

Prova scritta di Analisi Matematica 3 e Analisi Matematica 2 (10 CFU)

Esercizio 1. (6 punti)

Studiare il limite

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{3(x^4 - 4y^6)}{x^2 + 2y^3}.$$

Esercizio 2*. (6 punti)Determinare, assumendo che esistano, i punti di minimo assoluto e il minimo assoluto della funzione $f(x, y, z) = (x^2 + y^2 + z^2)/2$ sotto il vincolo definito dal sistema

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x - z - 3 = 0. \end{cases}$$

Esercizio 3. (8 punti)Sia $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x - 1 \leq y \leq x + 1, -x - 1 \leq y \leq -x + 1, 0 \leq z \leq 1\}$, calcolare l'integrale

$$\iiint_E (x + y)^2 z \, dx \, dy \, dz.$$

Suggerimento: impostare il calcolo per segmenti o per strati e poi cambiare le coordinate nel piano xy .**Esercizio 4*.** (5 punti)Sia S la superficie di equazioni parametriche

$$\varphi(u, v) : \begin{cases} x = \sin u \cos v \\ y = \sin u \sin v \\ z = 2 \cos u \end{cases}, \quad (u, v) \in [0, \pi] \times [0, 2\pi].$$

- Assumendo l'iniettività di $\varphi(u, v)$ nei punti interni del suo dominio, verificare che la superficie è regolare e scrivere il campo dei vettori normali indotto da $\varphi(u, v)$.
- Esprimere l'area di S mediante un integrale semplice (cioè unidimensionale) e calcolare l'integrale $\iint_S (4x^2 + 4y^2 + z^2/4)^{1/2} \, d\sigma$.

vedi retro \rightarrow

Esercizio 5. (5 punti)

Si consideri la forma differenziale lineare

$$\omega = (1 + y^2 z) dx + (2xyz - z) dy + (xy^2 - y + ax) dz,$$

con $a \in \mathbb{R}$.

a) Calcolare l'integrale $\int_{\gamma} \omega$, con

$$\gamma : \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = t^2 \end{cases}, \quad t \in [0, 1].$$

b) Trovare, se esistono, i valori di a per i quali la forma è esatta ed eventualmente calcolare le primitive.