolo dei Prezzi:** Il salario reale si aggiusta flessibilmente per garantire la piena occupazione.

Introduzione del Capitale (K)

Espandiamo la funzione di produzione introducendo un secondo fattore: il **Capitale**.

$$Y = F(K, L)$$

Adottiamo una funzione **Cobb-Douglas** a Rendimenti di Scala Costanti (CRS):

$$Y = A \cdot K^{\alpha} \cdot L^{1-\alpha} \quad \text{con } 0 < \alpha < 1$$

- K **(Capital Stock):** Macchinari, impianti, edifici.
- α: Quota del reddito che va al capitale (es. 0.3).
- $1 - \alpha$: Quota del reddito che va al lavoro (es. 0.7).

Il Mercato dei Fattori Competitivi

L'impresa ora massimizza il profitto scegliendo sia L che K. I costi ora includono il costo d'affitto del capitale (r).

$$\max_{K,L} \Pi = P \cdot F(K, L) - w \cdot L - r \cdot K$$

Domanda di Lavoro

$$MP_L = \frac{w}{P}$$

$$(1 - \alpha)\frac{Y}{L} = \frac{w}{P}$$

Domanda di Capitale

$$MP_K = \frac{r}{P}$$

$$\alpha\frac{Y}{K} = \frac{r}{P}$$

Il "Mistero" dei Profitti Zero

Con rendimenti costanti di scala e mercati competitivi, i profitti economici puri sono **ZERO**.

Teorema di Eulero

Se $F(K, L)$ è omogenea di grado 1:

$$F(K, L) = MP_K \cdot K + MP_L \cdot L$$

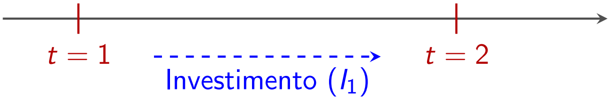
Moltiplicando per P:

$$\underbrace{P \cdot Y}_{\text{Ricavi Totali}} = \underbrace{r \cdot K}_{\text{Reddito ai Capitalisti}} + \underbrace{w \cdot L}_{\text{Reddito ai Lavoratori}}$$

Nota: Quelli che nel modello precedente chiamavamo "profitti" (Π) erano in realtà la remunerazione del fattore fisso (Capitale). Ora che il capitale è esplicito, tutto il reddito è distribuito ai fattori.

Passiamo da un modello statico a uno dinamico a due periodi ($t = 1, t = 2$).

Oggi	**Domani**
K_1 è dato	K_2 dipende da I_1
Produciamo Y_1	Produciamo Y_2



L'Accumulazione del Capitale

Da dove viene il capitale per produrre domani (K_2)? Viene dal risparmio di oggi.

Legge di Moto del Capitale

$$K_2 = K_1(1 - \delta) + I_1$$

(Dove δ è il tasso di deprezzamento. Per semplicità, spesso assumiamo $\delta = 1$ o $\delta = 0$ in modelli base).

Il Vincolo delle Risorse nel periodo 1: L'economia produce Y_1. Questo output può essere:

1. Consumato subito (C_1).
2. Investito per il futuro (I_1).

$$Y_1 = C_1 + I_1 \implies S_1 = I_1$$

Il Trade-off Intertemporale

Le famiglie ora devono scegliere **quanto risparmiare**.

- **Consumare tutto oggi ($C_1 = Y_1$):** $\implies I_1 = 0 \implies K_2$ basso $\implies Y_2$ basso.
- **Risparmiare oggi ($S_1 > 0$):** $\implies I_1 > 0 \implies K_2$ alto $\implies Y_2$ alto.

La Nuova Identità Macro

In economia chiusa, il risparmio nazionale finanzia l'investimento interno, che accresce lo stock di capitale.

$$S_t = I_t = K_{t+1} - (1 - \delta)K_t$$

Sintesi del Modello Dinamico

Abbiamo arricchito il modello base:

1. **Produzione:** Dipende da Lavoro (L) e Capitale (K).
2. **Distribuzione:** Il reddito si divide tra Salari (wL) e Rendite (rK). I profitti puri sono zero.
3. **Tempo:** Le decisioni di oggi influenzano il domani.
    - Meno Consumo oggi ($C_1 \downarrow$)
    - Più Investimenti ($I_1 \uparrow$)
    - Più Capitale domani ($K_2 \uparrow$)
    - Più Reddito domani ($Y_2 \uparrow$)

Le Preferenze Intertemporali

Come decide il consumatore quanto risparmiare? Deve bilanciare l'impazienza di consumare oggi con il desiderio di consumare domani.

Funzione di Utilità Intertemporale

$$U = u(C_1) + \beta \cdot u(C_2)$$

- $u(C)$: Utilità istantanea (crescente e concava, es. $\ln(C)$).
- β **(Fattore di Sconto):** Misura la pazienza.

$$0 < \beta < 1$$

Più β è vicino a 1, più il consumatore è paziente (valuta il futuro quasi quanto il presente).

Il Vincolo di Bilancio Intertemporale

Il consumatore può spostare risorse nel tempo attraverso il mercato finanziario al tasso di interesse reale r.

I vincoli periodo per periodo:

- **Periodo 1:** $C_1 + S = Y_1$ (Consumo + Risparmio = Reddito)
- **Periodo 2:** $C_2 = Y_2 + (1 + r)S$ (Consumo = Reddito + Risparmi con interessi)

Combinando le due equazioni (isolando S) otteniamo il **Vincolo di Bilancio Intertemporale (VBI)**:

VBI

$$C_1 + \frac{C_2}{1 + r} = Y_1 + \frac{Y_2}{1 + r}$$

Il Valore Attuale dei Consumi deve uguagliare il Valore Attuale dei Redditi (Ricchezza Umana).

3. Il Problema di Ottimizzazione

Il consumatore vuole massimizzare U rispettando il vincolo di bilancio.

$$\max_{C_1, C_2} \{u(C_1) + \beta u(C_2)\}$$

s.t.

$$C_2 = (Y_1 - C_1)(1 + r) + Y_2$$

Intuizione Economica (Saggio Marginale di Sostituzione): Il consumatore si ferma quando il tasso a cui *vuole* scambiare consumo oggi con domani (MRS) è uguale al tasso a cui il mercato gli *permette* di scambiarlo $(1 + r)$.

$$MRS_{C_1, C_2} = \frac{u'(C_1)}{\beta u'(C_2)} = 1 + r$$

4. La Soluzione: Equazione di Eulero

Riorganizzando la condizione di ottimalità otteniamo la celebre:

Equazione di Eulero (Euler Equation)

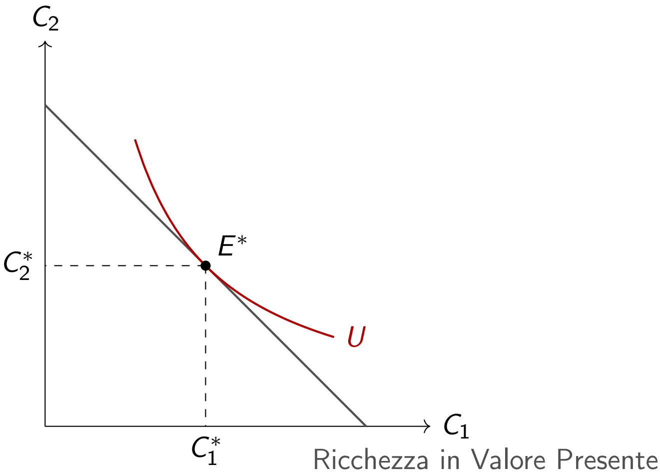
$$u'(C_1) = \beta(1 + r)u'(C_2)$$

Interpretazione:

- $u'(C_1)$: Costo (in termini di utilità) di rinunciare a 1 euro di consumo oggi.
- $\beta(1 + r)u'(C_2)$: Beneficio di investire quell'euro, ottenere $(1 + r)$ domani, e convertirlo in utilità futura (scontata).

All'equilibrio, costo marginale e beneficio marginale devono coincidere.

La scelta Intertemporale



Esempio: Consumption Smoothing

Supponiamo che l'utilità sia logaritmica: $u(C) = \ln(C)$. Allora $u'(C) = 1/C$.
L'equazione di Eulero diventa:

$$\frac{1}{C_1} = \beta(1+r)\frac{1}{C_2} \implies \frac{C_2}{C_1} = \beta(1+r)$$

Crescita del Consumo

La crescita del consumo nel tempo dipende dalla relazione tra tasso di interesse e impazienza:

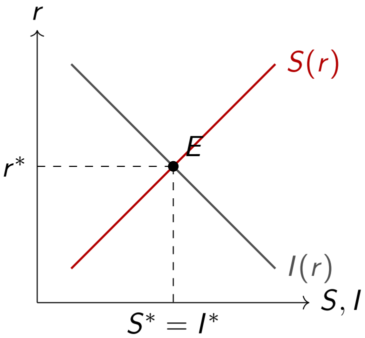
- Se $\beta(1+r) > 1$ (tasso alto): Conviene risparmiare, $C_2 > C_1$.
- Se $\beta(1+r) = 1$ (tasso "neutrale"): Consumption Smoothing perfetto, $C_1 = C_2$.

Il Mercato dei Fondi Mutuabili (Risparmio = Investimento)

Il tasso di interesse reale (r) è il prezzo che equilibra Risparmio e Investimento.

1. **Famiglie (Offerta S)** Da Eulero: se $r \uparrow$, il costo opportunità del consumo presente sale $\rightarrow S \uparrow$.
2. **Imprese (Domanda I)** Da MP_K: se $r \uparrow$, il costo del capitale sale $\rightarrow I \downarrow$.

Equilibrio: $S(r^*) = I(r^*)$.



Derivazione dell'Offerta di Risparmio

Problema: Massimizzare $U = \ln(C_1) + \beta \ln(C_2)$ sotto il vincolo $C_1 + \frac{C_2}{1+r} = Y_1$ (assumendo $Y_2 = 0$ per semplicità).

1. **Condizione di Eulero (FOC):**

$$\frac{1}{C_1} = \beta(1+r)\frac{1}{C_2} \implies C_2 = \beta(1+r)C_1$$

2. **Sostituzione nel Vincolo di Bilancio:** Sostituiamo C_2 nel vincolo intertemporale:

$$C_1 + \frac{\beta(1+r)C_1}{1+r} = Y_1$$

3. **Cancellazione del Tasso di Interesse:** Notiamo che $(1+r)$ si elide!

$$C_1 + \beta C_1 = Y_1 \implies C_1(1+\beta) = Y_1 \implies \mathrm{C}_1^* = \frac{1}{1+\beta}\mathrm{Y}_1$$

4. **Calcolo del Risparmio (S):** Per definizione $S = Y_1 - C_1$:

$$S = Y_1 - \frac{1}{1+\beta}Y_1 = Y_1\left(1 - \frac{1}{1+\beta}\right) = \mathrm{Y}_1\left(\frac{\beta}{1+\beta}\right)$$

Il Mercato dei Fondi Mutuabili: Funzioni Esplicite

Il tasso di interesse reale (r) è il prezzo che equilibra Risparmio e Investimento.

1. Offerta di Fondi (Famiglie) Da Eulero con $U = \ln C_1 + \beta \ln C_2$:

$$\frac{1}{C_1} = \beta(1+r)\frac{1}{C_2} \implies S(r) = \frac{\beta}{1+\beta} Y_1$$

Nota: Con utilità Log, l'effetto reddito e sostituzione si elidono, rendendo S insensibile a r.

2. Domanda di Fondi (Imprese) Da $MP_K = r + \delta$ con $Y = K^\alpha$:

$$\alpha K^{\alpha-1} = r + \delta \implies I(r) = \left(\frac{\alpha}{r+\delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

La domanda è decrescente in r.