ESERCIZI

(i) Determinare il carattere della seguente successione

$$a_n = \ln(e^n + 1)\sin(\frac{n+1}{n^2})$$

(ii) Determinare il carattere della seguente successione

$$a_n = \arctan(n(e^{\frac{1}{n}} - 1))$$

(iii) Determinare il carattere della seguente successione

$$a_n = \arctan\left(n^2 \ln\left(1 + \frac{1}{n^2}\right)\right)$$

(iv) Determinare il carattere della seguente successione

$$a_n = \frac{e^{\frac{1}{n}} - 1}{\ln(n+1) - \ln(n)}$$

(v) Enunciare e dimostrare il teorema del confronto per successioni o funzioni. Usando il teorema appena dimostrato, provare che

$$\lim_{n\to+\infty} n - 1/n = +\infty$$

(vi) Enunciare e dimostrare il teorema di Rolle. Applicare il teorema appena dimostrato per trovare il punto x_0 tale che $f'(x_0) = 0$ per

$$f(x) = x^2 - 4x + 2$$

in $[1, 3]$.

(vii) Enunciare e dimostrare il teorema di Cauchy. Applicare il teorema di Lagrange per trovare il punto c tale che $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$ per

$$f(x) = \sqrt{7 - x}$$

in $[4, 7]$.

(viii) Studiare la seguente funzione, fino alla derivata seconda, tracciandone il grafico

$$f(x) = \frac{\ln(|x+1|)}{x+1}$$

(ix) Studiare la seguente funzione, fino alla derivata seconda, tracciandone il grafico

$$f(x) = e^x\sqrt{1 - 2x}$$

(x) Studiare la seguente funzione, fino alla derivata seconda, tracciandone il grafico

$$f(x) = \frac{x^2 - |x| + 4}{|x| - 1}$$

(xi) Studiare la seguente funzione, fino alla derivata seconda, tracciandone il grafico

$$f(x) = \ln(|1 - \sin(x)|) - 2\ln|\cos(x)|$$

Consiglio: i valori assoluti sono necessari? Riscrivere la funzione usando le proprietà logaritmiche e trigonometriche.