Controllo dei sistemi energetici

Esercitazione 1

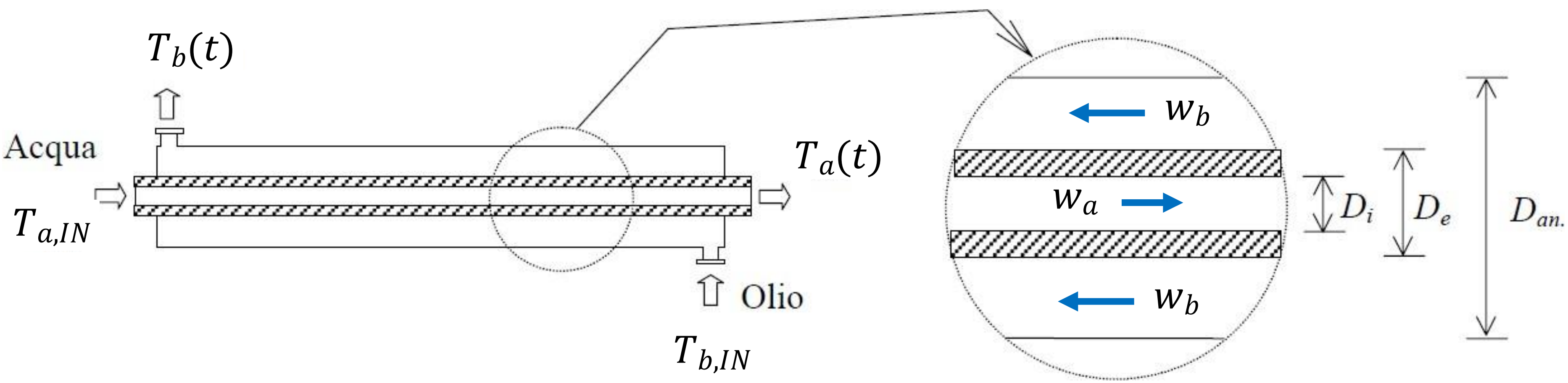
Modellazione e controllo di uno scambiatore di calore in controcorrente

Prof. Alessandro Pisano
apisano@unica.it

Uno scambiatore a tubi coassiali che opera in controcorrente è usato per refrigerare l'olio di lubrificazione di una turbina a gas.

L'acqua usata come fluido refrigerante attraversa il tubo interno (in acciaio) con una portata $w_a = 0.2\ kg/s$ mentre l'olio lubrificante transita nella regione anulare con una portata $w_b = 0.1\ kg/s$.

L'olio e l'acqua entrano alla temperatura di $T_{b,IN} = 100°C$ e $T_{a,IN} = 30°C$, rispettivamente.



Modello dinamico

$$m_a c_a \frac{dT_a(t)}{dt} = c_a w_a(t)\left(T_{a,IN} - T_a(t)\right) + \frac{1}{R_{ba}} \Delta T_{ba}^{ML}$$

$$m_b \mathrm{c_b} \frac{dT_b(t)}{dt} = c_b w_b(t)\left(T_{b,IN} - T_b(t)\right) - \frac{1}{R_{ba}} \Delta T_{ba}^{ML}$$

$$\Delta T_{ba}^{ML} = \frac{\left(T_{b,IN} - T_a(t)\right) - \left(T_b(t) - T_{a_{IN}}\right)}{\ln\left(\left(T_{b,IN} - T_a(t)\right)/\left(T_b(t) - T_{a_{IN}}\right)\right)}$$

Modello in forma esplicita

$$\frac{dT_a(t)}{dt} = \frac{1}{m_a} w_a(t)\left(T_{a,IN} - T_a(t)\right) + \frac{1}{m_a c_a R_{ba}} \Delta T_{ba}^{ML}$$

$$\frac{dT_b(t)}{dt} = \frac{1}{m_b} w_b(t)\left(T_{b,IN} - T_b(t)\right) - \frac{1}{m_b \mathrm{c_b} R_{ba}} \Delta T_{ba}^{ML}$$

$$\Delta T_{ba}^{ML} = \frac{\left(T_{b,IN} - T_a(t)\right) - \left(T_b(t) - T_{a_{IN}}\right)}{\ln\left(\left(T_{b,IN} - T_a(t)\right)/\left(T_b(t) - T_{a_{IN}}(t)\right)\right)}$$

NB La media logaritmica

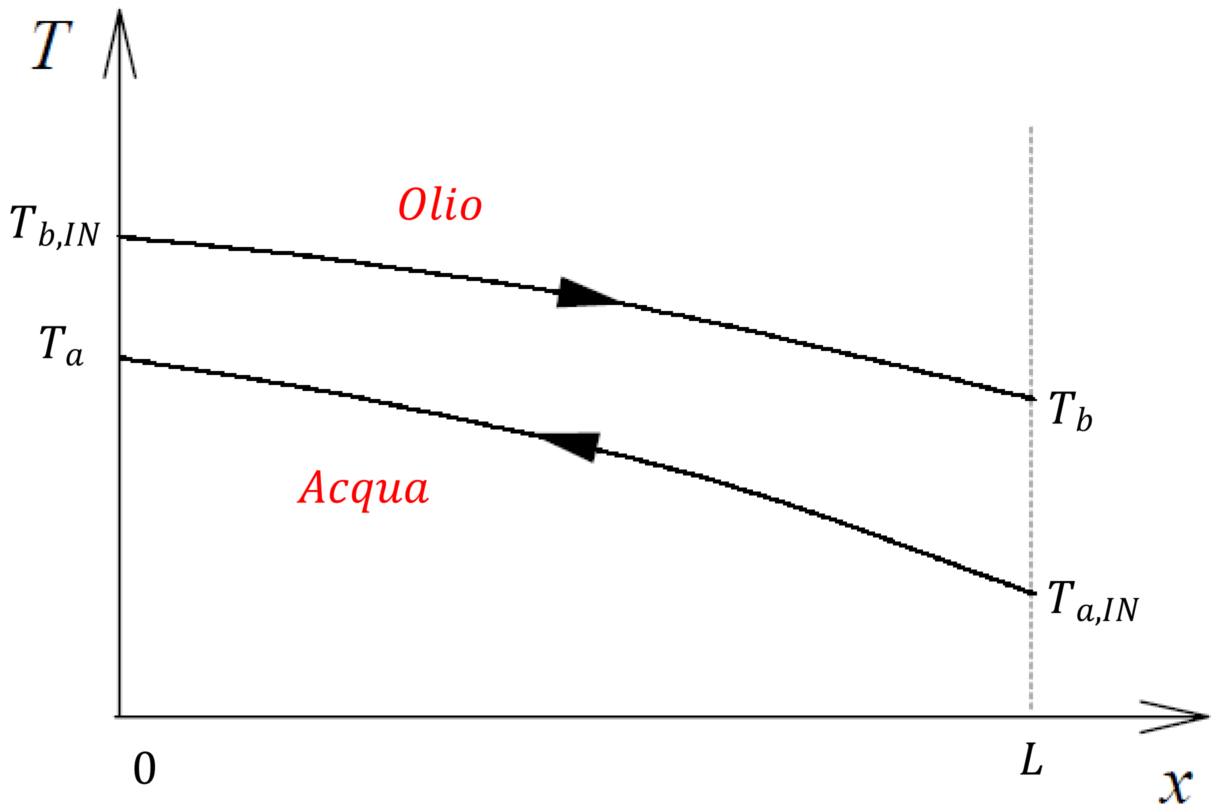
$$\Delta T_{ba}^{ML} = \frac{\left(T_{b,IN} - T_a(t)\right) - (T_b(t) - T_{a_{IN}})}{\ln\left(\left(T_{b,IN} - T_a(t)\right)/\left(T_b(t) - T_{a_{IN}}(t)\right)\right)}$$

risulta non definita quando

$$\left(T_{b,IN} - T_a(t)\right) = (T_b(t) - T_{a_{IN}})$$

Attraverso lo sviluppo in serie della funzione logaritmica si mostra che

$$\Delta T_{ba}^{ML} = \begin{cases} \dfrac{\left(T_{b,IN} - T_a(t)\right) - (T_b(t) - T_{a_{IN}})}{\ln\left(\left(T_{b,IN} - T_a(t)\right)/\left(T_b(t) - T_{a_{IN}}\right)\right)} & \left(T_{b,IN} - T_a(t)\right) \neq (T_b(t) - T_{a_{IN}}) \\ \left(T_{b,IN} - T_a(t)\right) & \left(T_{b,IN} - T_a(t)\right) = (T_b(t) - T_{a_{IN}}) \end{cases}$$



T
$T_{b,IN}$
$Olio$
T_a
T_b
$Acqua$
$T_{a,IN}$
0
L
x

Densità

Materiale	Densità (kg/m³)
Abete	700
Acciaio	7860
Acqua a 0 °C	999,8
Acqua a 4 °C	1000
Acqua a 20 °C	998,2
Acqua di mare	1025
Alcool etilico	794
Alluminio	2600-2750
Anidride carbonica	1,98
Argento	10500
Aria	1,293
Basalto	2800-2950
Benzina	700-720
Calcestruzzo	2200-2600
Carta	970
Cenere	900
Cera (paraffina)	950
Cemento Portland	3150
Diamante	3550
Elio	0,179
Ferro	7880
Gesso	2300
Ghiaccio a 0 °C	917
Iridio	22610
Latte a 15 °C	1029-1034
Marmo	2500-2800
Mercurio	13590
Nichel	8600

Materiale	Densità (kg/m³)
Nichel	8600
Nafta	760-790
Olio d'oliva	916
Olio di semi	920
Oro	19250
Ottone	8400-8700
Petrolio	840
Piombo	11340
Platino	21400
Porcellana	2400
Rame	8890-8930
Salgemma	2200
Stagno	7280
Sughero	200-350
Talco	2600-2800
Tungsteno	19250
Vetro	2400-2700
Zinco	7100

Densità

Temperatura (°C)	Densità dell'acqua (kg/m^3)
100	958,4
80	971,8
60	983,2
40	992,2
30	995,6502
25	997,0479
22	997,7735
20	998,2071
15	999,1026
10	999,7026
4	999,9720
0	999,8395

Calori specifici

Sostanza	cal/g × °C	J/kg × °C
Alluminio	0.21	896
Argento	0.057	239
Rame	0.092	385
Zinco	0.096	389
Piombo	0.031	129
Ferro	0.108	450
Stagno	0.057	239
Bronzo	0.091	380
Invar (lega di acciaio al 36% di Ni)	0.11	460
Ottone	0.091	380
Oro	0.031	129
Mercurio	0.033	139
Carbone vegetale	0.263	1200
Zolfo	0.175	732
Ghiaccio (a 0 °C)	0.488	2040
Acqua (a 0 °C)	1.01	4218
Acqua	1	4180
Acqua di mare	0.95	3925
Glicerolo	0.572	2390
Etanolo	0.581	2430
Benzina	0.536	2240
Olio lubrificante	0.443	1850
Petrolio	0.455	1900
Aria	0.24	1005
Idrogeno	3.397	14280
Ossigeno	0.291	917
Azoto	0.248	1038
Biossido di carbonio	0.20	836
Vapore d'acqua (a 100 °C)	0.464	1940

Conducibilità termica

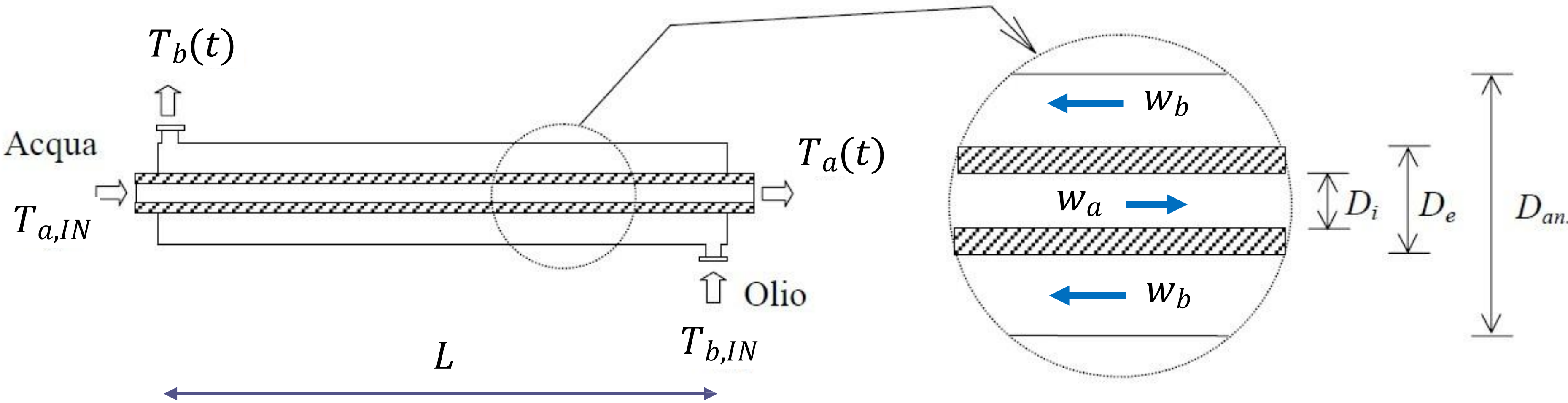
Materiale	W/(m K)	kcal/(h m °C)	Materiale	W/(m K)	kcal/(h m °C)
Argento	418	360	Acqua	0.582	0.50
Rame	395	340	Ghiaccio a 0 °C	2.2	0.89
Alluminio	203	175	Legno	0.23	0.2
Acciaio	58	50	Sughero	0.23	0.2
Acciaio inox	17	15	Incrostazioni di caldaie	0.08	0.07
Marmo	3.5	3	Lana di vetro	0.046	0.04
Calcestruzzo	1.163	1	Sughero espanso	0.046	0.04
Refrattari	1.163	1	Polistirolo espanso	0.034	0.03
Mattoni	0.7	0.6	Aria	0.0238	0.0205

Coefficiente di scambio termico convettivo

$K_{\text{conv}}\ [W/m^2K]$

	Liquidi	Gas
Convezione naturale	50 - 2 000	2 - 25
Convezione forzata	100 - 20 000	25 - 250
Convezione con cambio di fase (ebollizione, condensazione)	2 500 - 100 000	

Mezzo	$K_{\text{conv}}\ [W/m^2K]$
Aria (convezione naturale)	5-25
Aria/vapore sovrariscaldato (convezione forzata)	20-300
Olio (convezione forzata)	60-1800
Acqua (convezione forzata)	300-6000
Acqua (al punto di ebollizione)	3000-60.000
Vapore (condensa)	6000-120.000



Dati di ingresso

$w_a = 0.2\ kg/s$ $\quad$ $w_b = 0.1\ kg/s$

$T_{a,IN} = 30°C$ $\quad$ $T_{b,IN} = 100°C$

$\rho_a = 995\ kg/m^3$ $\quad$ $\rho_b = 890\ kg/m^3$ $\quad$ $c_a = 4180\ J/kg\ °K$ $\quad$ $c_b = 1850\ J/kg\ °K$

$D_i = 25mm$ $\quad$ $D_e = 27mm$ $\quad$ $D_{an} = 45mm$

$L = 40\ m$

$$m_a = \rho_a \frac{\pi D_i^2}{4} L \qquad m_b = \rho_a \frac{\pi(D_{an}^2 - D_e^2)}{4} L$$

Predisponiamo lo script per l'assegnazione dei dati di ingresso ed il calcolo dei parametri derivati

```
%% scambiatore in controcorrente a tubi coassiali
% Fluido di processo da raffreddare: olio lubrificante, fluisce nella porzione anulare
% (mantello)
% Fluido rerfigerante: acqua, fluisce nel tubo interno

%a=acqua (fluido freddo)
%b=olio lubrificante (fluido caldo)

clear all
clc


wa=0.2; %kg/s portata acqua
wb=0.1; %kg/s, portata olio

Tain=30; %°C, Tin_acqua
Tbin=100; %°C, Tin_olio

%DIAMETRI TUBAZIONI
Di=0.025;
De=0.027;
Dan=0.045;

ca=4180; % J/(kg °K), calore specifico acqua
cb=1850; % J/(kg °K), calore specifico olio

rhoa=995; %kg/m^3 densita acqua
rhob=890; %kg/m^3 densita olio

L=40; % Lunghezza totale [m]

ma=rhoa*pi*Di^2/4*L; % [kg] massa acqua nella tubazione
mb=rhob*pi*(Dan^2-De^2)/4*L; % [kg] massa olio nella tubazione
```

Determinazione della resistenza termica complessiva R_{ba}

$$R_{ba} = R_i + R_e + R_{parete}$$

$$R_{parete} = \frac{\ln\frac{D_e}{D_i}}{2\,\pi L K_{cond}^{acc}}\ [°K/W]$$

$$K_{cond}^{acc} = 58\ W/\mathrm{m}°K$$

coefficienti di scambio termico convettivi per unita di superficie

$$R_i = \frac{1}{K_i A_i}$$

$$R_e = \frac{1}{K_e A_e}$$

Interno (lato acqua)

$K_i = 2287\ \mathrm{W/\ m^2°K}$

Esterno (lato olio)

$K_e = 60\ \mathrm{W/\ m^2°K}$

$$A_i = \pi D_i L$$

$$A_e = \pi D_e L$$

Superfici di scambio termico (interna ed esterna)

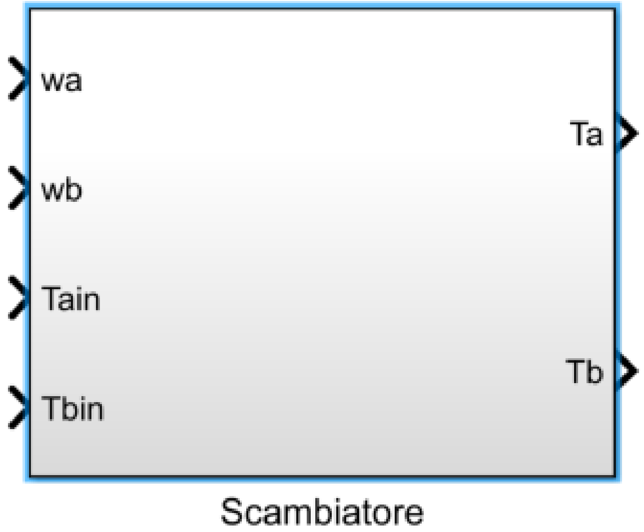
$$R_i = \frac{1}{K_i \pi D_i L} \qquad R_e = \frac{1}{K_e \pi D_e L}$$

Completiamo lo script con il calcolo di Rba

```
K_acc=58; %[W/m°K] conducibilità termica dell'acciaio

Ki=2287; %[W/m°K] coeff. scambio termico convettivo lato interno (interfaccia acqua-acciaio)
Ke=60; %[W/m°K] coeff. scambio termico convettivo lato esterno (interfaccia olio-acciaio)

Rparete=log(De/Di)/(2*pi*L*K_acc);

Ri=1/(Ki*pi*Di*L);
Re=1/(Ke*pi*De*L);

Rba=Ri+Re+Rparete
```

Possiamo iniziare a realizzare il modello di Simulazione dinamica in Simulink

Desideriamo configurare il modello mediante un Subsystem che riceve in ingresso le portate wa e wb e le temperature di ingresso Tain e Tbin, e produce in uscita le temperature Ta e Tb dei due fluidi all'uscita dello scambiatore

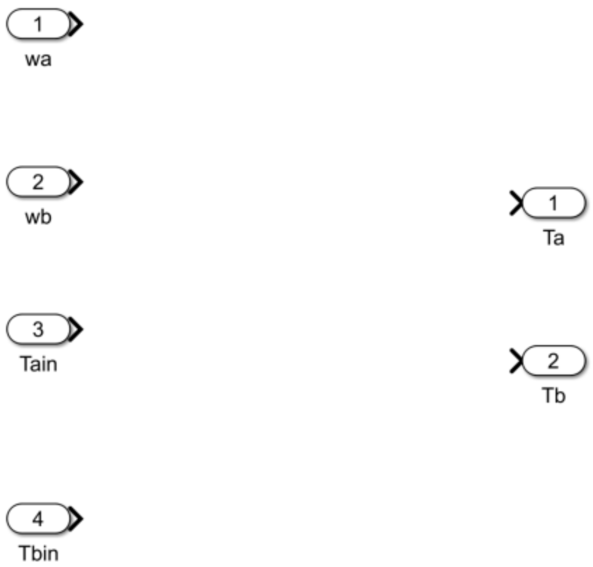


Importiamo nella pagina di lavoro un blocco «Subsystem» dalla Libreria dei «Commonly Used Blocks»

(cliccare il tasto destro del mouse sul Subsystem e disselezionare la voce «Content preview» dal menu format)

Si tratta di un Subsystem gia pronto, che ha di default un ingresso ed un’uscita. Trasformiamolo in un subsystem con 4 ingressi e 2 uscite incrementando il numero di blocchi «In» e «Out» presenti all’interno del Subsystem.

Modifichiamo all interno del Subsystem il numero ed il nome dei terminali In e Out come mostrato sotto:



Fatto ciò, nel layer principale del modello troviamo il subsystem con 4 ingressi e due uscite, come mostrato in precedenza

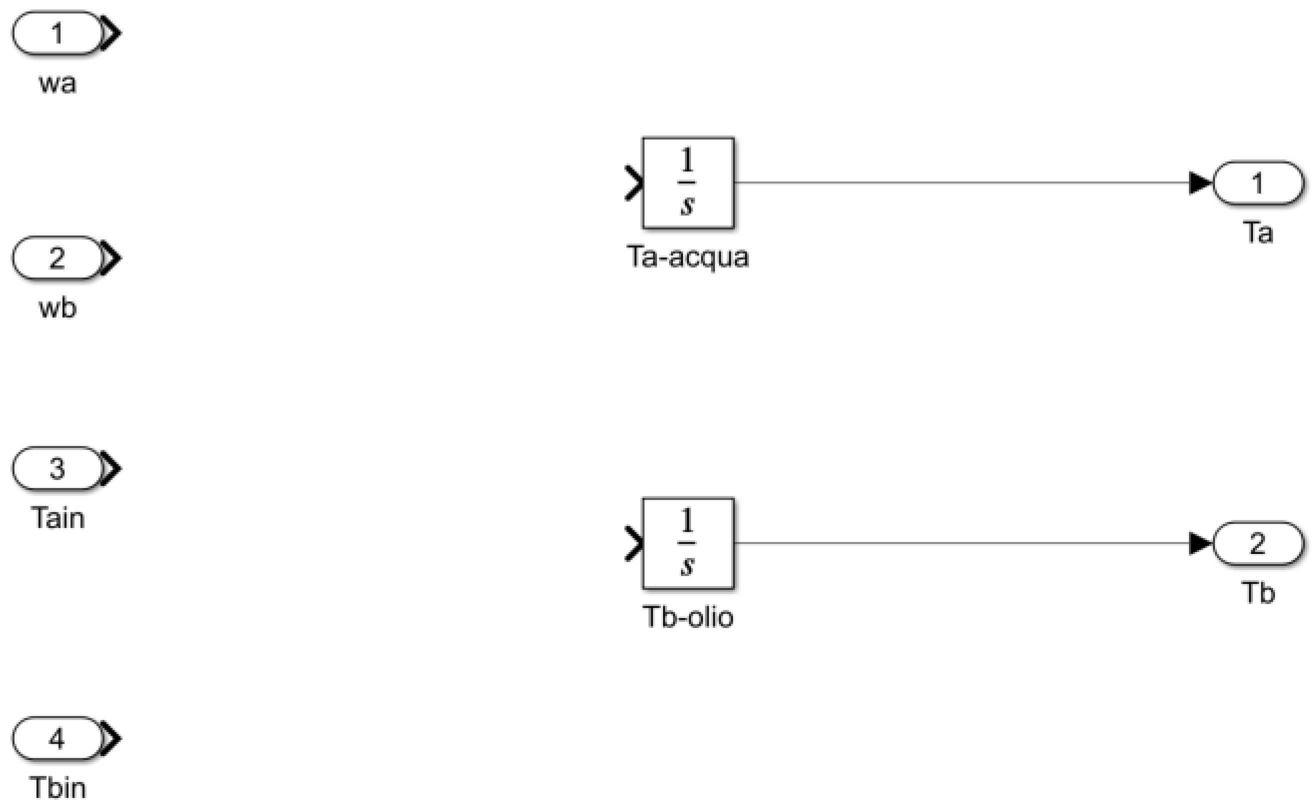
Importiamo all’interno del subsystem due blocchi «*Integrator*»

Settiamone le condizioni iniziali come Ta0 e Tb0

Tali parametri sono da definirsi nello script di parametrizzazione. E’ ragionevole assegnare a tali parametri i valori delle rispettive temperature di ingresso

```
%% dati simulazione

%condizioni iniziali
Ta0=Tain;
Tb0=Tbin;
```

Ai terminali di uscita dei due integratori saranno generati i segnali Ta e Tb. Colleghiamo pertanto tali terminali di uscita ai due blocchi «Out» sulla destra



$$\frac{dT_a(t)}{dt} = \frac{1}{m_a} w_a(t)\left(T_{a,IN} - T_a(t)\right) + \frac{1}{m_a c_a R_{ba}} \Delta T_{ba}^{ML}$$

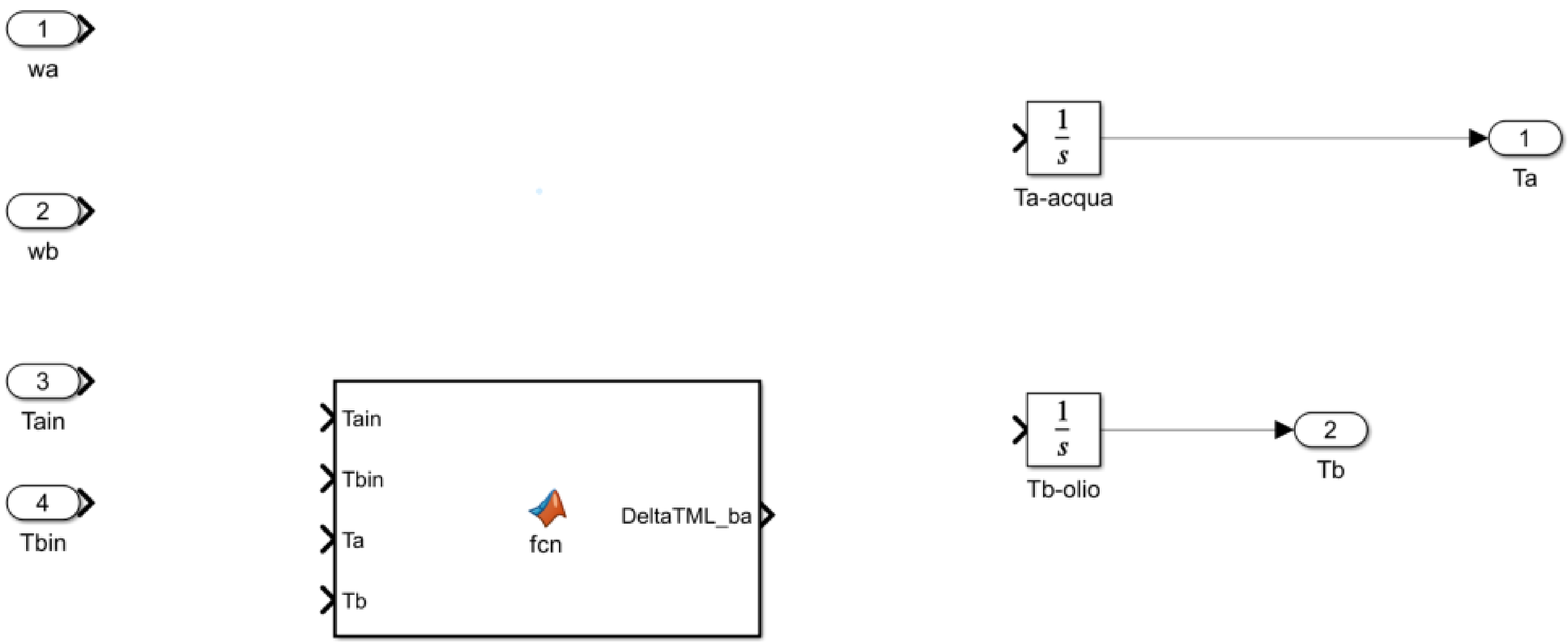
$$\frac{dT_b(t)}{dt} = \frac{1}{m_b} w_b(t)\left(T_{b,IN} - T_b(t)\right) - \frac{1}{m_b \mathrm{c_b} R_{ba}} \Delta T_{ba}^{ML}$$

$$\Delta T_{ba}^{ML} = \begin{cases} \dfrac{\left(T_{b,IN} - T_a(t)\right) - (T_b(t) - T_{a_{IN}})}{\ln\left(\left(T_{b,IN} - T_a(t)\right) / \left(T_b(t) - T_{a_{IN}}\right)\right)} & \left(T_{b,IN} - T_a(t)\right) \neq (T_b(t) - T_{a_{IN}}) \\ \left(T_{b,IN} - T_a(t)\right) & \left(T_{b,IN} - T_a(t)\right) = (T_b(t) - T_{a_{IN}}) \end{cases}$$

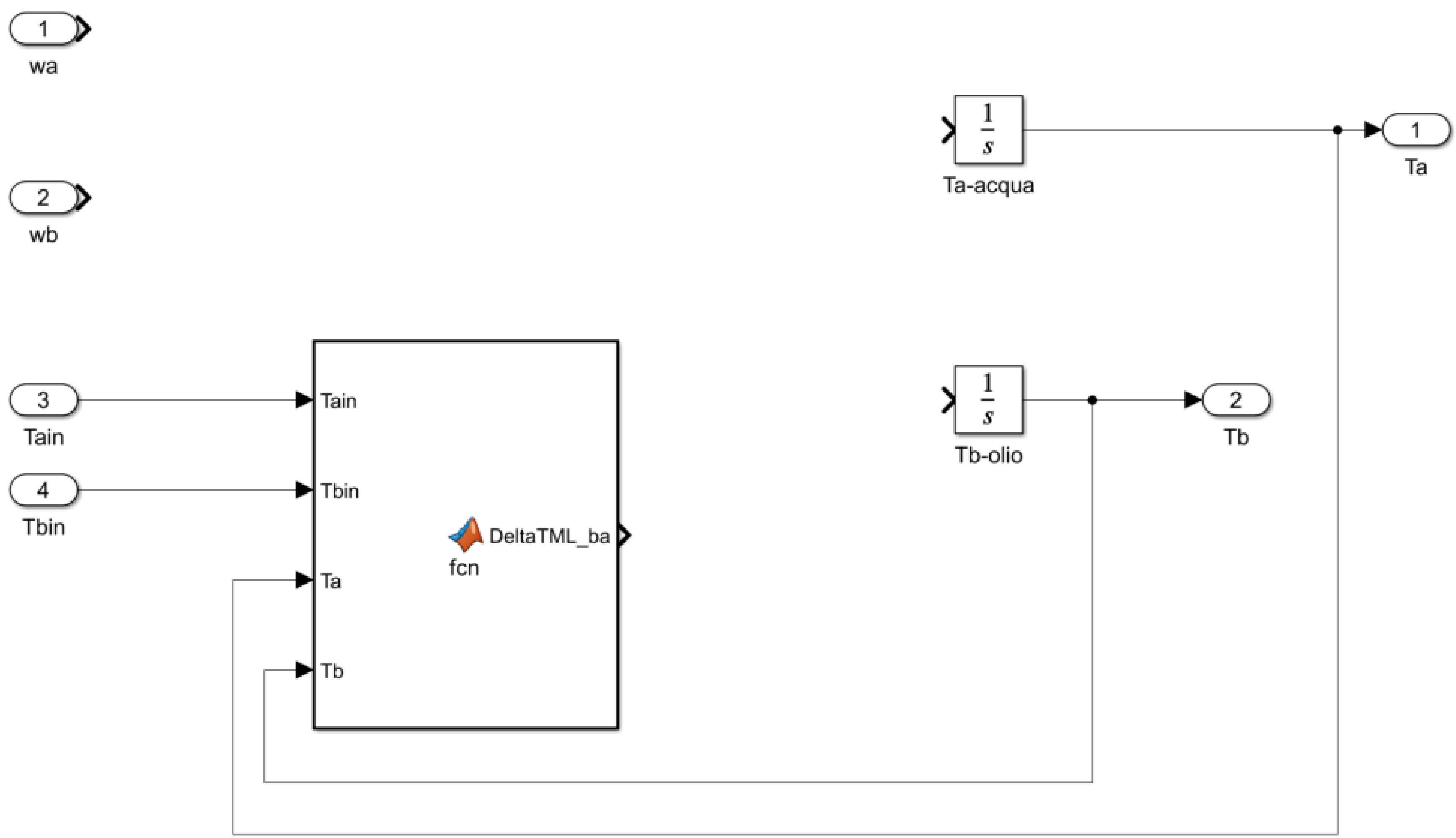
Realizziamo un blocco funzione preposto per ricevere in ingresso le temperature `Tain,Tbin,Ta,Tb` e per restituire in uscita la media logaritmica determinata secondo la formula precedentemente riportata

Importiamo un blocco «Matlab function», e dopo aver fatto doppio click su di esso inseriamo nel corpo della funzione il seguente codice:

```
function DeltaTML_ba = fcn(Tain,Tbin,Ta,Tb)

DT1=Tbin-Ta;
DT2=Tb-Tain;

if (DT1 ~= DT2)
    DeltaTML_ba =(DT1-DT2)/log(DT1/DT2);
else
     DeltaTML_ba =DT1;
end
```



Ora all interno del Subsystem troviamo i blocchi soprariportati.
Colleghiamo i relativi segnali ai terminali di ingresso del blocco funzione

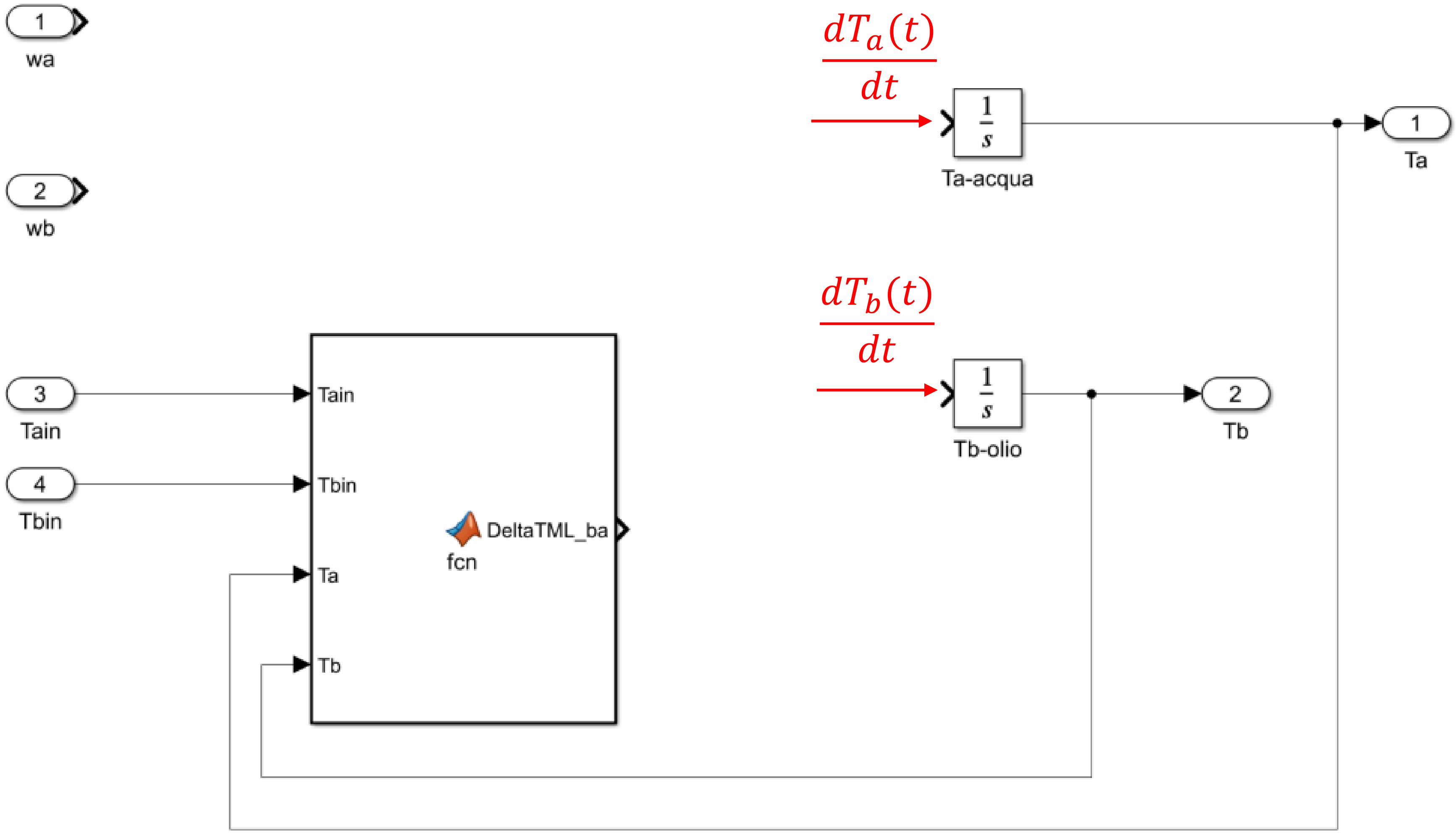

1
wa
2
wb
3
Tain
4
Tbin
Tain
Tbin
Ta
Tb
DeltaTML_ba
fcn
1/s
Ta-acqua
1
Ta
1/s
Tb-olio
2
Tb

Ora che abbiamo costruito il segnale ΔT_{ba}^{ML}, costruiamo i segnali $\frac{dT_a(t)}{dt}$ e $\frac{dT_b(t)}{dt}$, secondo le espressioni seguenti:

$$\frac{dT_a(t)}{dt} = \frac{1}{m_a} w_a(t)\left(T_{a,IN} - T_a(t)\right) + \frac{1}{m_a c_a R_{ba}} \Delta T_{ba}^{ML}$$

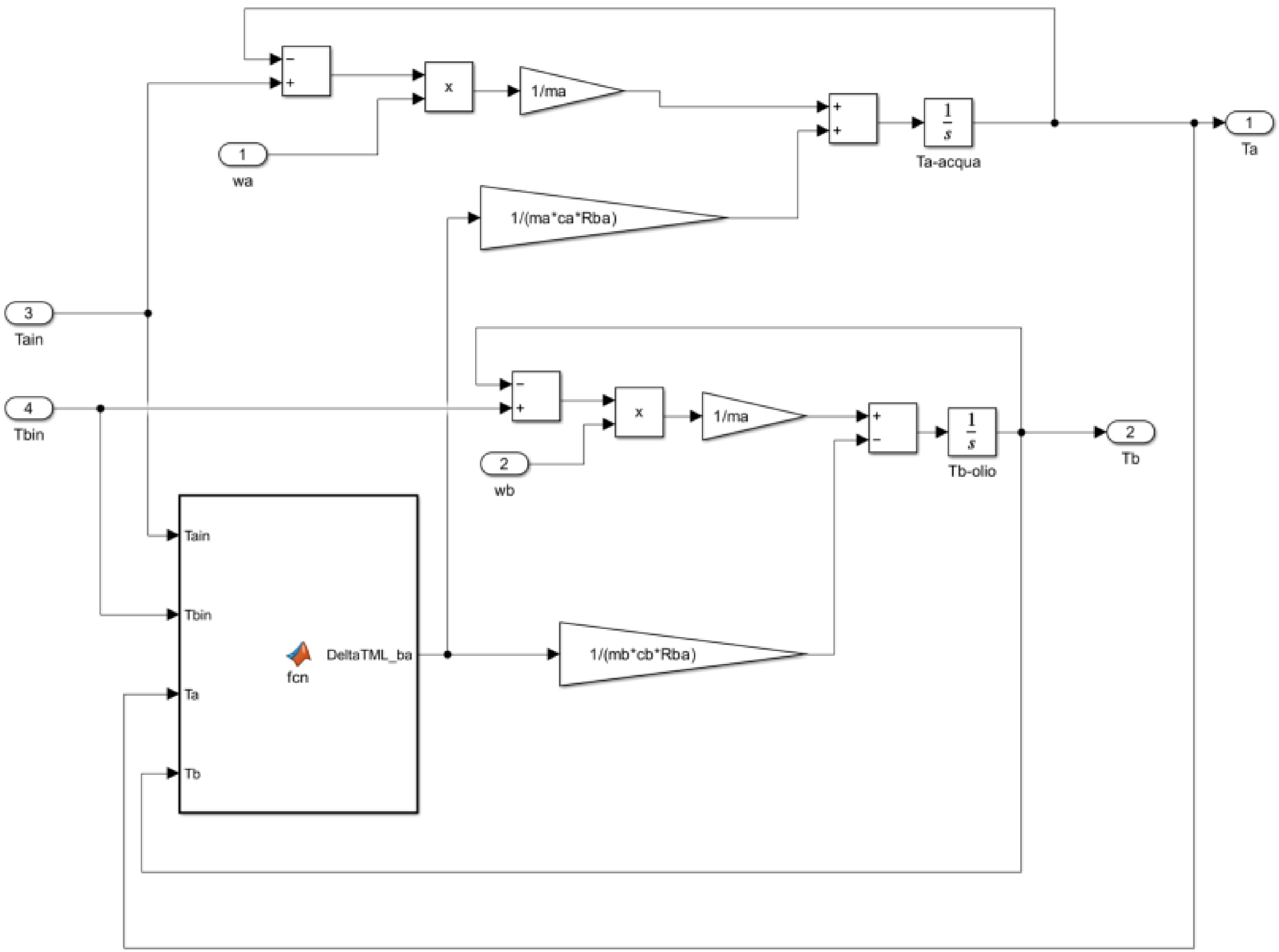
$$\frac{dT_b(t)}{dt} = \frac{1}{m_b} w_b(t)\left(T_{b,IN} - T_b(t)\right) - \frac{1}{m_b \mathrm{c_b} R_{ba}} \Delta T_{ba}^{ML}$$

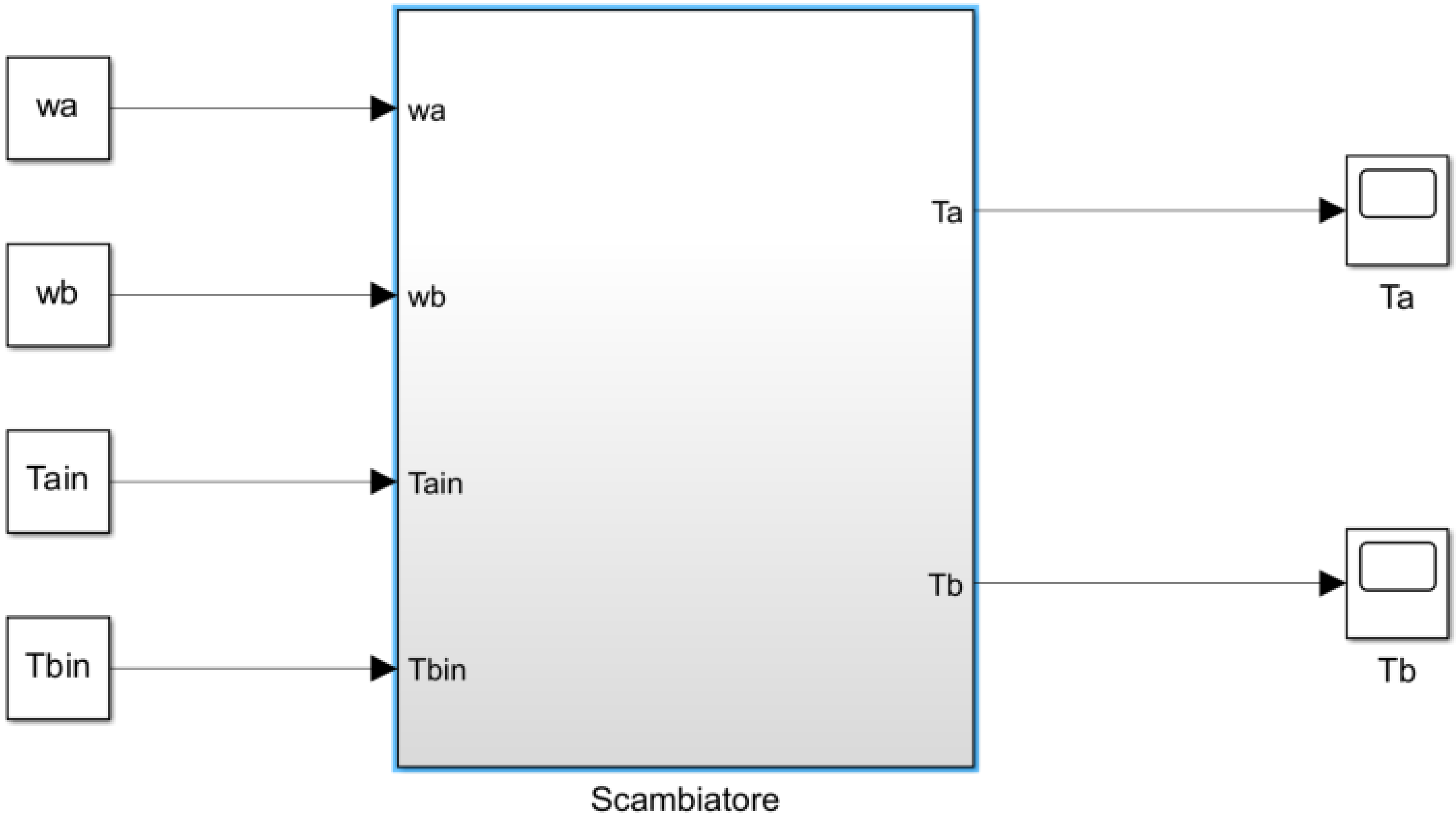
Tali due segnali dovranno alimentare rispettivamente il primo ed il secondo blocco integratore (v. rappresentazione nella slide successiva)


1
wa
2
wb
3
Tain
4
Tbin
Tain
Tbin
Ta
Tb
DeltaTML_ba
fcn
$\frac{dT_a(t)}{dt}$
$\frac{1}{s}$
Ta-acqua
1
Ta
$\frac{dT_b(t)}{dt}$
$\frac{1}{s}$
Tb-olio
2
Tb

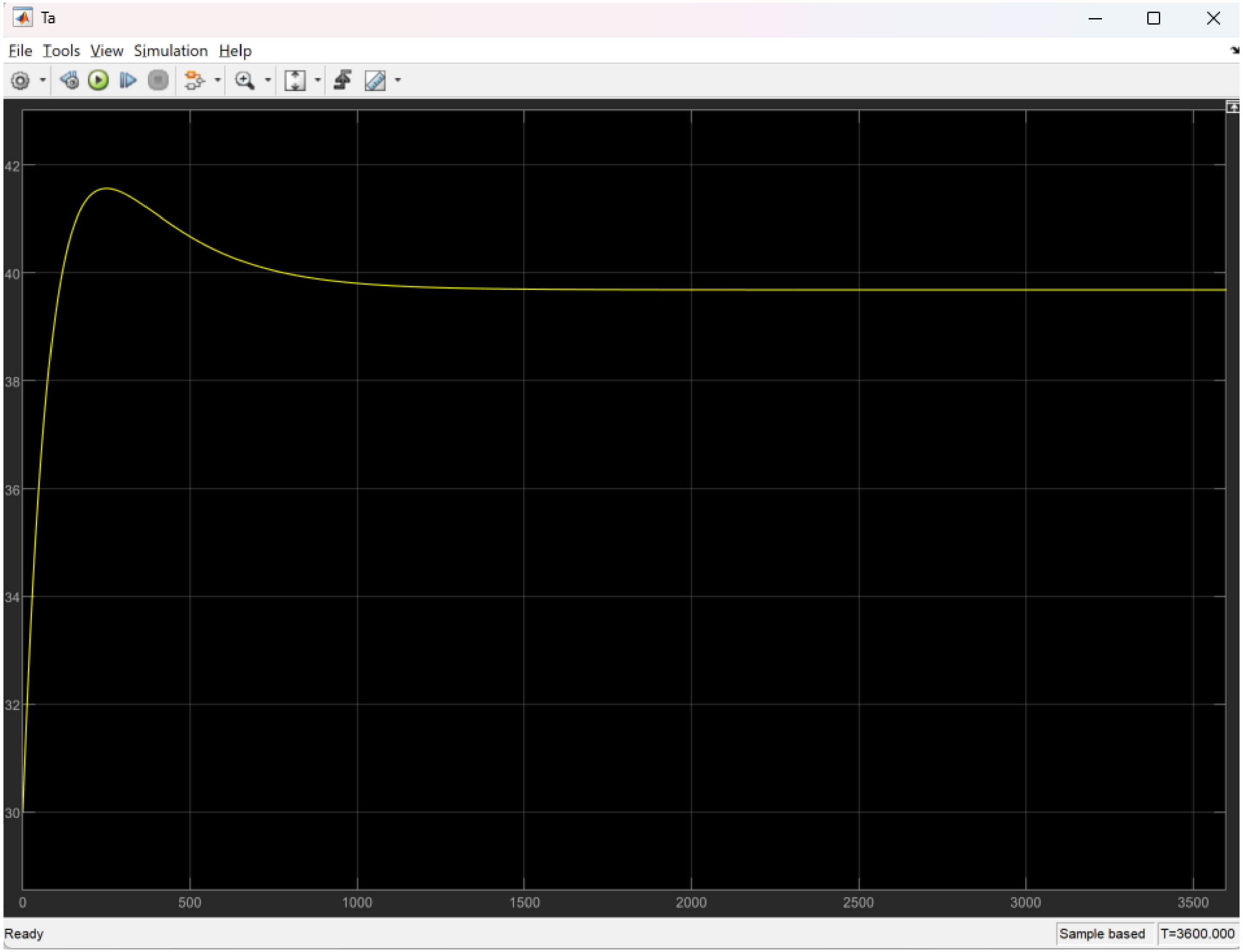
Modello completo:

ScambControcorrente_dati.m ScambControcorrente_modello.slx

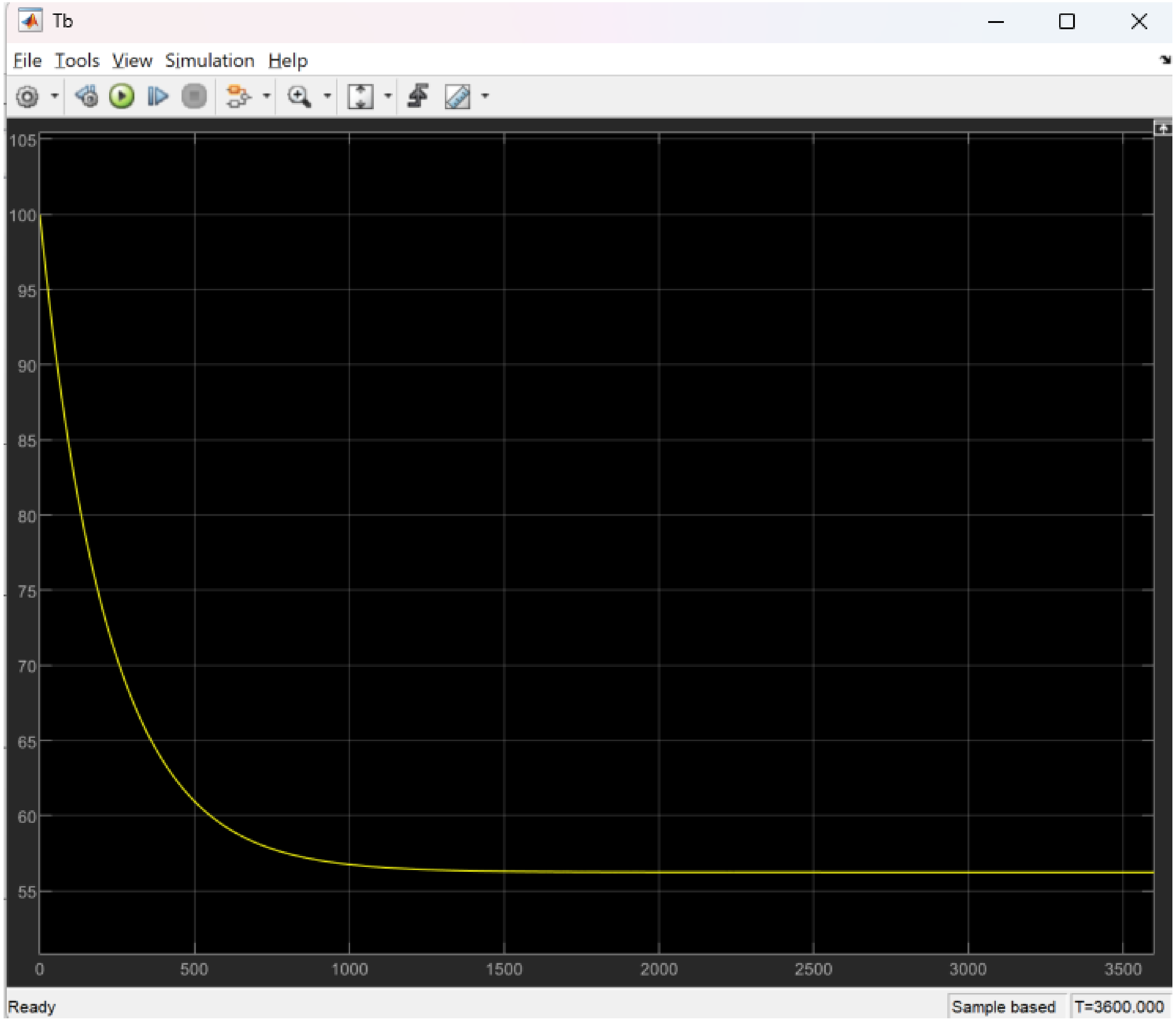



wa
wb
Tain
Tbin
wa
wb
Tain
Tbin
Ta
Tb
Scambiatore
Ta
Tb

Analizziamo mediante blocchi «Scope» le evoluzioni temporali delle due temperature dei fluidi all'uscita dallo scambiatore



Analizziamo mediante blocchi «Scope» le evoluzioni temporali delle due temperature dei fluidi all’uscita dallo scambiatore



Calcolo delle temperature di uscita T_a^* , T_b^* in regime stazionario

$$w_a(t) = cost. = w_a$$

$$w_b(t) = cost. = w_b$$

I valori T_a^* , T_b^* delle temperature $T_a(t)$ e $T_\mathrm{b}(t)$ in regime stazionario sono soluzioni del sistema di equazioni non lineari che si ricavano azzerando il membro destro del modello

$$\frac{dT_a(t)}{dt} = \frac{1}{m_a} w_a\left(T_{a,IN} - T_a^*\right) + \frac{1}{m_a c_a R_{ba}} \frac{\left(T_{b,IN} - T_a^*\right) - \left(T_b^* - T_{a_{IN}}\right)}{\ln\left(\left(T_{b,IN} - T_a^*\right)/\left(T_b^* - T_{a_{IN}}\right)\right)} = 0$$

$$\frac{dT_b(t)}{dt} = \frac{1}{m_b} w_b\left(T_{b,IN} - T_b^*\right) - \frac{1}{m_b \mathrm{c_b} R_{ba}} \frac{\left(T_{b,IN} - T_a^*\right) - \left(T_b^* - T_{a_{IN}}\right)}{\ln\left(\left(T_{b,IN} - T_a^*\right)/\left(T_b^* - T_{a_{IN}}\right)\right)} = 0$$

$$w_a\left(T_{a,IN} - T_a^*\right) + \frac{1}{c_a R_{ba}} \frac{\left(T_{b,IN} - T_a^*\right) - \left(T_b^* - T_{a_{IN}}\right)}{\ln\left(\left(T_{b,IN} - T_a^*\right)/\left(T_b^* - T_{a_{IN}}\right)\right)} = F_1\left(T_a^*, T_b^*\right) = 0$$

$$w_b\left(T_{b,IN} - T_b^*\right) - \frac{1}{\mathrm{c_b} R_{ba}} \frac{\left(T_{b,IN} - T_a^*\right) - \left(T_b^* - T_{a_{IN}}\right)}{\ln\left(\left(T_{b,IN} - T_a^*\right)/\left(T_b^* - T_{a_{IN}}\right)\right)} = F_2\left(T_a^*, T_b^*\right) = 0$$

Sistema di equazioni algebriche non lineari

$$F_1\left(T_a^*, T_b^*\right) = 0$$

$$F_2\left(T_a^*, T_b^*\right) = 0$$

Risolviamo il sistema non lineare con la funzione Matlab `fsolve`

Calcolo di T_a^* , T_b^*

```
x0 = [60,60];

Fun = @(x)sistemaNL(x,wa,wb,Tain,Tbin,ca,cb,Rba);
xSOL = fsolve(Fun,x0)
VERIF=Fun(xSOL)

% definizione function
function F = sistemaNL(x,wa,wb,Tain,Tbin,ca,cb,Rba);

DT1=Tbin-x(1);
DT2=x(2)-Tain;

F(1) = wa*(Tain-x(1))+1/(Rba*ca)*(DT1-DT2)/log(DT1/DT2);
F(2) = wb*(Tbin-x(2))-1/(Rba*cb)*(DT1-DT2)/log(DT1/DT2);
end
```

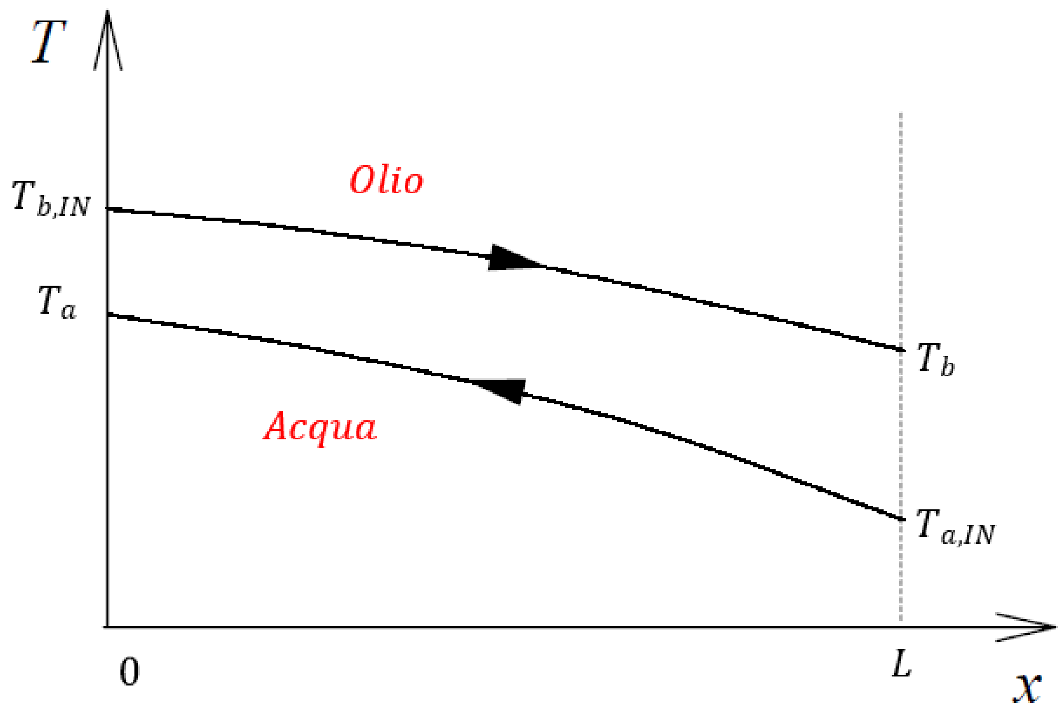
Output nel prompt

```
Equation solved.

fsolve completed because the vector of function values is near zero
as measured by the value of the function tolerance, and
the problem appears regular as measured by the gradient.

<stopping criteria details>

xSOL =

   39.6844   56.2371


VERIF =

   1.0e-10 *

   -0.0732    0.1622
```

Realizziamo un sistema di controllo in retroazione, utilizzando come variabile manipolabile la portata wa e avendo come obiettivo quello di regolare la temperatura di uscita Tb dell'olio.

```
ScambControcorrente_dati_FB.m

ScambControcorrente_modello_FB.slx
```

Come si potrebbe rendere più accurato il modello in modo che possano essere caratterizzati dinamicamente i gradienti di temperatura lungo la coordinata longitudinale?



Modello a tempo discreto (metodo di Eulero)

$T_a(kT_c) = T_{a,k}$ $\quad$ $T_b(kT_c) = T_{b,k}$ $\quad$ $w_a(kT_c) = w_{a,k}$ $\quad$ $w_b(kT_c) = w_{b,k}$

$$T_{a,k+1} = T_{a,k} + T_c\left[\frac{1}{m_a} w_{a,k}\left(T_{a,IN} - T_{a,k}\right) + \frac{1}{m_a c_a R_{ba}} \Delta T_{ba}^{ML}(k)\right]$$

$$T_{b,k+1} = T_{b,k} + T_c\left[\frac{1}{m_b} w_{b,k}\left(T_{b,IN} - T_{b,k}\right) - \frac{1}{m_b c_b R_{ba}} \Delta T_{ba}^{ML}(k)\right]$$

$$\Delta T_{ba}^{ML}(k) = \begin{cases} \dfrac{\left(T_{b,IN} - T_{a,k}\right) - \left(T_{b,k} - T_{a_{IN}}\right)}{\ln\left(\left(T_{b,IN} - T_{a,k}\right)/\left(T_{b,k} - T_{a_{IN}}\right)\right)} & \left(T_{b,IN} - T_{a,k}\right) \neq \left(T_{b,k} - T_{a_{IN}}\right) \\ \left(T_{b,IN} - T_{a,k}\right) & \left(T_{b,IN} - T_{a,k}\right) = \left(T_{b,k} - T_{a_{IN}}\right) \end{cases}$$

File scambiatoremodelloTD.m

```
Tsimulazione=10000;

Ta0=30;
Tb0=100;

Tc=5;

numsample=Tsimulazione/Tc;

Tak_vec=zeros(numsample,1);
Tbk_vec=zeros(numsample,1);

Tak_vec(1)=Ta0;
Tbk_vec(1)=Tb0;

for i=1:numsample

Tak= Tak_vec(i);
Tbk= Tbk_vec(i);
DT1=Tbin-Tak;
DT2=Tbk-Tain;

if (DT1 ~= DT2)
DTMLba=(DT1-DT2)/log(DT1/DT2);
else DTMLba=DT1;
end

Tak = Tak+Tc*( 1/ma*wa*(Tain-Tak)+1/(Rba*ma*ca)*DTMLba );
Tbk = Tbk+Tc*( 1/mb*wb*(Tbin-Tbk)-1/(Rba*mb*cb)*DTMLba );

Tak_vec(i+1)=Tak;
Tbk_vec(i+1)=Tbk;

end
```

File scambiatoremodelloTD.m

```
figure(1)
plot((0:Tc:Tsimulazione)/60,Tak_vec),grid
title('Ta')
xlabel('Tempo [min]')


figure(2)
plot((0:Tc:Tsimulazione)/60,Tbk_vec),grid
title('Tb')
xlabel('Tempo [min]')
```