

# Prova scritta di Analisi Matematica 3 e Analisi Matematica 2 (10 CFU)

**Esercizio 1.** (6 punti)

Studiare il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{2xy^2}{x^2 + y^4}.$$

Suggerimento: considerare anche le parabole con asse orizzontale.

**Esercizio 2.** (5 punti)Siano dati  $f(x, y, z)$  e il cambiamento di coordinate (con  $a, b \in \mathbb{R}$  fissati)

$$\begin{cases} x = au + \rho \cos \theta \\ y = bu + \rho \sin \theta \\ z = u. \end{cases}$$

Esprimere  $f_\rho, f_{\rho\theta}$  e  $f_{uu}$  in termini di  $f_x, f_y, f_z, f_{xx}, f_{xy}, f_{xz}, f_{yy}, f_{yz}$  e  $f_{zz}$ .**Esercizio 3.** (7 punti)Sia  $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq \sqrt{4 - x^2 - y^2}\}$ .

Calcolare l'integrale

$$\iiint_E (2z + 1) dx dy dz.$$

**Esercizio 4.** (6 punti)Sia  $\gamma$  la curva di equazioni parametriche

$$\varphi(t) : \begin{cases} x = 2 \cos t \\ y = 2 \sin t \\ z = 2 \ln(2 \sin t) \end{cases}, \quad t \in [\pi/6, 5\pi/6].$$

- Stabilire se la curva è chiusa, verificare che è regolare a tratti e scrivere il versore tangente indotto da  $\varphi(t)$ .
- Esprimere la lunghezza di  $\gamma$  mediante un integrale semplice (cioè di una variabile) e calcolare  $\int_\gamma y ds$ .
- Calcolare l'integrale  $\int_\gamma \omega$  con  $\omega = x^3 dx + \frac{2}{y} dy - dz$ .

vedi retro  $\rightarrow$

**Esercizio 5\*.** (6 punti)

Siano dati la parte di sfera  $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 4, -2 \leq z \leq 1\}$  orientata dalla normale “esterna”  $\nu$  e il campo vettoriale  $\mathbf{F}(x, y, z) = (z, x, y)$ . Calcolare il flusso del rotore di  $\mathbf{F}$  attraverso  $S$ :

$$\iint_S (\operatorname{rot} \mathbf{F}, \nu) d\sigma.$$