Esame parziale 12/11/2025 (A)

1) Data la funzione $f(x) = \frac{x+1}{e^x}$
Determinare: dominio, simmetrie, intersezioni, positività, studio agli estremi, asintoti, studio della derivata prima. Classificare eventuali punti di discontinuità e non derivabilità. Tracciare il grafico.

2) Utilizzando la definizione di derivata dimostrare che la $D(cosx) = -sen(x)$

3) Enunciare e dimostrare il teorema di Rolle. Data la funzione $f(x) = \cos(x) + \frac{\cos(2x)}{2}$ dire se sono verificate le ipotesi del teorema nell'intervallo $x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$ ed eventualmente determinare il punto o i punti che soddisfano il teorema.

4) (Teoria) - Definizione di funzione infinita e confronto tra infiniti.
Utilizzando il confronto tra infiniti calcolare il limite. $\lim_{x\to+\infty} \frac{sen(x)-e^x+ln^6(1+5x^{10})}{x+1-cosx+2^{2x}}$

Esame parziale 12/11/2025 (B)

1) Data la funzione $f(x) = arctg(2x - x^2)$
Determinare: dominio, simmetrie, intersezioni, positività, studio agli estremi, asintoti, studio della derivata prima. Classificare eventuali punti di discontinuità e non derivabilità. Tracciare il grafico.

2) Enunciare il teorema degli Zeri.
Data la funzione $f(x) = \frac{x^2-3x+2}{x+1}$ dire se sono verificate le ipotesi teorema nell'intervallo $x \in [0; 3]$; determinare gli zeri nell'intervallo considerato.

3) Enunciare il teorema di Weierstrass sui massimi e minimi di *f(x)* in [a,b]. Dire per quali valori di k la funzione $f(x) = \begin{cases} 3x^3 + 4x + 2k & per\ x \geq 0 \\ \frac{\ln(1+3x^2)}{1-cosx} & per\ x < 0 \end{cases}$ soddisfa il teorema per $x \in [-1; 2]$

4) Utilizzando i limiti notevoli calcolare il seguente limite $\lim_{x\to0^+} e^{\left(\frac{\ln(1+2x)}{1-cosx}\right)}$

Esame parziale 12/11/2025 (C)

1) Data la funzione $f(x) = \ln(2x - x^2)$
Determinare: dominio, simmetrie, intersezioni, positività, studio agli estremi, asintoti, studio della derivata prima. Classificare eventuali punti di discontinuità e non derivabilità. Tracciare il grafico.

2) Definizione di derivata e suo significato geometrico (eseguire la rappresentazione grafica).
Scrivere l'equazione della retta tangente alla curva $f(x) = sen(2x) - \cos(x)$
nel punto $x_0 = \frac{\pi}{2}$

3) Enunciare il teorema del confronto. Utilizzando il teorema dimostrare che:

$$\lim_{x \to 0} \frac{senx}{x} = 1$$

4) (Teoria) Definizione di funzione infinitesima e confronto tra infinitesimi.
Utilizzando il confronto tra infinitesimi calcolare il limite.

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{sen^2(5x) + \ln(1+3x)^3 - tg3x}{cosx + x \cdot tgx - e^{2x}}$$

Esame parziale 12/11/2025 (D)

1) Data la funzione $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$
Determinare: dominio, simmetrie, intersezioni, positività, studio agli estremi, asintoti, studio della derivata prima. Classificare eventuali punti di discontinuità e non derivabilità. Tracciare il grafico.

2) Utilizzando la definizione di derivata dimostrare che la $D(e^x) = e^x$
3) Enunciare e dimostrare il teorema di Lagrange. Data la funzione: $f(x) = arctg(1 - x^2)$ dire se sono verificate le ipotesi del teorema nell'intervallo $x \in [-1; 1]$ ed eventualmente determinare il punto o i punti che soddisfano il teorema.

4) Utilizzando i limiti notevoli calcolare il seguente limite.

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x}{x-1}\right)^{2x}$$

Esame parziale 12/11/2025 (E)

1) Data la funzione $f(x) = \frac{e^x}{x+1}$

   Determinare: dominio, simmetrie, intersezioni, positività, studio agli estremi, asintoti, studio della derivata prima. Classificare eventuali punti di discontinuità e non derivabilità. Tracciare il grafico.

2) Utilizzando la definizione di derivata dimostrare che la $D(senx) = cos(x)$

3) Enunciare e dimostrare il teorema di Rolle. Data la funzione $f(x) = \frac{1}{2}\cos(2x) + sen(x)$ dire se sono verificate le ipotesi del teorema nell'intervallo $x \in [0; 2\pi]$ ed eventualmente determinare il punto o i punti che soddisfano il teorema.

4) (Teoria) - Definizione di funzione infinita e confronto tra infiniti.

   Utilizzando il confronto tra infiniti calcolare il limite $\lim_{x\to+\infty} \frac{\sqrt{x^3}+4^x+ln(1+3x)}{e^{2x}+sen^{22}x+x^{10}}$

Esame parziale 12/11/2025 (F)

1) Data la funzione $f(x) = arctg(x^2 - 2x)$
   Determinare: dominio, simmetrie, intersezioni, positività, studio agli estremi, asintoti, studio della derivata prima. Classificare eventuali punti di discontinuità e non derivabilità. Tracciare il grafico.

2) Utilizzando la definizione di derivata dimostrare che la $D(lnx) = \frac{1}{x}$

3) Enunciare il teorema di Weierstrass sui massimi e minimi di *f(x)* in [a; b]. Dire per quali valori di a la funzione $f(x) = \begin{cases} 3x^2 + 2a & per\ x \geq 0 \\ \frac{1-\cos(x)}{2x\cdot sen(x)} & per\ x < 0 \end{cases}$ soddisfa il teorema per $x \in [-2; 2]$

4) Utilizzando i limiti notevoli calcolare il seguente limite

$$\lim_{x\to0^+} \frac{sen^2 3x + x\cdot tgx}{x\cdot(e^{2x}-1)}$$

Esame parziale 12/11/2025 (G)

1) Data la funzione $f(x) = \ln(x^2 - 2x)$
   Determinare: dominio, simmetrie, intersezioni, positività, studio agli estremi, asintoti, studio della derivata prima. Classificare eventuali punti di discontinuità e non derivabilità. Tracciare il grafico.

2) Definizione di derivata e suo significato geometrico (eseguire la rappresentazione grafica).
   Scrivere l'equazione della retta tangente alla curva $f(x) = \frac{\cos(2x)}{x}$ nel punto $x_0 = \frac{\pi}{2}$

3) (Teoria) Enunciare e dimostrare il teorema di Fermat.
4) (Teoria) Definizione di funzione infinitesima e confronto tra infinitesimi.
   Utilizzando il confronto tra infinitesimi calcolare il limite.

$$\lim_{x \to 0^+} \frac{sen(x) + \ln(1 + 2x)^3 - x^2}{e^{3x} + x \cdot senx - cosx}$$

Esame parziale 12/11/2025 (H)

1) Data la funzione $f(x) = \sqrt{x - x^2}$
   Determinare: dominio, simmetrie, intersezioni, positività, studio agli estremi, asintoti, studio della derivata prima. Classificare eventuali punti di discontinuità e non derivabilità. Tracciare il grafico.

2) Enunciare e dimostrare la derivata del prodotto tra 2 funzioni *f(x)* e *g(x)*
3) Enunciare e dimostrare il teorema di Lagrange. Data la funzione: $f(x) = 3\mathrm{x}^3 - 3x + 1$ dire se sono verificate le ipotesi del teorema nell'intervallo $x \in [-2; 2]$ ed eventualmente determinare il punto o i punti che soddisfano il teorema.

4) Utilizzando i limiti notevoli calcolare il seguente limite.

$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x}{x + 1}\right)^{3x}$$