

7 Esercizi di Analisi Matematica 2 - Lista 7

Formule di Gauss-Green

Esercizio 7.1. Utilizzando una delle formule di Gauss-Green calcolare

$$\iint_D \frac{y}{x} dx dy$$

dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 1 \leq x \leq e, 0 \leq y \leq \ln x\}$.

Esercizio 7.2. Utilizzando le formule di Gauss-Green calcolare

$$\int_{FD^+} 3x^2y dy$$

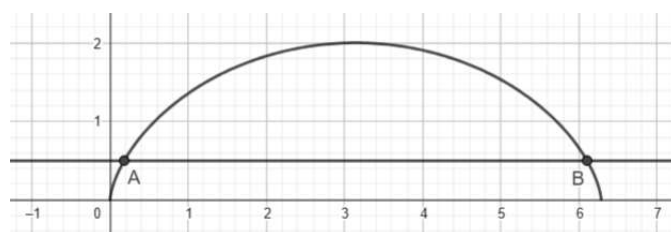
dove FD è la frontiera del dominio compreso tra la curva di equazioni parametriche $x = \frac{1}{2}t - t^2, y = t^2, 0 \leq t \leq \frac{1}{2}$ e l'asse y .

Esercizio 7.3. Calcolare

$$\iint_D \frac{1}{y^2} dx dy$$

dove D è la regione (contenuta tra le due curve di estremi A, B , vedi figura sotto) delimitata inferiormente dalla retta $y = 1/2$ e superiormente dall'arco di cicloide

$$\begin{cases} x(t) = t - \sin t \\ y(t) = 1 - \cos t \end{cases}, \quad t \in \left[\frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi\right]$$



Esercizio 7.4. Utilizzando la formula di Gauss-Green calcolare

$$\iint_A xy dx dy$$

dove A è:

- il dominio delimitato dalla curva di equazione $y = (x-1)^2$, con $x \in [0, 1]$, e dagli assi nel primo quadrante;

- il semicerchio limitato dalla curva $x = r \cos t, y = r \sin t$, con $r > 0, t \in [0, \pi]$ e dall'asse x .

Esercizio 7.5. Si calcoli l'integrale della forma differenziale

$$\omega = \sin(y + x) dx + \cos(x - y) dy$$

lungo la curva data dai lati del triangolo di vertici $(0, 0)$, $(1, 0)$ e $(0, 1)$, percorsi in senso antiorario.