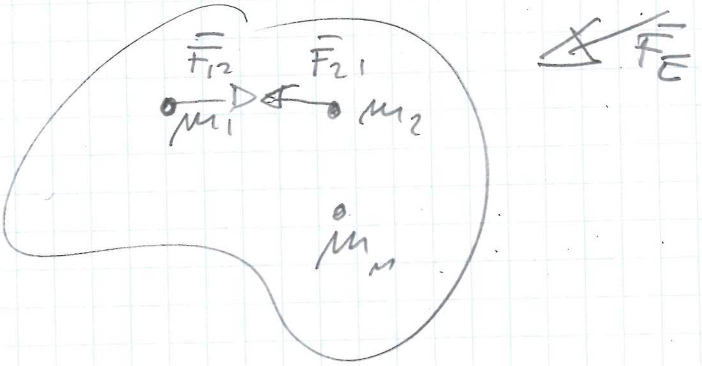
DINAMICA DEI SISTEMI DI PUNTI MATERIALI

Consideriamo ora n punti (INTERNI) interagenti sia fra loro che l'ESTERNO



Sul punto i agiscono sia forze interne $\bar{F}_i^I$ che forze esterne $\bar{F}_i^E$. LA RISULTANTE

$$\bar{F}_i = \bar{F}_i^E + \bar{F}_i^I$$

- PERCHÉ È IMPORTANTE LA DISTINZIONE TRA FORZE ESTERNE ED INTERNE?

Per LA TERZA LEGGE DI NEWTON LA RISULTANTE DI tutte le forze interne agenti nel sistema è zero

$$\sum_i \bar{F}_i^{(I)} = 0$$

Per il sistema di punti definiamo le seguenti grandezze meccaniche

Per il $\boxed{\text{SINGOLO PUNTO}}$

massa m_i

posizione $\bar{r}_i$

velocità $\bar{v}_i$

accelerazione $\bar{a}_i$

quantità di moto $\bar{p}_i = m_i v_i$

Momento angolare $\bar{L}_i = \bar{r}_i \times \bar{p}_i$

Energia cinetica $E_{ki} = \frac{1}{2} m_i v_i^2$

Per l' $\boxed{\text{intero sistema}}$

QUANTITÀ DI MOTO TOTALE

$$\bar{P} = \sum_i \bar{p}_i = \sum_i m_i v_i$$

MOMENTO ANGOLARE TOTALE

$$\bar{L} = \sum_i L_i = \sum_i (\bar{r}_i \times \bar{p}_i)$$

ENERGIA CINETICA TOTALE

$$E_k = \sum_i E_{ki} = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

MASSA TOTALE

$$M = \sum_i m_i$$

DEFINIAMO $\boxed{\text{CENTRO DI MASSA}}$ il punto

DI coordinate

$$\bar{r}_{CM} = \frac{\sum_i m_i \bar{r}_i}{\sum_i m_i} = \frac{m_1 \bar{r}_1 + \dots m_n \bar{r}_n}{M}$$

In coordinate cartesiane

$$x_{CM} = \frac{\sum_i m_i x_i}{M}$$

$$y_{CM} = \frac{\sum_i m_i y_i}{M}$$

$$z_{CM} = \frac{\sum_i z_i}{M}$$

Calcoliamo ora velocità ed accelerazione del c di m

$$\frac{d\bar{r}_{CM}}{dt} = v_{CM} = \frac{\sum_i m_i v_i}{M} = \frac{P}{M}$$

$$\Rightarrow \boxed{M \bar{v}_{CM} = \bar{P}}$$

QUANTITÀ DI MOTO TOTALE È

come se tutta la massa fosse concentrata in $\bar{r}_{CM}$

$$\bar{a}_{cm} = \frac{d v_{cm}}{dt} = \frac{\sum_i m_i \frac{d\bar{v}_i}{dt}}{M} = \frac{\sum_i m_i \bar{a}_i}{M}$$

Segue

$$M \bar{a}_{cm} = \sum_i m_i \bar{a}_i$$

Se il SR è INERZIALE

$$m_i \bar{a}_i = F_i^E + F_i^I$$

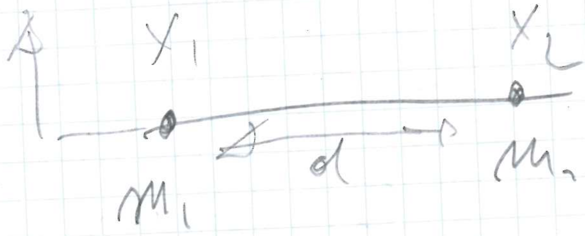
segue

$$M \bar{a}_{cm} = \sum_i \left(\bar{F}_i^E + \bar{F}_i^I \right)$$

segue

$$\boxed{F^E = M \bar{a}_{cm}}$$

Il centro di massa si muove come se tutta la massa del sistema fosse concentrata nel centro di massa e se tutte le forze esterne fossero applicate sul C d M punti



$x_2 = x_1 + d$

$$x_{cm} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{m_1 x_1 + m_2 x_1 + m_2 d}{m_1 + m_2}$$

$$= x_1 + \frac{m_2}{m_1 + m_2} d$$

se $m_2 \gg m_1$

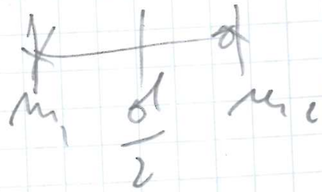
$$x_{cm} = x_1 + d = x_2$$

se $m_1 \gg m_2$

$$x_{cm} = x_1$$

se $m_1 = m_2$

$$x_{cm} = x_1 + \frac{d}{2}$$



CONSERVAZIONE QUANTITÀ DI MOTO

In un sistema isolato $\bar{F}^E = 0$

$\Rightarrow \quad \bar{a}_{CM} = 0 \quad \bar{V}_{CM} = \text{cost}$

$\bar{P} = \text{cost}$

$\Rightarrow$ se la risultante delle forze esterne è zero

la quantità di moto totale si conserva

e il CM si muove di MRU

NB: ESSENDO EQUAZIONI VETTORIALI VALGONO separatamente per le tre componenti

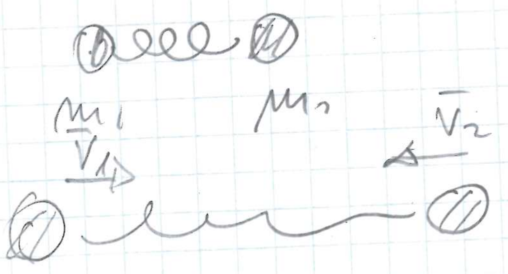
$\Rightarrow$ DISCENDE DA UNA SIMMETRIA OMOGENEITÀ DELLO SPAZIO (INV. TRASL.)

Se non agiscono forze

lo spazio è omogeneo

$\Rightarrow$ INV. TRASL

ESEMPIO



$$\bar{P} = \bar{P}_1 + \bar{P}_2 = m_1 \bar{V}_1 + m_2 \bar{V}_2$$

SE IL SISTEMA È INIZIALMENTE A RIPOSO

$\bar{P} = 0$ $\qquad m_1 \bar{V}_1 = - m_2 \bar{V}_2$

$$m_2 = m_1 \frac{V_1}{V_2}$$

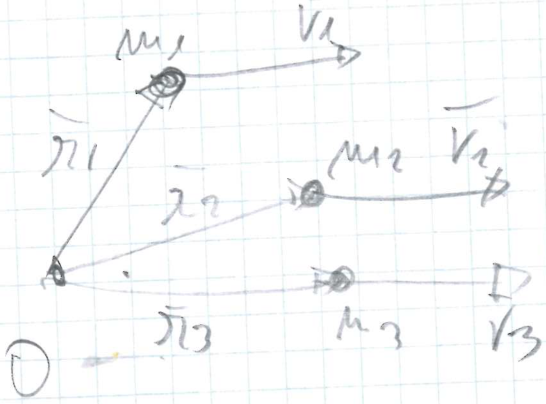
Può essere usato per misurare masse in modo dinamico

TEOREMA DEL MOMENTO ANGOLARE

MOMENTO ANGOLARE TOTALE rispetto ad un polo O IN UN SR INERZIALE

$$\bar{L} = \sum_i (\bar{r}_i \times p_i)$$

NB O non necessariamente coincide né con l'origine del S.C.C né con il C di m del sistema



O in generale può muoversi di velocità $\bar{V}_O$ rispetto al SR INERZIALE

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \sum_i \left(\frac{d\bar{r}_i}{dt} \times m_i \bar{v}_i \right) + \sum_i \left(\bar{r}_i \times m_i \frac{d\bar{v}_i}{dt} \right)$$

$$\frac{d\bar{r}_i}{dt} = \bar{v}_i - \bar{v}_0$$

SR INERZIALE

$$m_i \frac{d\bar{v}_i}{dt} = m_i \bar{a}_i = \bar{F}_i = \bar{F}_i^E + \bar{F}_i^I$$

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \sum_i (\bar{v}_i - \bar{v}_0) \times m_i \bar{v}_i + \sum_i \bar{r}_i \times (\bar{F}_i^E + \bar{F}_i^I)$$

$$= -\bar{v}_0 \times \sum_i m_i \bar{v}_i + \bar{M}^E + \bar{M}^I$$

$$= -\bar{v}_0 \times m \bar{v}_C + \bar{M}^E + \bar{M}^I$$

$$= -\bar{v}_0 \times \bar{P} + \bar{M}^E + \bar{M}^I$$

$\bar{M}^I = 0$ INFATTI M^I_{ij} – MOMENTO FORZE INTERNE $F^I_{ij} = -F_{ji}$

$$M^{(I)}_{ij} = \bar{r}_j \times \bar{F}_{ij} + \bar{r}_i \times \bar{F}_{ji}$$

$$= (\bar{r}_j - \bar{r}_i) \times \bar{F}_{ij} = 0$$

Ma $\bar{r}_j - \bar{r}_i$ PARALLELO a $\bar{F}_{ij}$

SEGUE

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \bar{M}^E - \bar{v}_0 \times \bar{P}$$

IL termine $\bar{V}_0 \times \bar{P}$ è nullo quando

1. O non si muove nel sistema S $\Rightarrow \bar{V}_0 = 0$

2. Il CdM non si muove $\Rightarrow \bar{P} =$

3. O coincide con il CdM
$\bar{V}_0 = \bar{V}_{CM}$

4. $\bar{V}_0 \parallel \bar{V}_{CM}$

IN TUTTI QUESTI CASI

$$\bar{M}^E = \frac{d\bar{L}}{dt}$$

$\Rightarrow$ se è nullo il momento totale delle forze rispetto a O

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = 0 \qquad L = \text{cost}$$

Il momento angolare totale si conserva

$\Rightarrow$ conservazione del momento angolare discende dalla simmetria per rotazioni intorno ad O

$\Longrightarrow$ ISOTROPIA DELLO SPAZIO

NB. $\bar{M}^E = 0$ si può verificare quando

- Non agiscono forze esterne sul sistema in questo caso si conserva anche $\bar{P}$

- Il momento totale delle forze esterne è nullo rispetto ad O ma non rispetto ad un altro punto

$\Rightarrow$ $\bar{P}$ in questo caso ~~...~~ non si conserva

ES: FORZE CENTRALI

SISTEMA DI RIFERIMENTO DEL C. di M

- È spesso molto utile considerare un S.R. SOLIDALE NEL CdM del sistema di punti

proprietà

- origine O sta nel c di M e gli assi non cambiano direzione
- sistema NON inerziale in quanto il moto del c di M è trasla ma NON UNIFORME $\bar{a}_{CM} \neq 0$
- È INERZIALE solo se
$$\bar{F}^{(E)} = 0 \Rightarrow \bar{a}_{CM} = 0$$
- IN GENERALE ABBIAMO FORZE FITTIZIE

$\Rightarrow$ Abbiamo
$$\bar{r}'_{CM} = \bar{v}'_{CM} = \bar{a}_{CM} = 0$$

segue
$$\sum_i m_i \bar{r}_i = 0 \qquad P = \sum_i m_i \bar{v}'_i = 0$$
$$\sum_i m_i \bar{a}_i = 0$$

N.B. sui singoli punti
agisce una forza di TRASCINAMENTO

$$-m_i \bar{a}_t = -m_i \bar{a}_{CM}$$

(FITTIZIA) ABBIAMO QUINDI

$$F_i^{(E)} - F_i^{(I)} - m_i \bar{a}_{CM} = m_i \bar{a}'_i$$

• Il teorema del MOMENTO ANGO

$$\bar{M}'^{(E)} = \frac{d\bar{L}'}{dt}$$

vale anche se il sistema NON È INERZIALE se si prende come polo il C.d.M del sistema

Infatti il momento meccanico delle forze inerziali $= 0$

$$M'^{(E)} = \sum_i \bar{r}'_i \times (\bar{F}_i^{(E)} - \underbrace{m_i \bar{a}_{CM}}_{\text{FITTIZIO}})$$

$$= \sum_i \bar{r}'_i \times \bar{F}_i^{(E)} - \sum_i \bar{r}'_i \times m_i \bar{a}_{CM}$$

$$= \sum_i (\bar{r}'_i \times F_i^{(E)}) - \overbrace{\sum_i (m_i \bar{r}'_i)}^{=0} \times \bar{a}_{CM}$$

$$= \sum_i (\bar{r}'_i \times \bar{F}_i^{E})$$

TEOREMI DI KÖNIG

⇒ RELAZIONE TRA MISURE DI MOMENTO ANGOLARE E ENERGIA CINETICA TRA GENERICO SR INERZIALE E S. NEL C.d.M.

MOMENTO ANGOLARE SR INERZIALE

$$\bar{L} = \sum_i \bar{r}_i \times m_i \bar{v}_i$$

PASSIAMO ORA A SR NEL C.d.M

$$\bar{r}_i = \bar{r}'_i + \bar{r}_{cm}$$

$$\bar{v}_i = \bar{v}'_i + \bar{v}_{cm}$$

$$\bar{L} = \sum_i (\bar{r}'_i + \bar{r}_{cm}) \times (\bar{v}'_i + \bar{v}_{cm}) m_i$$

$$= \sum_i \bar{r}'_i \times m_i \bar{v}'_i + \underbrace{\left(\sum_i m_i \bar{r}'_i\right)}_{0} \times \bar{v}_{cm}$$

$$+ \underbrace{\bar{r}_{cm} \times \sum_i m_i \bar{v}'_i}_{0}$$

$$0 + \sum_i m_i \bar{r}_{cm} \times \bar{v}_{cm}$$

$$\bar{L} = \sum_i \bar{r}'_i \times m_i \bar{v}'_i + M \bar{r}_{cm} \times \bar{v}_{cm}$$

$$= \bar{L}' + \bar{L}_{cm}$$

⇒ Il momento angolare MISURATO NEL SR inerziale è la somma del MOMENTO ANG. misurato nel SR DEL c.d.m + il momento angolare generato dal moto del c.d.m (come se tutta la massa fosse concentrata nel c.d.m.

TEOREMA DI KOENIG PER L'ENERGIA CINETICA

- Energia cinetica nel sistema inerziale

$$E_K = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2$$

$$\bar{v}_i = \bar{v}_i' + \bar{v}_{cm}$$

$$E_K = \sum_i \frac{1}{2} m_i (\bar{v}_i' + \bar{v}_{cm})(\bar{v}_i' + \bar{v}_{cm})$$

$$= \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i'^2 + \underbrace{\left(\sum_i m_i \bar{v}_i'\right)}_{=0} \cdot \bar{v}_{cm} + \frac{1}{2}\sum_i m_i v_{cm}^2$$

$$= E_K' + \frac{1}{2} m v_{cm}^2$$

⇒ Energia cinetica nel SR inerzi[ale]

= Somma E.C nel SR

C d M + Energia cinetica

del C d M

OSSERVAZIONI

QUANTITÀ DI MOTO : $\begin{cases} P' = 0 & \text{nel SR del C.} \\ \bar{P} = M \bar{V}_{cm} & \text{SR I} \end{cases}$

NON SERVE CON. MOTO INT.

MOMENTO ANGOLARE
ENENERGIA CINTE

$\bar{L} = \bar{L}' + \bar{L}_{cm}$

$E_K = E_K + E_{Kcm}$

NON BASTA CONOSCERE

L_{cm} e E_{Kcm}

⇒ NECESSARIA CONOSCENZA MOTO INTERNO

⇒ se $\bar{L}_{cm} = 0 \not\Rightarrow \bar{L} = 0$

se $E_{CM} = 0 \Rightarrow E = 0$

(contributo INTERNO !!)

Calcoliamo il lavoro fatto da forze esterne ed interne sul sistema di punti materiali

$$dW_i = \bar{F}_i \cdot d\bar{r}_i = \left(\bar{F}_i^{(E)} + \bar{F}_i^{(I)}\right) \cdot d\bar{r}_i$$

NB: ora le forze interne fanno lavoro tra loro

$$\bar{F}_{iJ} \cdot d\bar{r}_J + \bar{F}_{Ji} \, d\bar{r}_i$$
$$= \bar{F}_{iJ} \cdot \left(d\bar{r}_J - d\bar{r}_i \right) =$$
$$= \bar{F}_{iJ} \, d\left(\bar{r}_J - r_i\right) \neq 0 .$$

SOMMANDO ED INTEGRANDO

$$W = W^{(E)} + W^{I} = \int \sum_i \left(\bar{F}_i^E + \bar{F}_i^I\right) d\bar{r}_i$$

DAL TEOREMA DELL'ENERGIA CINETICA

B ⇒ CONF FIN

A ⇒ CONF IN

$$W = E_{KB} - E_{KA}$$

$$= \Delta E_K$$

IL LAVORO [illegible]

forze esterne ed interne

= alla variazione di energia cinetica tra stato finale e stato iniziale

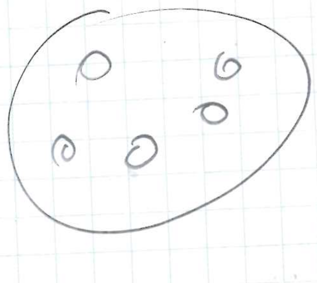
⇒ NEL CASO DI FORZE CONSERVATIVE VALE IL TEOREMA DI CONS. DELLA ENERGIA MECC.

$$W = -\Delta E_p = -(E_{pB} - E_{pA})$$

$$E_K + E_p = cost$$

NB: ANCHE IN PRESENZA DI FORZE ESTERNE L'EN. MECC. NON SI CONSERVA SE le forze interne non sono conservative

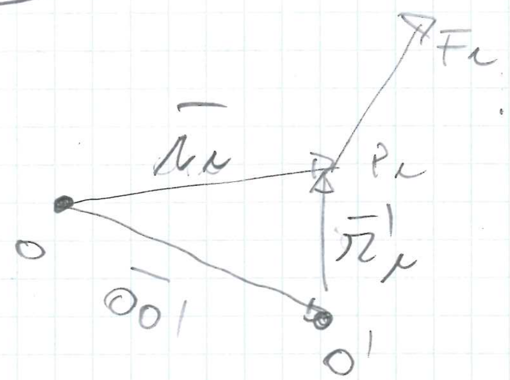
Esempio



BIGLIE

FORZE APPLICATE SU PUNTI DIVERSI

TRASF. MOM. MECC. PER CAMBIO POLO



$F = \sum_i F_i$ RISULTANTE FORZE

$$\bar{M}_O = \sum_i \bar{r}_i \times \bar{F}_i$$

$$\bar{M}_{O'} = \sum_i \bar{r}'_i \times \bar{F}_i$$

$$\bar{r}'_i = \bar{r}_i - OO'$$

$$\bar{M}_{O'} = \sum_i (\bar{r}_i - \overline{OO'}) \times \bar{F}_i$$

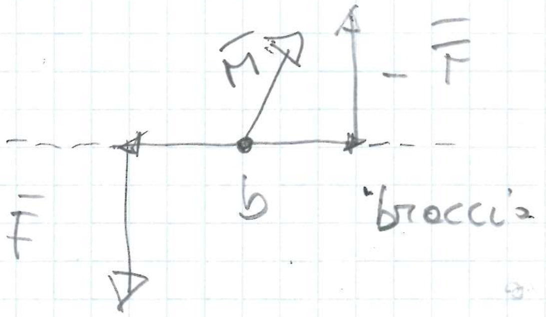
$$= \sum_i (\bar{r}_i \times \bar{F}_i) - OO' \times \sum_i F_i$$

$$= M_O + O'O \times \bar{F}$$

$$\boxed{\bar{M}_{O'} = \bar{M}_O + \overline{O'O} \times \bar{F}}$$

COPPIA DI FORZE

Forze uguali ovendi versi opposti



RISULTANTE NULLA

$\Downarrow$

NON DIPENDE DALLA SCELTA DEL P.

$$\bar{M} = M_1 + M_2 = \frac{\bar{b}}{2} \times \bar{F} - \frac{\bar{b}}{2} \times \bar{F} = \bar{b} \times \bar{F}$$

$$M = b\,f$$

$\Downarrow$

- Se le forze sono APPLICATE NELLO STESSO PUNTO $\Rightarrow$ Rappresentate solo dalla loro risultante

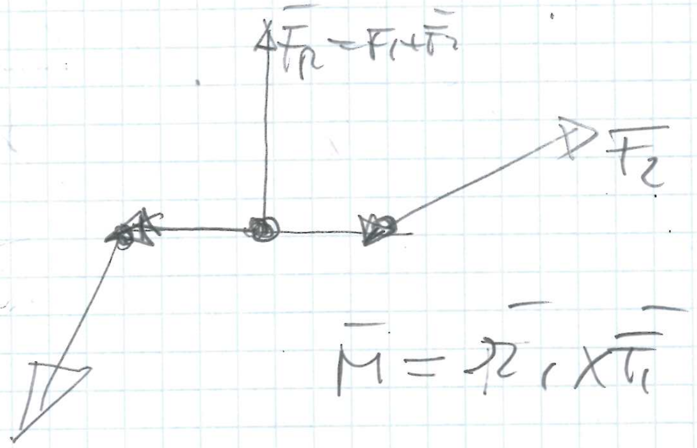
- Se due forze sono applicate in due punti diversi:

  Fissato un polo O, il sistema può essere sempre ridotto a

  - UNA FORZA $\bar{F}$ data dalla risultante delle forze applicate in O $\bar{F} = \Sigma_i \bar{F}_i$
  - Una coppia $\bar{M}$ determ

dalla somma dei momenti meccanici
avente come braccio la distanza
tra i due punti di applicazione

ESEMPIO



$$\overline{M} = \overline{r_1} \times \overline{F_1} + \overline{r_2} \times \overline{F_2}$$

FORZE PARALLELE

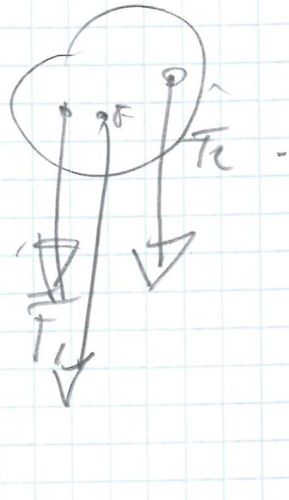
$\Rightarrow$ IN QUESTO CASO $\overline{M}$ E $\overline{F}$ non sono indipendenti

$\Downarrow$

È sempre possibile trovare un punto

C detto CENTRO DELLE FORZE PARALLELE

$$\overline{OC} = \overline{r}_C = \frac{\sum_i F_i \overline{r}_i}{\sum_i \overline{F}_i}$$



tale che

$$\overline{M} = \overline{r}_c \times \overline{F}$$

$$F = \sum_i F_i$$

un sistema molto comune di forze parallele è la forza di gravità $\bar{F}_i = m_i g$

$$\bar{r}_c = \frac{\sum_i m_i g \bar{r}_i}{\sum m_i g} = \frac{\cancel{g} \sum_i m_i \bar{r}_i}{\cancel{g} \sum m_i}$$

$\bar{r}_{CM}$

$\Downarrow$

CENTRO DELLE forze o CENTRO DI GRAVITÀ coincide con il centro di MASSA

$$\bar{M} = \bar{r}_c \times m\bar{g} = \bar{r}_{CM} \times m\bar{g} .$$

se polo = CM

$M = 0$

CASO PARTICOLARE DI SISTEMA di N PARTICELLE: LA MUTUA DISTANZA fra le particelle è fissa e non può variare nel tempo

ESEMPIO: corpi formati da materiali come acciaio cemento etc.

⇒ Le interazioni tra atomi e molecole sono tali che a livello MACROSCOPICO (FORZE ELETTRICHE) sono forti

⇒ N.B. sostanziale differenza con i FLUIDI (GAS LIQUIDI)

⇒ Intuitivamente il moto di un CR può essere caratterizzato da un MOTO DI INSIEME per es. CdM e di altri moti per es. rotazione intorno al C. di M.

ESEMPIO PALLA DI BILIARDO
RUOTA

NESSUN RUOLO $\Rightarrow$ il moto del corpo è completamente determinato dalle forze esterne

SIST. DI RIFERIMENTO USATI

1. sistema di riferimento inerziale ESTERNO

2. sistema di riferimento del centro di massa del C.R.

3. sistema di riferimento SOLIDALE CON IL CORPO

Vedi figure del libro.

$\Rightarrow$ L'ESTERNO È CARATTERIZZATO DA

① Risultante delle forze esterne
$\bar{F}^{(E)} \sim F$ (NOTAZIONE)

② Momento risultante esterno
$\bar{M}^{(E)} = M$ (NOTAZIONE)

$\bar{F} = m \cdot \bar{a}_{cm}$ $\bar{M} = \frac{d\bar{L}}{dt}$

$W = \Delta E_K$

CORPO CONTINUO

distanza tra atomi molto piccola

$\sim 10^{-10}$ m $\quad 1(\mu m)^3$ di alluminio $\Rightarrow 10^{10}$ ATOMI

se consideriamo un corpo con dimensioni di ~ 1 m

o anche 1 mm

possiamo considerarlo con buona approssimazione un CORPO CONTINUO

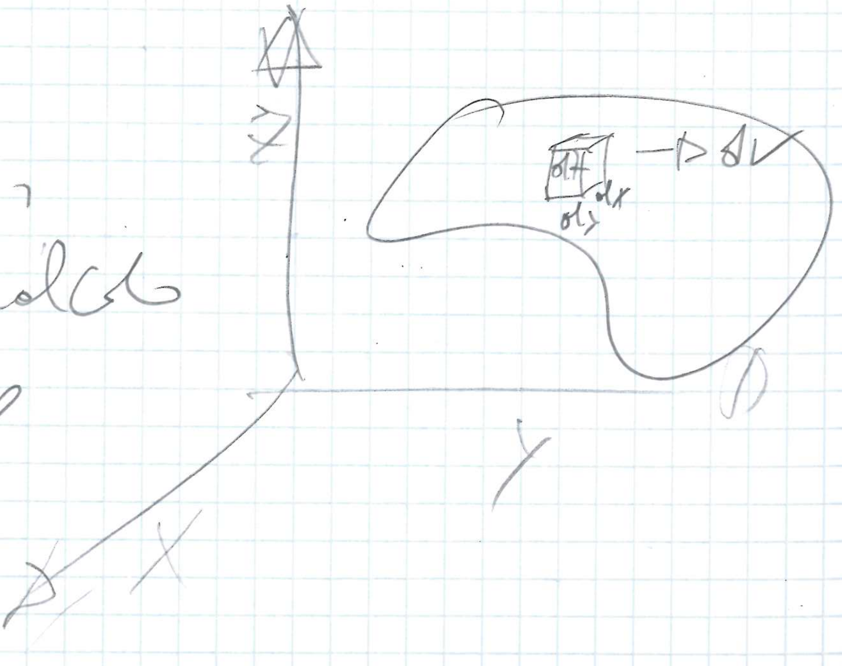
$\Rightarrow$ Tutti i parametri che descrivono il corpo

sono funzioni CONTINUE di (x, y, z)

$m(x, y, z)$

$\Downarrow$

Possiamo quindi usare il calcolo differenziale e integrale



DENSITÀ

Descrive la distribuzione di massa all'interno del corpo

$$\rho = \frac{dm}{dV}$$

segue

$$dm = \rho \, dV$$

$$m = \int_V \rho \, dV = \int_V \rho(x,y,z) \, dx\,dy\,dz$$

$\Rightarrow$ corpi in cui $\rho = \text{cost}$

$\Rightarrow$ OMOGENEI ES: [illegible]

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad m = \rho V$$

CORPI NON OMOGENEI

DENSITÀ MEDIA

$$\bar{\rho} = \frac{m}{V}$$ ES: TERRA

CORPI IN 2D E 1D

$$\rho_S = \frac{dm}{dS} \Rightarrow m = \int_S \rho_S \, dS$$

$$\rho_\ell = \frac{dm}{d\ell} \rightarrow m = \int_L \rho_\ell \, d\ell$$

ESEMPI: VEDI LIBRO

UNITÀ DI MISURA

$$[\rho] = ML^{-3} \Rightarrow kg/m^3 = kg\, m^{-3}$$

CENTRO DI MASSA PER CORPI RIGIDI CONTINUI

$$\bar{r}_{CM} = \frac{\sum_i m_i r_i}{\sum m_i} \qquad \rho = \rho(\bar{r})$$

$$m_i \to \Delta m = \rho\, \Delta V = \rho\, dV \qquad \sum \to \int dV$$

$$\bar{r}_{CM} = \frac{\int_V \rho\, \bar{r}\, dV}{\int_V \rho\, dV} = \frac{1}{m} \int_V \bar{r} \rho\, dV$$

Per $\rho =$ cost

$$\bar{r}_{CM} = \frac{\rho}{m} \int_V \bar{r}\, dV$$

$$= \frac{1}{V} \int_V \bar{r}\, dx\, dy\, dz$$

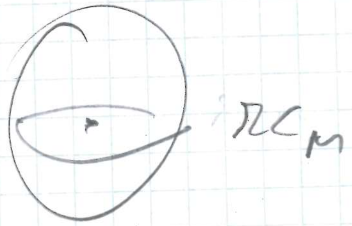
$\Rightarrow$ DIPENDE SOLO DALLA FORMA del corpo se un corpo ... (asse

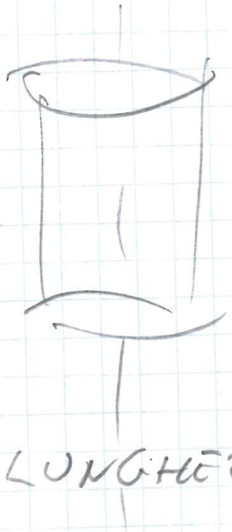
, piano) di simmetria

$$\bar{r}_{cm} \in \text{asse, piano}$$

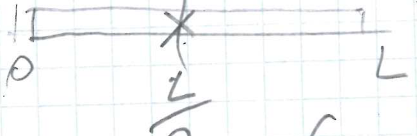
$$\bar{r}_{cm} = r_0$$

ES: sfera, cilindro



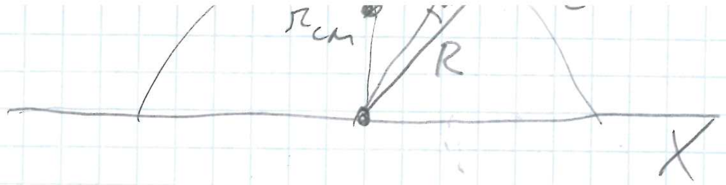


ES: BACCHETTA (1D) LUNGHEZZA



$$x_{cm} = \frac{1}{V}\int_V x\,dx = \frac{1}{L}\int_0^L x\,dx = \frac{1}{L}\frac{1}{2}L^2$$

$$= \frac{L}{2}$$



$$\bar{r}_{CM} = \frac{1}{V} \int_V \bar{r}\, dl$$

$$V = \pi R \qquad dl = R\, d\phi$$

$$\bar{r} = \frac{R}{\pi}\, \bar{u}_r$$

$$\bar{r}_{cm} = \frac{1}{\pi R} R^2 \int_0 \bar{u}_r\, d\phi$$

$$= \frac{R}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi/2} \bar{u}_r\, d\phi$$

$$\bar{u}_r = \sin\phi\, \bar{u}_x + \cos\phi\, \bar{u}_y$$

$$\bar{r}_{cm} = \frac{R}{\pi} \underbrace{\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi/2} (\sin\phi\, \bar{u}_x)\, d\phi}_{\parallel \atop 0} + \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi/2} \cos\phi\, \bar{u}_y\, d$$

$$r_{cm} = \frac{R}{\pi} \sin\phi \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi/2} u_y = \frac{2\pi}{\pi}\, \bar{u}_y$$

$$\bar{F} = \sum_i F_i = \sum_i m_i \bar{g} \Rightarrow \int \bar{g}\, dm$$

$$= \bar{g} \int dm = m\bar{g}$$

APPLICATA sul c. d. massa = BARICENTRO

MOMENTO

$$\bar{M} = \sum_i \bar{r}_i \times \bar{F}^i = \int \bar{r} \times \bar{g}\, dm$$

$$= \left(\int \bar{r}\, dm \right) \times \bar{g} = \bar{r}_{CM} \times m\bar{g}$$

$\Rightarrow$ Se il corpo rigido è libero sotto azione della sola forza peso si muove come PUNTO MATERIALE (massa concentrata nel BARICENTRO = C. d. M)

MOTO DI UN CORPO RIGIDO

⇒ si può mostrare che il moto più generale di un corpo rigido (SR IN ...) è ROTOTRASLATORIO:

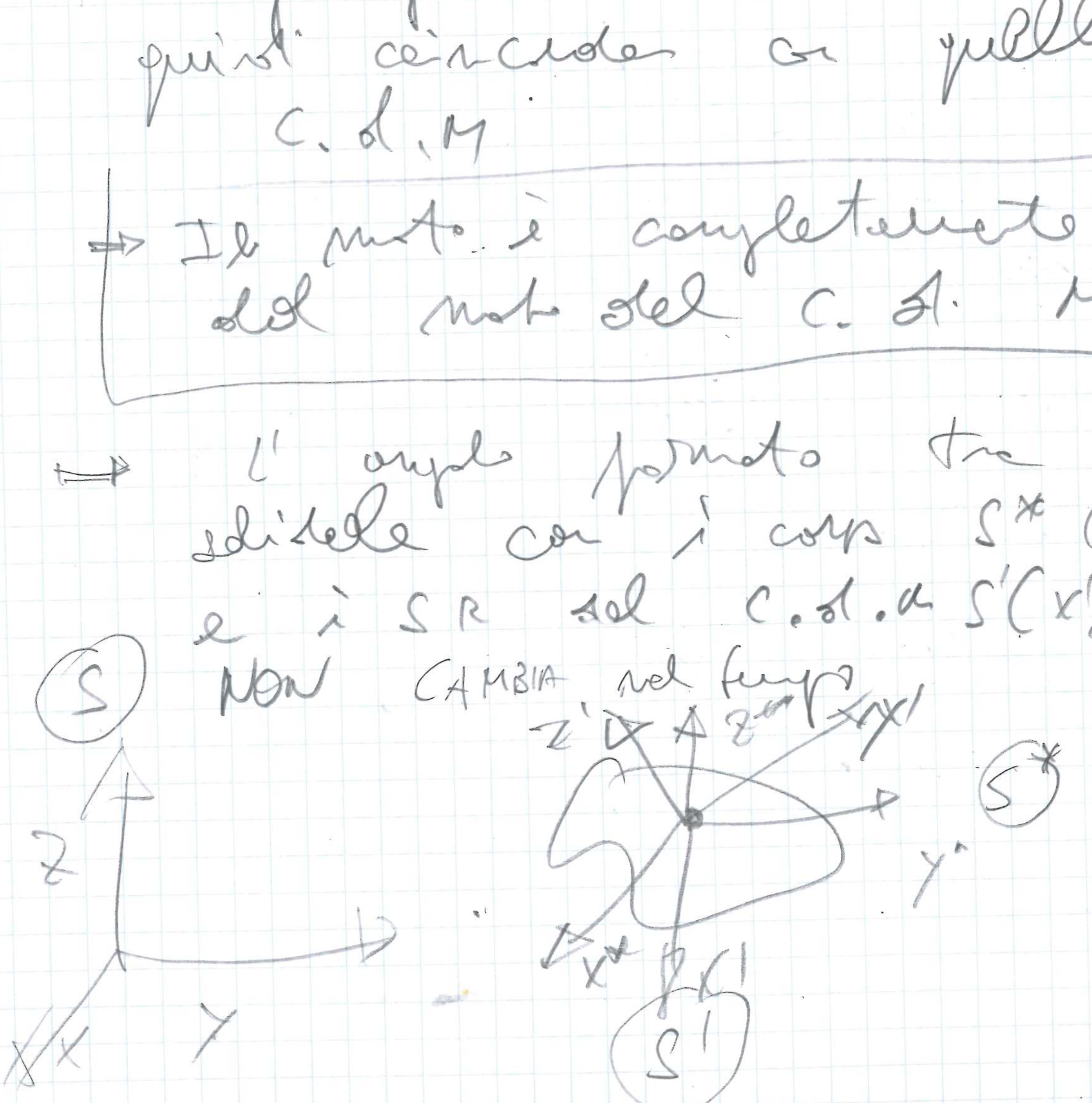
> ogni spostamento infinitesimo di un C.R può essere scritto come δ

Moto Traslatorio

⇒ Tutti i punti del C.R. percorrono la STESSA TRAIETTORIA $\bar{V}$ e $\bar{a}$ di ogni punto sono le stesse e quindi coincidono con quelle del C.d.M

> ⇒ Il moto è completamente determinato dal moto del C.d.M.

⇒ l'angolo formato tra i S.R. solidale con il corpo $S^*(x^*, y^*, z^*)$ e i SR del C.d.M $S'(x', y', z')$ NON CAMBIA nel tempo



Nel S.R del C.d.M

$$\begin{cases} V' = 0 \\ L' = 0 \\ E'_k = 0 \end{cases}$$

Nel SR INERZIALE

$$\begin{cases} \bar{V} = \bar{V}_{cm} \\ \bar{P} = m \bar{V}_{cm} \\ \bar{F} = m\, a_{cm} \end{cases}$$

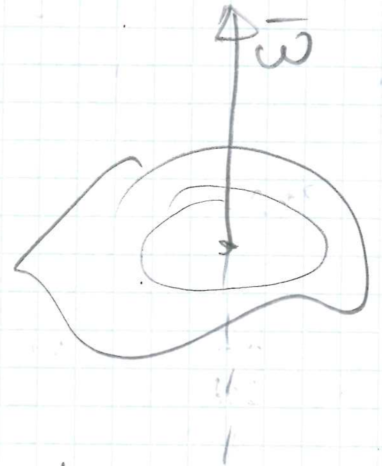
$$\bar{L} = \bar{L}_{cm} = \bar{r}_{cm} \times \bar{P} = r_{rcm} \times \bar{V}_{cm}\, m$$

ROTAZIONE

⇒ Tutti i punti descrivono un moto circolare le circonferenze stanno su piani paralleli ed hanno il centro in uno stesso ASSE (asse rotazione)

⇒ La velocità angolare $\bar{\omega}$ È LA STESSA per tutti i punti È È DIRETTA Lungo l' A di R

⇒ L' asse di rotazione può cambiare nel tempo.

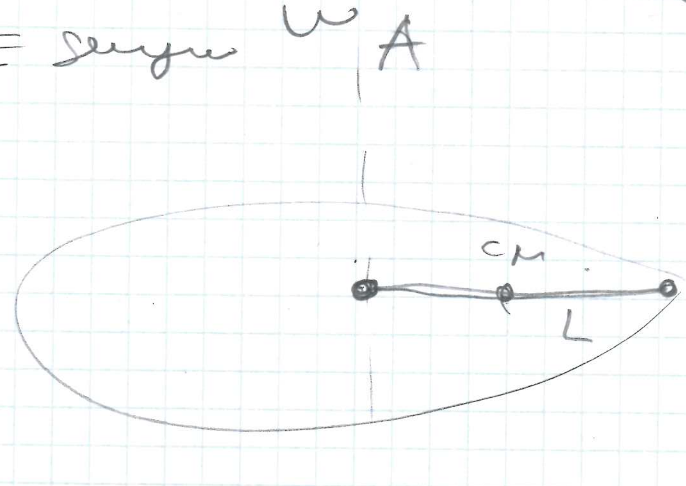


Moto caratterizzato dal momento angolare $\bar{L}$, e momento meccanico esterno $\bar{M}$

$$\bar{M} = \frac{d\bar{L}}{dt}$$

N.B. Descrizione del moto di un corpo rigido non è univoca $\Rightarrow$ dipende dalla scelta dell'asse di rotazione

Esempio



① Puramente rotatorio se si sceglie asse A

② Rototraslatorio se si usa il c.d.m. i il c.d.m. è moto di moto circolare uniforme e di rotazione intorno al c.d.m.