

# Prova totale di Analisi Matematica 1

Appello del ??/??/???? - Tempo: 210 minuti

Compito A **Simulazione**

Nome e Cognome	
Matricola	
Corso di Laurea	
Docente	
Crediti	

(i) Studiare il seguente limite di successione

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\ln\left(1 + \frac{1}{e^n}\right)}{\left(e^{\frac{1}{n!}} - 1\right)} \tan\left(\frac{2e^n}{n!}\right)$$

(ii) Determinare e classificare le discontinuità della seguente funzione in  $\mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{x-|x|}{x^2}\right) & \text{se } x \neq 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{se } x = 0 \end{cases}$$

(iii) Studiare la seguente funzione, fino alla derivata seconda, tracciandone il grafico

$$f(x) = \ln\left(\frac{|x|}{x^2 + 1}\right)$$

(iv) Enunciare e dimostrare la formula del polinomio di Taylor con resto nella forma di Peano. Usare il precedente teorema per calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)}{e^{2x} - 1}$$

(v) Calcolare la convergenza (senza per forza calcolare il valore) del seguente integrale generalizzato

$$\int_0^1 \frac{\sin(\sqrt{x})}{e^x - 1} dx$$

(vi) Risolvere il seguente problema di Cauchy:

$$\begin{cases} u' = \frac{1+u^2}{x^2} \\ u(1) = 0 \end{cases}$$