

Corso di Laurea Magistrale in Matematica

Docente: Claudia Anedda

Analisi Superiore 1 - 16/06/2025

(Analisi complessa e trasformate)

Esercizio 1.

i) Calcolare gli sviluppi in serie di Laurent della funzione

$$f(z) = \frac{1}{z} + \frac{5}{z+3} - \frac{6}{z-2}$$

nelle corone circolari $C_{0,1}(0)$, $C_{2,3}(2)$ e $C_{3,\infty}(0)$; rappresentare inoltre le corone circolari nel piano di Gauss (**7 punti**).

ii) Utilizzando gli sviluppi in serie trovati, calcolare il residuo di $f(z)$ nell'origine e il residuo di $f(z)$ a infinito (**3 punti**).

Esercizio 2.

i) Calcolare la trasformata di Fourier delle funzione $g(t) = \frac{1}{t^2+9}$ (**4 punti**);

ii) calcolare la trasformata di Fourier della trasformata di Fourier della funzione $f(t) = \frac{1}{6} e^{-3|t|}$ (**2 punti**).

Domanda 1.

i) Spiegare che cos'è una mappa conforme in un aperto del piano complesso, dimostrando la sua proprietà (**4 punti**);

ii) che cos'è una mappa conforme vista come campo vettoriale da un aperto di \mathbb{R}^2 su \mathbb{R}^2 ? Perché? (**2 punti**)

iii) Calcolare le trasformate, tramite la mappa conforme $f(z) = e^z$, delle rette verticali e orizzontali del piano complesso (**3 punti**).

Domanda 2.

i) Enunciare il teorema che fornisce la formula di inversione di Riemann-Fourier per la trasformazione di Laplace di un segnale f Laplace trasformabile con ascissa di convergenza $\sigma[f]$ (**3 punti**);

ii) una funzione $F(s)$ olomorfa in un semipiano $\{s \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(s) > \sigma\}$ del piano complesso è sempre la trasformata di Laplace di un segnale $f(t)$? Perché? (**2 punti**)