

7 Esercizi di Analisi Matematica 2 - Lista 7

Integrali Superficiali.

Esercizio 7.1. Calcolare l'area della porzione di superficie

$$\Sigma = \{z = 9 - x^2 - y^2, \quad x^2 + y^2 \leq \frac{1}{2}\}$$

Esercizio 7.2. Calcolare l'integrale

$$\int_{\Sigma} \frac{1}{1+4z} d\sigma$$

dove Σ è la porzione di paraboloido avente equazione $z = x^2 + y^2$ che si proietta sul piano xy nel disco $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 1\}$.

Esercizio 7.3. Calcolare l'integrale

$$\int_{\Sigma} xy(z-3) d\sigma$$

dove Σ è la porzione di sfera $z = 3 + \sqrt{49 - x^2 - y^2}$ interna al cilindro $x^2 + y^2 = 4$.

Esercizio 7.4. Calcolare l'integrale

$$\int_{\Sigma} \frac{d\sigma}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

dove Σ è la calotta sferica $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ contenuta nel primo ottante.

Esercizio 7.5. Calcolare gli integrali superficiali:

1) $\int_{\Sigma} (x + 2y + z - 4) d\sigma$ dove $\Sigma = \{z = 2 - x - y, \quad x^2 + y^2 \leq \frac{1}{16}\}$

2) $\int_{\Sigma} \arctan \frac{y}{x} d\sigma$ dove $\Sigma = \{z = x^2 + y^2, \quad 1 \leq z \leq 4\}$