

2 Esercizi di Analisi Matematica 2 - Lista 2

Serie di potenze e convergenza uniforme.

Esercizio 2.1. Determinare l'intervallo di convergenza I delle seguenti serie di potenze (compreso lo studio del comportamento agli estremi):

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n+1} x^n; \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{e^n}{n} (x+1)^n; \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{ne^n} (x-1)^n.$$

Esercizio 2.2. Trovato un intervallo opportuno in cui poter integrare termine a termine, calcolare:

$$\int \sum_{n=1}^{\infty} x^n dx$$

Esercizio 2.3. Trovato un intervallo opportuno in cui poter derivare termine a termine, calcolare:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{d}{dx} x^n \right)$$

Domini e superfici.

Esercizio 2.4. Rappresentare graficamente i seguenti domini normali del piano:

$$\begin{aligned} A &= \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : -1 \leq x \leq 1, \quad -2 \leq y \leq \pi \right\}; \\ B &= \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq x^2 \right\}; \\ C &= \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : e^y \leq x \leq e, \quad 0 \leq y \leq 1 \right\}; \\ D &= \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4, \quad y \geq 0 \right\} \end{aligned}$$

Esercizio 2.5. Rappresentare graficamente le seguenti (porzioni di) superfici dello spazio:

$$\begin{aligned} E &= \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 2x - y + z - 1 = 0 \right\}; \\ F &= \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 9 - x^2 - y^2, \quad z \geq 0 \right\}; \\ G &= \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 9, \quad y \geq 0, \quad z \geq 0 \right\}. \end{aligned}$$