1) Convergente

2) Conv. punt: $\left[\frac{53}{6}, \frac{55}{6}\right)$, conv uniforme $\left[\frac{53}{6}, b\right]$ con $b < \frac{55}{6}$

Nome e cognome:..

Matricola: ....

CFU:..

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n!}.$$

2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{6^n+1}{n}(x-9)^n.$$

3. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{x^2+y^2}-1}{\operatorname{tg}(x^2+y^2)}.$$

4. Dire se la seguente funzione è continua, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{4xy(y^2-x^2)}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

5. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = x^4 + y^3 - 4x^2 - 3y^2.$$

6. Determinare gli estremi globali della seguente funzione
$$f(x,y) = x^2 + 2y^2 - 4x - 7 \quad \text{nell' insieme } A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 9\}.$$

3) 1 4) continua, diff in $(0,0)$, piano tangente $z=0$

5) $(0,0)$ MAX, $(0,2)$; $(\sqrt{2},0)$; $(-\sqrt{2},0)$ sella

$(\sqrt{2},2)$; $(-\sqrt{2},2)$ MIN.

6) $(2,0)$ MIN ASS

$(-2,\sqrt{5})$; $(-2,-\sqrt{5})$ MAX ASS

1) Convergente.

2) Conv. puntuale $[5/2, 7/2)$, conv. uniforme $[5/2, b]$, $b < 7/2$.

Nome e cognome:..

Matricola: ....

CFU:..

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n+1}}{n!}.$$

2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 1}{n}(x-3)^n.$$

3. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{x^2-y^2} - 1}{\operatorname{tg}(x^2+y^2)}.$$

4. Dire se la seguente funzione è continua, differenziabile in $(1,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \frac{x^2 y}{\sqrt{x^2+y^2}}.$$

5. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = x^4 - y^3 - 4x^2 - 3y^2.$$

6. Determinare gli estremi globali della seguente funzione
$$f(x,y) = 2x^2 + y^2 + 6x - 7 \quad \text{nell' insieme } A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \le 16\}.$$

3) Non esiste.

4) Continua, diff. in $(1,0)$, piano tangente $z = y$.

5) $(0,0)$ max, $(0,-2)$; $(\sqrt{2},0)$; $(-\sqrt{2},0)$ sella

$(\sqrt{2},-2)$; $(-\sqrt{2},-2)$ min.

6) $(-3/2, 0)$ min ASS, $(-3,-\sqrt{7})$; $(-3,\sqrt{7})$ MAX ASS

1) $\frac{189}{16}\pi$ 2) $\ln(3)$ 3) $\pi/6\,[(17)^{3/2}-(5)^{3/2}]$

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:...

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Calcolare il volume del solido
$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \le z \le 9, -x \le y \le x\sqrt{3}\}.$$

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo
$$\int_\gamma \frac{y-1}{x}\, ds,$$
dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t) = (2 + \cos(t), 1 + \sin(t)),\ t \in [0, \pi]$.

3. Calcolare l'area della seguente superficie Σ di equazione cartesiana
$$z = x^2 + y^2,\ 1 \le z \le 4.$$

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = (x^3y^2 + xy + 2)dx + \left(\frac{1}{2}x^4y + \frac{1}{2}x^2 + e^y\right) dy$$
è esatta in $\mathbb{R}^2$, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (0, 2)$ e come secondo estremo il punto $B = (1, 1)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x < 2, y > x^2 - 4, y < x + 2\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando le formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} zdx + xydy + xzdz$$
esteso al bordo della porzione di piano $z = 1 - x - \frac{y}{2}$, che si proietta sul triangolo di vertici $A = (0, 0)$, $B = (1, 0)$ e $C = (0, 2)$.

4) $U(x,y) = \frac{x^4}{4}y^2 + \frac{x^2}{2}y + 2x + e^y + c$

5) $\frac{56}{3}$ 6) 1

1) Conv. puntuale e uniforme $\left[\frac{6}{7}, \frac{8}{7}\right]$

2) continua, diff in $(0,0)$, piano tangente $z=0$

Nome e cognome:..

Matricola:..

CFU:..

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 7^n}{n(n+1)}(x-1)^n.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{4x^2y^2}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3. Determinare gli estremi della funzione
$$f(x,y) = \frac{5}{3}y^3 - \frac{13}{2}y^2 + 6x \text{ vincolati al piano } x+y-2=0.$$

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = (x^3y^2 + xy + 2)dx + \left(\frac{1}{2}x^4y + \frac{1}{2}x^2 + e^y\right)dy$$
è esatta in $\mathbb{R}^2$, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (0,2)$ e come secondo estremo il punto $B = (1,1)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x < 2, y > x^2 - 4, y < x + 2\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando le formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} z dx + xy dy + xz dz$$
esteso al bordo della porzione di piano $z = 1 - x - \frac{y}{2}$, che si proietta sul triangolo di vertici $A = (0,0)$, $B = (1,0)$ e $C = (0,2)$.

3) $(-1,3)$ MIN $\left(\frac{12}{5}, -\frac{2}{5}\right)$ MAX

4) $U(x,y) = \frac{x^4}{4}y^2 + \frac{x^2}{2}y + 2x + e^y + c$

5) $\frac{56}{3}$ 6) 1

1) $\frac{7}{3}\pi$ 2) $\frac{\sqrt{2}}{2}(e^{4\pi}-1)$ 3) $\pi/6\left[(9)^{3/2}-(5)^{3/2}\right]$

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:...

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Calcolare il volume del solido
$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq z \leq 4, x \geq y \geq -x\sqrt{3}\}.$$

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo
$$\int_\gamma \sqrt{x^2 + y^2}\, ds,$$
dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t) = (e^t \cos(t), e^t \sin(t)),\ t \in [0, 2\pi]$.

3. Calcolare l'area della seguente superficie Σ di equazione cartesiana
$$z = x^2 + y^2, \text{ con } x^2 + y^2 \geq 1, z \leq 2.$$

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \frac{2xy}{(1 + x^2)^2} dx - \frac{1}{1 + x^2} dy$$
è esatta in $\mathbb{R}^2$, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è il segmento che congiunge i punti $A = (0, 0)$ e $B = (1, 1)$ nell'ordine.

5. Sia definito il dominio
$$D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, x < 1, y > x^2 - 3, y < 3 - x\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando le formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} (1 + 2z)dx + y^2 dy + xydz$$
esteso al bordo della curva intersezione del piano $z = 2 - x - y$ con il cilindro $x^2 + y^2 = \frac{1}{16}$.

4) $U(x,y) = \frac{-y}{(1+x^2)} + c$

5) $\frac{31}{6}$ 6) $\pi/8$

1) Divergente

2) Conv. puntuale e uniforme $\left[-\frac{16}{5}, -\frac{14}{5}\right]$

Nome e cognome:...
Matricola: ....
CFU:..

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{n^2-n}}{n!}.$$

2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 2^n}{n(n+1)}(x+3)^n.$$

3. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y - x^2y^2}{x^4 + y^4}.$$

4. Dire se la seguente funzione è continua, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{2x^2y^2}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

5. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = \frac{y^2}{4} - (x+1)\sin(y) \text{ con } y \in [0, 2\pi].$$

6. Determinare gli estremi della funzione
$$f(x,y) = x^2y - 2x^2 - y + 2x \quad \text{vincolati al piano } 5x - y + 4 = 0.$$

3) Non esiste.

4) continua, diff in $(0,0)$, piano tangente $z=0$

5) $(-1,0)$; $(-1-\pi/2, \pi)$; $(\pi-1, 2\pi)$ sella.

6) $\left(\frac{1}{3}, \frac{17}{3}\right)$ min, $\left(-3/5, 1\right)$ max

1) Conv. puntuale e uniforme $\left[-\frac{16}{5}, -\frac{14}{5}\right]$

2) continua, diff in (0,0), piano tangente $z=0$

Nome e cognome:..

Matricola: ....

CFU:..

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 2^n}{n(n+1)}(x+3)^n.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{2x^2y^2}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3. Determinare gli estremi della funzione

$$f(x,y) = x^2y - 2x^2 - y + 2x \text{ vincolati al piano } 5x - y + 4 = 0.$$

4. Dire se la seguente forma

$$\omega = \frac{2xy}{(1+x^2)^2}dx - \frac{1}{1+x^2}dy$$

è esatta in $\mathbb{R}^2$, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è il segmento che congiunge i punti $A = (0,0)$ e $B = (1,1)$ nell'ordine.

5. Sia definito il dominio

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0, x < 1, y > x^2 - 3, y < 3 - x\}.$$

Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando le formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale

$$\int_{\partial^+\Sigma} (1+2z)dx + y^2dy + xydz$$

esteso al bordo della curva intersezione del piano $z = 2 - x - y$ con il cilindro $x^2 + y^2 = \frac{1}{16}$.

3) $\left(\frac{1}{3}, \frac{17}{3}\right)$ min, $\left(-\frac{3}{5}, 1\right)$ max

4) $U(x,y) = \dfrac{-y}{(1+x^2)} + c$

5) $\frac{31}{6}$ 6) $\pi/8$

1) Convergenti
2) Non esiste, 0.
3) $(-1,0)$ MIN ASS, $(1/2,0)$ MAX ASS.

Nome e cognome:...
Matricola: ....
CFU:...

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Studiare il carattere delle serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin\left(\frac{1}{n}\right) \quad \text{e} \quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin\left(\frac{1}{n}\right).$$

2. Dire se esistono, ed eventualmente calcolare, i seguenti limiti
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin(xy)}{x^2+y^2} \quad \text{e} \quad \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin(x^2+y^2)}{\sqrt{x^2+y^2}}.$$

3. Determinare il minimo e il massimo assoluti della funzione
$$f(x,y) = x - x^2 - y^2 \text{ nel dominio } D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2+y^2 \leq 1\}.$$

4. Data la forma differenziale
$$\omega = \frac{1}{x\sqrt{xy}}dx + \frac{1}{y\sqrt{xy}}dy,$$
dire se è esatta e in caso affermativo trovare una funzione potenziale.
Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t) = (2+\cos(t), 1+\sin(t))$ con $t \in [0,\pi]$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 1 \leq x^2+y^2 \leq 2\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} (x+y)dx + (z-y)dy + xydz$$
dove $\Sigma = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : z = x^2+y^2, x^2+y^2 \leq 4\}$.

4) $U(x,y) = -\frac{2}{\sqrt{xy}} + c$
5) π
6) -4π

1) Conv. puntuale e uniforme $\left[-\frac{16}{5}, -\frac{14}{5}\right]$

2) Non esiste

3) $(0,-1)$ min ASS, $(0, \frac{1}{2})$ MAX ASS

Nome e cognome:..

Matricola: ....

CFU:..

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 2^n}{n(n+1)}(x+3)^n.$$

2. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y - x^2y^2}{x^4 + y^4}.$$

3. Determinare il minimo e il massimo assoluti della funzione

$$f(x,y) = y - y^2 - x^2 \text{ nel dominio } D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

4. Dire se la seguente forma

$$\omega = (x^3y^2 + xy + 2)dx + \left(\frac{1}{2}x^4y + \frac{1}{2}x^2 + e^y\right) dy$$

è esatta in $\mathbb{R}^2$, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (0,2)$ e come secondo estremo il punto $B = (1,1)$.

5. Sia definito il dominio

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4 \leq x^2 + y^2 \leq 9\}.$$

Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale

$$\int_{\partial^+\Sigma} (1+2z)dx + y^2dy + xydz$$

esteso al bordo della superficie intersezione del piano $z = 2 - x - y$ con il cilindro $x^2 + y^2 = \frac{1}{16}$.

4) $U(x,y) = \frac{x^4}{4}y^2 + \frac{x^2}{2}y + 2x + e^y + c$

5) 5π

6) $\frac{\pi}{8}$

1) Conv. puntuale e uniforme $[-3,3]$ 2) $\alpha = 0$

3) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ MIN ASS, $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ MAX ASS

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n (n+1)^3} x^n.$$

2. Determinare per quale valore di α è continua in $(0,0)$ la seguente funzione

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin(xy^2)}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ \alpha & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3. Determinare il minimo e il massimo assoluti della funzione

$$f(x,y) = x^2 + y^2 - 3xy + 2 \text{ nel dominio } D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

4. Dire se la seguente forma

$$\omega = (y - z)dx + (x - z)dy - (x + y)dz$$

è esatta in $\mathbb{R}^3$, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, con $\gamma(t) = (t, t^3, 3)$, $0 \leq t \leq 1$.

5. Utilizzare una delle formule di Gauss-Green per calcolare il seguente integrale

$$\iint_D \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2}}\, dxdy$$

in cui $D = \{x^2 + y^2 \leq 2, 0 \leq y \leq \sqrt{3}x\}$.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale

$$\int_{\partial^+\Sigma} -y^3 dx + x^3 dy - z^3 dz,$$

dove $\partial\Sigma$ è il bordo di $\Sigma = \{x + y + z = 2, x^2 + y^2 \leq 1\}$.

4) $U(x,y,z) = xy - xz - yz + C$

5) $\frac{1}{2}$

6) $\frac{3}{2}\pi$

1) Conv. puntuale e uniforme $\left[-\frac{16}{5}, -\frac{14}{5}\right]$

2) Non esiste

3) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ MIN ASS, $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$; $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ MAX ASS

Nome e cognome:..

Matricola: ....

CFU:..

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n + 2^n}{n(n+1)}(x+3)^n.$$

2. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y - x^2y^2}{x^4 + y^4}.$$

3. Determinare il minimo e il massimo assoluti della funzione
$$f(x, y) = x^2 + y^2 - 3xy + 2 \text{ nel dominio } D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}.$$

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = (y - z)dx + (x - z)dy - (x + y)dz$$
è esatta in $\mathbb{R}^3$, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, con $\gamma(t) = (t, t^3, 3)$, $0 \leq t \leq 1$.

5. Utilizzare una delle formule di Gauss-Green per calcolare il seguente integrale
$$\iint_D \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}}\, dxdy$$
in cui $D = \{x^2 + y^2 \leq 2, 0 \leq y \leq \sqrt{3}x\}$.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} (1 + 2z)dx + y^2dy + xydz$$
esteso al bordo della curva intersezione del piano $z = 2 - x - y$ con il cilindro $x^2 + y^2 = \frac{1}{16}$.

4) $U(x,y,z) = xy - xz - yz + C$

5) $\frac{1}{2}$

6) $\pi/8$

1) Divergente

2) Conv puntuale e uniforme $[-23/2, -21/2]$

3) Non esiste

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:...

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{n^2-n}}{n!}.$$

2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+2^n}{n(n+1)}(x+11)^n.$$

3. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^3y - x^2y^2}{x^4+y^4}.$$

4. Dire se la seguente funzione è continua, differenziabile in $(0,1)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \sqrt[3]{x^2(y-1)} + 1.$$

5. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = \frac{y^2}{4} - (x+1)\sin(y) \text{ con } y \in [0, 2\pi].$$

6. Determinare gli estremi della funzione
$$f(x,y) = x^2y - 2x^2 - y + 2x \quad \text{vincolati al piano } 5x - y + 4 = 0.$$

4) continua in $(0,1)$, non diff. in $(0,1)$.

5) $(-1,0)$; $(-1-\pi/2, \pi)$; $(\pi-1, 2\pi)$ sella.

6) $\left(1/3, \frac{17}{3}\right)$ MIN, $\left(-\frac{3}{5}, 1\right)$ MAX

1) Convergente 2) Conv. punt. e uniforme $\left[-\frac{25}{4}, -\frac{23}{4}\right]$

3) 0

Nome e cognome:..

Matricola: ....

CFU:..

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-n}}{n!}.$$

2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+4^n}{n(n+1)}(x+6)^n.$$

3. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y - xy^2}{x^2+y^2}.$$

4. Dire se la seguente funzione è continua, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = |x| \ln(1+y).$$

5. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = x^4 + y^3 - 4x^2 - 3y^2.$$

6. Determinare gli estremi della funzione
$$f(x,y) = \frac{5}{3}y^3 - \frac{13}{2}y^2 + 6x \quad \text{vincolati al piano } x+y-2=0.$$

4) continua, diff in $(0,0)$, piano tangente $z=0$

5) $(0,0)$ MAX; $(0,2), (\sqrt{2},0), (-\sqrt{2},0)$ SELLA

$(\sqrt{2},2)$; $(-\sqrt{2},2)$ MIN

6) $(-1,-3)$ MIN $\left(\frac{12}{5}, -\frac{2}{5}\right)$ MAX

1) $\pi/8$ 2) 4π 3) 2π 4) $U(x,y) = \sqrt{2xy+1} + C$

5) $\frac{47}{6}$ 6) $10/9\,\pi$

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Calcolare il volume del solido
$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z \geq \sqrt{x^2 + y^2},\ x^2 + y^2 + z^2 - z \leq 0\}.$$

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo
$$\int_\gamma ((x-2)(y-1)+1)\, ds,$$
dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t) = (2 + 2\cos(t), 1 + 2\sin(t)),\ t \in [0, 2\pi]$.

3. Calcolare il seguente integrale superficiale
$$\iint_\Sigma \frac{y+1}{\sqrt{1 + \frac{x^2}{4} + 4y^2}}\, d\sigma,$$
dove Σ è la porzione del paraboloide ellittico $z = -\frac{x^2}{4} - y^2$ situata sopra il piano $z = -1$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \frac{y}{\sqrt{1+2xy}}dx + \frac{x}{\sqrt{1+2xy}}dy$$
è esatta nel suo dominio, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (0, 0)$ e come secondo estremo il punto $B = (1, 2)$.

5. Usando il teorema di Gauss-Green, calcolare
$$\iint_D (4x^3y - x)\, dxdy,$$
dove $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq y^2, 0 \leq y \leq 1, x^2 + y^2 \leq 5\}$.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} xdx + ydy + xydz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 4$ e del paraboloide $z = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

1) $\frac{4}{3}\pi$ 2) $\frac{9}{40}$ 3) 8π

4) $U(x,y,z) = 2xyz + 3y^2z + z^2 + c$

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Calcolare il seguente integrale triplo
$$\iiint_A (x^2+y^2)\,dxdydz,$$
dove A è la regione contenuta all'interno del cilindro $x^2+y^2=1$, al di sotto del piano $z=3$ e al di sopra del paraboloide $z=1-x^2-y^2$.

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo
$$\int_\gamma 3\sqrt{2}\,xyz^2\,ds,$$
dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t)=(\frac{1}{3}t^3, \frac{\sqrt{2}}{2}t^2, t),\ t\in[0,1]$.

3. Calcolare l'area della porzione di superficie Σ di equazione cartesiana $z=\sqrt{x^2+y^2}$ situata al di sotto del piano $z=\frac{1}{\sqrt{2}}(y+2)$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = 2yzdx + 2z(x+3y)dy + (y(2x+3y)+2z)dz$$
è esatta nel suo dominio, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A=(1,1,1)$ e come secondo estremo il punto $B=(2,3,4)$.

5. Usando il teorema di Gauss-Green, calcolare
$$\iint_D (3-2x^2y)\,dxdy,$$
dove $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2\geq 1, 0\leq x\leq 1, 0\leq y\leq x^2+1\}$.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} zdx + xdy + ydz$$
lungo il bordo della superficie Σ di equazione $z=xy$ che si proietta nel dominio $D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : x^2+y^2\leq 1\}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

5) $\frac{114}{35} - \frac{3}{4}\pi$ 6) π

1) Conv. punt. $[1,3)$, conv. unif. $[1,b]$ con $b<3$, Conv. tot. $[2-r, 2+r]$ $\forall r \in (0,1)$.

2) Continua in $(0,0)$, non diff. in $(0,0)$.

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:...

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente e/o totalmente
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{(n-1)(n+2)}(x-2)^n.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 y}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = 2xy + e^{-(x+y)^2}.$$

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \frac{y}{\sqrt{1+2xy}}dx + \frac{x}{\sqrt{1+2xy}}dy$$
è esatta nel suo dominio, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A=(0,0)$ e come secondo estremo il punto $B=(1,2)$.

5. Usando il teorema di Gauss-Green, calcolare
$$\iint_D (4x^3y - x)\,dxdy,$$
dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq y^2, 0 \leq y \leq 1, x^2+y^2 \leq 5\}$.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} xdx + ydy + xydz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2=4$ e del paraboloide $z = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

3) $(0,0)$ MAX, $\left(\frac{1}{2}\sqrt{\ln 2}, \frac{1}{2}\sqrt{\ln 2}\right)$, $\left(-\frac{1}{2}\sqrt{\ln 2}, -\frac{1}{2}\sqrt{\ln 2}\right)$ sella

4) $U(x,y) = \sqrt{2xy+1} + c$ 5) $\frac{47}{6}$ 6) $\frac{10}{9}\pi$

1) Conv. punt. $[2,4)$, conv. unifor. $[2,b]$ $b<4$
conv. tot. $[3-r, 3+r]$ $\forall r \in (0,1)$

2) Non è continua in $(0,0)$; non è diff. in $(0,0)$.

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:...

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente e/o totalmente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{(2n+1)(2n+3)}(x-3)^n.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3. Determinare gli estremi della funzione
$$f(x,y) = x^2 + y^2 + \frac{3}{2}x + 1 \quad \text{nell'insieme } D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 - 1 = 0\}.$$

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = 2yzdx + 2z(x+3y)dy + (y(2x+3y) + 2z)dz$$
è esatta nel suo dominio, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (1,1,1)$ e come secondo estremo il punto $B = (2,3,4)$.

5. Usando il teorema di Gauss-Green, calcolare
$$\iint_D (3 - 2x^2y)\, dxdy,$$
dove $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \geq 1, 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x^2 + 1\}$.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} zdx + xdy + ydz$$
lungo il bordo della superficie Σ di equazione $z = xy$ che si proietta nel dominio $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

3) $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ min, $\left(\frac{1}{4}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $\left(\frac{1}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ MAX

4) $U(x,y,z) = 2xyz + 3y^2z + z^2 + c$ 5) $\frac{114}{35} - \frac{3}{4}\pi$ 6) π

1) Conv. puntuale $(-1/4, 1/6]$

2) Continua, diff. in $(0,0)$, piano tangente $z=0$.

3) $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$, $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ MIN ASS, $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$, $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$ MAX ASS

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:...

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire la convergenza puntuale della seguente serie di funzioni

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+\sqrt{n}}{3+n} \left(\frac{5x}{x-1}\right)^n.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente

$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)\sin\left(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3. Determinare il minimo e il massimo assoluti della funzione

$$f(x,y) = xy \quad \text{nell'insieme } D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 \leq 1\}.$$

4. Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la forma differenziale

$$\omega = -\frac{2x\sin(4y)}{4x^2+7}dx - \cos(4y)\ln(a^2x^2+1)dy$$

è esatta nel suo dominio. Per uno di tali valori, trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una qualunque curva regolare avente come primo estremo il punto $A = (0, \frac{\pi}{2})$ e come secondo estremo il punto $B = (1, \frac{3}{8}\pi)$.

5. Sia definito il dominio

$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq x \leq 1, x^2 - 3 \leq y \leq 3 - x\}.$$

Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema della divergenza, il flusso del campo $F(x,y,z) = (3y - x, z^2, xy)$ uscente dalla sfera centrata nell'origine e raggio 3.

4) $a = \pm \frac{2\sqrt{7}}{7}$, $U(x,y) = -\frac{1}{4}\left(\ln\left(\frac{4x^2+7}{7}\right)\right)\sin(4y) + c$

5) $31/6$ 6) 36π

1) Conv. punt. $[-1/5, \frac{1}{3})$

2) Continua, diff. in $(0,0)$, piano tangente $z=0$.

3) $(0,1), (\sqrt{3},-1), (-\sqrt{3},-1)$ MAX $(0,-1), (\sqrt{3},1), (-\sqrt{3},1)$ MIN
$(1,0), (-1,0)$ SELLA

Nome e cognome:. . . . .

Matricola: . . . .

CFU:. . . . .

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire la convergenza puntuale della seguente serie di funzioni
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2+3}\Big(\frac{4x}{x+1}\Big)^n.$$
(Si consiglia la sostituzione $t = \frac{4x}{x+1}$.)

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \begin{cases} (x^2+y^2)\sin\Big(\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}\Big) & \text{se } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3. Determinare i massimi e minimi relativi della funzione
$$f(x,y) = y(1-x^2)\, e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2}}.$$

4. Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la forma differenziale
$$\omega = \frac{2x\cos(7y)}{7x^2+9}dx - \sin(7y)\ln(a^2x^2+1)dy$$
è esatta nel suo dominio. Per uno di tali valori, trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una qualunque curva regolare avente come primo estremo il punto $A = (1, 2\pi)$ e come secondo estremo il punto $B = (3, 0)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y-3 \leq x \leq 5-y^2, 0 \leq y \leq 2\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema della divergenza, il flusso del campo $F(x,y,z) = (x^3, y^3, z^3)$ uscente dalla corona sferica $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 9\}$.

4) $a = \pm\frac{\sqrt{7}}{3}$, $U(x,y) = \frac{1}{7}\ln\Big(\frac{9+7x^2}{9}\Big)\cos(7y) + c$

5) $\frac{34}{3}$ 6) $\frac{2904}{5}\pi$

1) Conv. puntuale e uniforme $[-3,3]$ 2) $\alpha=0$

3) $(0,1), (\sqrt{3},-1), (-\sqrt{3},-1)$ MAX $(0,-1), (\sqrt{3},1), (-\sqrt{3},1)$ MIN
$(1,0), (-1,0)$ SELLA

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n(n+1)^3} x^n.$$

2. Determinare per quale valore di α è continua in $(0,0)$ la seguente funzione
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\sin(xy^2)}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ \alpha & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3. Determinare i massimi e minimi relativi della funzione
$$f(x,y) = y(1-x^2)\, e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2}}.$$

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = (y-z)dx + (x-z)dy - (x+y)dz$$
è esatta in $\mathbb{R}^3$, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, con $\gamma(t) = (t, t^3, 3)$, $0 \le t \le 1$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y-3 \le x \le 5-y^2, 0 \le y \le 2\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema della divergenza, il flusso del campo $F(x,y,z) = (x^3, y^3, z^3)$ uscente dalla corona sferica $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \le x^2+y^2+z^2 \le 9\}$.

4) $U(x,y,z) = xy - xz - yz + C$

5) $\frac{34}{3}$ 6) $\frac{2904}{5}\pi$

1) Conv. punt. $[-2,2)$, conv. unif. $[-2,b]$ con $b<2$

2) $\alpha = 1$

3) $(2,0)$ MIN ASS, $(-2,\sqrt{5})$, $(-2,-\sqrt{5})$ MAX ASS

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n(n+1)} x^n.$$

2. Determinare per quale valore di α è continua in $(0,0)$ la seguente funzione
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{e^{(x^2+y^2)}-1}{\text{tg}(x^2+y^2)} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ \alpha & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

3. Determinare gli estremi globali della funzione
$$f(x,y) = x^2 + 2y^2 - 4x - 7 \quad \text{nell'insieme } A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 9\}.$$

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = 2yz\,dx + 2z(x+3y)\,dy + (y(2x+3y)+2z)\,dz$$
è esatta in $\mathbb{R}^3$, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, con $\gamma(t) = (t, t^3, 3)$, $0 \leq t \leq 1$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq 2,\ y \geq x^2 - 4,\ y \leq x + 2\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema della divergenza, il flusso del campo
$$F(x,y,z) = (x^3 + y, y^3 + z, z^3 + x)$$
uscente dalla corona sferica $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 2 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4\}$.

4) $U(x,y,z) = 2xyz + 3y^2z + z^2 + c$

5) $\frac{56}{3}$ 6) $\frac{12}{5}\pi(32 - 4\sqrt{2})$

1) Conv. punt. $[-4,4)$, conv. unif. $[-a,b]$ con $b<4$

2) Non è continua in $(0,0)$

3) $(-2,0)$ MAX ASS, $(2,0)$ MIN ASS

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:...

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n(n+1)} x^n.$$
2. Stabilire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{\ln(1+x^2+y^2)}{1-\cos(x^2+y^2)} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 2 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$
3. Determinare gli estremi globali della funzione
$$f(x,y) = x^2 + 2y^2 - 4x - 7 \quad \text{nell'insieme } A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}.$$
4. Dire se la seguente forma
$$\omega = e^x\, yz\, dx + e^x\, z\, dy + e^x\, y\, dz$$
è esatta in $\mathbb{R}^3$, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, con $\gamma(t) = (t, t^2, 2)$, $0 \leq t \leq 1$.
5. Sia definito il dominio
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x \leq 3,\ y \geq x^2 - 9,\ y \leq x + 3\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.
6. Calcolare, mediante il teorema della divergenza, il flusso del campo
$$F(x,y,z) = (x^3 + xy + xz, y^3 - yz, z^3 - yz)$$
uscente dalla corona sferica $A = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 2 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 3\}$.

4) $U(x,y,z) = e^x yz + c$

5) 54

6) $\frac{12}{5}\pi\left(3^{5/2} - 2^{5/2}\right)$

1) Convergente

2) Conv. punt. e uniforme $[-3/4, -7/4]$

3) $+\infty$

Nome e cognome:..

Matricola: ....

CFU:..

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{n-n^2}}{n!}.$$

2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+4^n}{n^2+n}(x+2)^n.$$

3. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\ln(1+x^2+y^2)}{1-\cos(x^2+y^2)}.$$

4. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,2)$, differenziabile in $(0,2)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \sqrt[5]{x^3(y^2-4)} + 4.$$

5. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = y^2 + (x+2)\cos(y) \text{ con } y \in [0, 2\pi].$$

6. Determinare gli estremi della funzione
$$f(x,y) = xy \quad \text{vincolati alla circonferenza } x^2+y^2-1=0.$$

4) continua in $(0,2)$, non diff. in $(0,2)$

5) $(\pi-2, \pi/2)$, $(-3\pi-2, 3/2\pi)$ sella

6) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ MAX

$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$, $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ MIN

1) Divergente

2) Conv. puntuale e uniforme $[-7/6, -5/6]$

3) Non esiste

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^n}{n(n+1)}.$$

2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3+6^n}{n^2+n}(x+1)^n.$$

3. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\ln(1+x^2+y^2)}{x^2+y^3}.$$

4. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = x^2 \ln(1+y).$$

5. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = e^{x-y}(x^2 - 2y^2).$$

6. Determinare gli estremi globali della funzione
$$f(x,y) = xy \quad \text{nell'insieme } A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 2y^2 \leq 1\}.$$

4) continua, diff. in $(0,0)$, piano tangente $z=0$.

5) $(0,0)$ SELLA, $(-4,-2)$ MAX

6) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}\right)$, $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ MAX ASS

$\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$, $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{1}{2}\right)$ MIN ASS

1) $\frac{64}{9}$ 2) $\frac{1}{3}(5^{3/2}-1)$ 3) $4\sqrt{2}\pi$

4) $U(x,y,z) = \ln(y-x^2) + z + c$ 5) $\frac{45}{2}$ 6) 9π

Nome e cognome:..

Matricola: ....

CFU:...

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Calcolare il volume del solido
$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 2x,\ z^2 \leq x^2 + y^2\}.$$

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo
$$\int_\gamma (3x + \sqrt{y})\, ds,$$
dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t) = (t, t^2),\ t \in [0, 1]$.

3. Calcolare il seguente integrale superficiale
$$\iint_\Sigma \frac{y + 2}{\sqrt{1 + x^2 + \frac{y^2}{4}}}\, dS,$$
dove Σ è la porzione del paraboloide ellittico $z = -\frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4}$ situata sopra il piano $z = -1$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = -\frac{2x}{y - x^2} dx + \frac{1}{y - x^2} dy + dz$$
è esatta nel suo dominio, qualora non lo fosse trovare un insieme in cui sia esatta e determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (0, 1, 1)$ e come secondo estremo il punto $B = (1, 2, 2)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -y \leq x \leq -\frac{y^2}{25} - \frac{2}{5}y\right\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} (y + z)dx + 2(x + z)dy + 3(x + y)dz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2 + y^2 = 9$ e del paraboloide $z = 1 - \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

1) $\frac{2}{3}\pi - \frac{7}{24}\sqrt{2}\pi$ 2) $\frac{63}{2}$ 3) $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}\pi$

4) $U(x,y) = x^2 + 5xy^3 + y^2 + c$ 5) $\frac{45}{2}$ 6) π

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:..

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Calcolare il volume contenuto tra la semisfera superiore $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ e il paraboloide $z = \sqrt{2}(x^2 + y^2)$.

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_\gamma \frac{x^2(1+8y)}{\sqrt{1+y+4x^2y}}\, ds,$$

dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t) = (t, t^2, \ln(t)),\ t \in [1,2]$.

3. Calcolare l'area della porzione di superficie Σ di equazione cartesiana $z = \sqrt{x^2+y^2}$ situata al di sotto del piano $z = \frac{1}{2}(y+1)$.

4. Dire se la seguente forma

$$\omega = (2x + 5y^3)dx + (15xy^2 + 2y)dy$$

è esatta nel suo dominio, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove $\gamma(t) = (\cos(t), \sin(t))$ con $t \in [0, 2\pi]$.

5. Sia definito il dominio

$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{y^2}{25} + \frac{2}{5}y \le x \le y\right\}.$$

Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale

$$\int_{\partial^+\Sigma} (2y+z)dx + (3x+z)dy + (3x+2y)dz$$

lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 1$ e del paraboloide $z = 9 - x^2 - y^2$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

1) Conv. p. $(-\sqrt{3},-1)\cup(1,\sqrt{3})$, conv. unif. $[a,b]\subset(-\sqrt{3},-1)$ oppure $[a,b]\subset(1,\sqrt{3})$, Somma: $\frac{1}{x^2-1}$

2) continua, diff. in $(0,0)$, piano tangente $z=1$.

Nome e cognome:..

Matricola: ....

CFU:..

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=0}^{\infty}(2-x^2)^n.$$
Suggerimento: porre $t = 2 - x^2$.
Facoltativo: Determinare la somma della serie.

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \frac{\sqrt{1+x^2-y^2}}{1+x^2+y^2}.$$

3. Determinare gli estremi della funzione $f(x,y) = x^2+y^2+\frac{3}{2}x+1$ vincolati all'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2+y^2-1 = 0\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = -\frac{2x}{y-x^2}dx + \frac{1}{y-x^2}dy + dz$$
è esatta nel suo dominio, qualora non lo fosse trovare un insieme in cui sia esatta e determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (0,1,1)$ e come secondo estremo il punto $B = (1,2,2)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -y \leq x \leq -\frac{y^2}{25} - \frac{2}{5}y\right\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma}(y+z)dx + 2(x+z)dy + 3(x+y)dz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2=9$ e del paraboloide $z = 1-\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{9}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

3) $(-1/2, 0)$ min $(1/4, \frac{\sqrt{3}}{2})$; $(1/4, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ max

4) $U(x,y,z) = \ln(y-x^2)+z+c$ 5) $\frac{45}{2}$ 6) 9π

1) Conv. p. $(-2,-\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2},2)$, Conv. unif. $[a,b] \subset (-2,-\sqrt{2})$ oppure $[a,b] \subset (\sqrt{2},2)$, Somma: $\frac{1}{x^2-2}$

2) continua, diff. in $(1,0)$, piano tangente $z = 5 + 4y$

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:...

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente e/o totalmente
$$\sum_{n=0}^{\infty} (3 - x^2)^n.$$
Suggerimento: porre $t = 3 - x^2$.
Facoltativo: Determinare la somma della serie.

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(1, 0)$, differenziabile in $(1, 0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x, y) = 1 + 4e^{\frac{y}{x}} + xy^2.$$

3. Determinare gli estremi della funzione $f(x, y) = 4x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1$ vincolati all'insieme $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 - 1 = 0\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = (2x + 5y^3)dx + (15xy^2 + 2y)dy$$
è esatta nel suo dominio, in tal caso trovare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove $\gamma(t) = (\cos(t), \sin(t))$ con $t \in [0, 2\pi]$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{y^2}{25} + \frac{2}{5}y \le x \le y\right\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} (2y + z)dx + (3x + z)dy + (3x + 2y)dz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 1$ e del paraboloide $z = 9 - x^2 - y^2$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

3) $\left(\frac{1}{2\sqrt{17}}, \frac{4}{\sqrt{17}}\right)$ min, $\left(-\frac{1}{2\sqrt{17}}, -\frac{4}{\sqrt{17}}\right)$ max

4) $U(x,y) = x^2 + 5xy^3 + y^2 + c$ 5) $\frac{45}{2}$ 6) π

1) $\frac{64}{9}$ 2) $\frac{1}{3}(5^{3/2}-1)$ 3) $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}\pi$

4) $U(x,y,z) = \ln|x| + \ln|y| + \ln|z| + c$ 5) $\frac{8}{81}$ 6) -4π

Nome e cognome:..

Matricola: ....

CFU:..

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Calcolare il volume del solido
$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 2y,\ z^2 \leq x^2 + y^2\}.$$

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo
$$\int_\gamma (2x + 2\sqrt{y})\, ds,$$
dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t) = (t, t^2),\ t \in [0, 1]$.

3. Calcolare l'area della porzione di superficie Σ di equazione cartesiana $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ situata al di sotto del piano $z = \frac{1}{2}(y + 1)$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} + \frac{dz}{z}$$
è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (1, 1, 1)$ e come secondo estremo il punto $B = (2, 2, 2)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{y^2}{4} + \frac{2}{3}y \leq x \leq y \right\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} (2y + z)dx + (x + 3z)dy + (4x + y)dz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2 + y^2 = 4$ e del paraboloide $z = 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

1) Conv p. $[-\sqrt{3},-1)\cup(1,\sqrt{3}]$, conv. unif. $[-\sqrt{3},b]$ con $b<-1$ oppure $[a,\sqrt{3}]$ con $a>1$.

2) Continua, diff in $(0,0)$, piano tangente $z=0$

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:...

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n}(2-x^2)^n.$$
Suggerimento: porre $t = 2 - x^2$.

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \frac{\ln(1+x^2-y^2)}{1+x^2+y^2}.$$

3. Utilizzando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, determinare gli estremi della funzione $f(x,y) = x^2+y^2+\frac{3}{2}x+1$ vincolati all'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2+y^2-1 = 0\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \frac{dx}{x^2} + \frac{dy}{y^2} + \frac{dz}{z^3}$$
è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (1,1,1)$ e come secondo estremo il punto $B = (2,2,2)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{y^2}{4} + \frac{2}{3}y \leq x \leq y\right\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} (2y+z)dx + (x+3z)dy + (4x+y)dz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 4$ e del paraboloide $z = 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

3) $\left(-\frac{1}{2},0\right)$ min $\left(\frac{1}{4},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $\left(\frac{1}{4},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ max

4) $U(x,y,z) = -\frac{1}{x} - \frac{1}{y} - \frac{1}{2z^2} + c$

5) $\frac{8}{81}$ 6) -4π

1) Conv. p. $[-2,-\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2},2]$, conv. unifor. $[-2,b] \subset [-2,-\sqrt{2})$ oppure $[a,2]$ con $a>\sqrt{2}$.

2) Continua in $(0,0)$, non diff. in $(0,0)$.

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:..

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3n}(3-x^2)^n.$$
Suggerimento: porre $t = 3 - x^2$.

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = 1 - \sqrt{x^2+y^2}.$$

3. Utilizzando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, determinare gli estremi della funzione $f(x,y) = 4x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1$ vincolati all'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 - 1 = 0\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \frac{dx}{x^2} + \frac{dy}{y^3}$$
è esatta nel suo dominio, qualora non lo fosse trovare un insieme in cui sia esatta e determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove $\gamma(t) = (2+\cos(t), 2+\sin(t))$ con $t \in [0, 2\pi]$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -y \le x \le -\frac{y^2}{4} - \frac{2}{3}y\right\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} 2(y+z)dx + (x+4z)dy + (2x+3y)dz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 3$ e del paraboloide $z = 1 - 3x^2 - 3y^2$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

3) $\left(\frac{1}{2\sqrt{17}}, \frac{4}{\sqrt{17}}\right)$ min $\left(-\frac{1}{2\sqrt{17}}, -\frac{4}{\sqrt{17}}\right)$ max

4) $U(x,y) = -\frac{1}{x} - \frac{1}{2y^2} + c$

5) $\frac{8}{81}$ 6) -3π

1) $\frac{64}{9}$ 2) $\frac{1}{3}(5^{3/2}-1)$ 3) $\frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}\pi$

4) $U(x,y,z) = \ln|x| + \ln|y| + \ln|z| + c$ 5) $\frac{8}{81}$ 6) -4π

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:...

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Calcolare il volume del solido

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leq 2y,\ z^2 \leq x^2 + y^2\}.$$

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_\gamma (2x + 2\sqrt{y})\, ds,$$

dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t) = (t, t^2),\ t \in [0, 1]$.

3. Calcolare l'area della porzione di superficie Σ di equazione cartesiana $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ situata al di sotto del piano $z = \frac{1}{2}(y + 1)$.

4. Dire se la seguente forma

$$\omega = \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y} + \frac{dz}{z}$$

è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (1, 1, 1)$ e come secondo estremo il punto $B = (2, 2, 2)$.

5. Sia definito il dominio

$$D = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{y^2}{4} + \frac{2}{3}y \leq x \leq y\right\}.$$

Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale

$$\int_{\partial^+\Sigma} (2y + z)dx + (x + 3z)dy + (4x + y)dz$$

lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 4$ e del paraboloide $z = 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

1) Conv. p. $[-2,-\sqrt{2})\cup(\sqrt{2},2]$, conv. unifor. $[-2,b]\subset[-2,-\sqrt{2})$ oppure $[a,2]$ con $a>\sqrt{2}$.

2) Continua in $(0,0)$, non diff. in $(0,0)$.

Nome e cognome:..

Matricola: ....

CFU:..

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{6n}(3-x^2)^n.$$

   Suggerimento: porre $t = 3 - x^2$.

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente

$$f(x,y) = 2 + 4\sqrt{x^2+y^2}.$$

3. Utilizzando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, determinare gli estremi della funzione $f(x,y) = 4x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1$ vincolati all'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2 + y^2 - 1 = 0\}$.

4. Dire se la seguente forma

$$\omega = \frac{dx}{x^2} + \frac{dy}{2y^2} + \frac{dz}{3z^3}$$

   è esatta nel suo dominio, qualora non lo fosse trovare un insieme in cui sia esatta e determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (1,2,3)$ e come secondo estremo il punto $B = (4,5,6)$.

5. Sia definito il dominio

$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -y \le x \le -\frac{y^2}{4} - \frac{2}{3}y\right\}.$$

   Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale

$$\int_{\partial^+\Sigma} 2(y+z)dx + (x+4z)dy + (2x+3y)dz$$

   lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 3$ e del paraboloide $z = 1 - 3x^2 - 3y^2$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

3) $\left(\frac{1}{2\sqrt{17}}, \frac{4}{\sqrt{17}}\right)$ min $\quad \left(-\frac{1}{2\sqrt{17}}, -\frac{4}{\sqrt{17}}\right)$ max

4) $U(x,y) = -\frac{1}{x} - \frac{1}{2y} - \frac{1}{6z^2} + c$

5) $\frac{8}{81}$ $\quad$ 6) -3π

1) Conv p. $[-\sqrt{3},-1) \cup (1,\sqrt{3}]$, conv. unif. $[-\sqrt{3},b]$ con $b<-1$ oppure $[a,\sqrt{3}]$ con $a>1$.

2) Continua in $(1,0)$, non diff. in $(1,0)$.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n}(2-x^2)^n.$$
Suggerimento: porre $t = 2 - x^2$.

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(1,0)$, differenziabile in $(1,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = 1 + \sqrt{(x-1)^2 + y^2}.$$

3. Utilizzando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, determinare gli estremi della funzione $f(x,y) = x^2+y^2+\frac{3}{2}x+1$ vincolati all'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2+y^2-1 = 0\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \frac{dx}{2x^2} + \frac{dy}{4y^2} + \frac{dz}{6z^3}$$
è esatta nel suo dominio, qualora non lo fosse trovare un insieme in cui sia esatta e determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (1,1,1)$ e come secondo estremo il punto $B = (1,2,2)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{y^2}{4} + \frac{2}{3}y \le x \le y\right\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} (2y+z)dx + (x+3z)dy + (4x+y)dz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 4$ e del paraboloide $z = 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

3) $\left(-\frac{1}{2},0\right)$ min $\left(\frac{1}{4},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $\left(\frac{1}{4},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ max

4) $U(x,y,z) = -\frac{1}{2x} - \frac{1}{4y} - \frac{1}{12z^2} + c$

5) $\frac{8}{81}$ 6) -4π

1) Conv p. $[-\sqrt{3},-1) \cup (1,\sqrt{3}]$, conv. unif. $[-\sqrt{3},b]$ con $b<-1$ oppure $[a,\sqrt{3}]$ con $a>1$.

2) Continua in $(0,1)$, non diff. in $(0,1)$.

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:...

Prova scritta di Analisi Matematica 2

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n}(2-x^2)^n.$$
Suggerimento: porre $t = 2 - x^2$.

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,1)$, differenziabile in $(0,1)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = 1 + \sqrt{x^2 + (y-1)^2}.$$

3. Utilizzando il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, determinare gli estremi della funzione $f(x,y) = x^2+y^2+\frac{3}{2}x+1$ vincolati all'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 4x^2+y^2-1 = 0\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \frac{dx}{3x^2} + \frac{dy}{5y^2} + \frac{dz}{7z^3}$$
è esatta nel suo dominio, qualora non lo fosse trovare un insieme in cui sia esatta e determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (1,1,1)$ e come secondo estremo il punto $B = (1,1,2)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{y^2}{4} + \frac{2}{3}y \le x \le y\right\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Calcolare, mediante il teorema di Stokes, l'integrale
$$\int_{\partial^+\Sigma} (2y+3z)dx + (4x+5z)dy + (6x+7y)dz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 4$ e del paraboloide $z = 1 - \frac{x^2}{2} - \frac{y^2}{4}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

3) $\left(-\frac{1}{2},0\right)$ min $\left(\frac{1}{4},\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $\left(\frac{1}{4},-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ max

4) $U(x,y,z) = -\frac{1}{3x} - \frac{1}{5y} - \frac{1}{14z^2} + c$

5) $\frac{8}{81}$ 6) 8π

1) Divergente

2) Conv. punt. $[5/3, 7/3)$, conv. unif. $[5/3, b]$ con $b < 7/3$

3) $\frac{1}{2}$

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:...

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2

Versione A

1. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2-1}{n+n^2}.$$

2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+3^n}{n}(x-2)^n.$$

3. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{|(x,y)|\to\infty} \frac{\sin(\frac{1}{x^2+y^2})}{\ln(1+\frac{2}{x^2+y^2})}.$$

4. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, derivabile parzialmente in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

5. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = 2x^4 - 3y^3 - 4x^2 - y^2.$$

6. Determinare gli estremi globali della funzione
$$f(x,y) = xy \quad \text{nell'insieme } A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 \leq 1\}.$$

4) Non è continua in $(0,0)$, non è derivabile parz. in $(0,0)$ e non è diff. in $(0,0)$.

5) $(0,0)$ max, $(0,-2/9)$, $(1,0)$, $(-1,0)$ sella
$(1,-2/9)$, $(-1,-2/9)$ min

6) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$; $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$ min ASS, $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$, $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)$ MAX ASS

1) Divergente

2) Conv. puntuale e uniforme $[-1/3, 1/3]$

3) 0

Nome e cognome:..

Matricola: ....

CFU:..

Prima prova parziale di Analisi Matematica 2
Versione B

1. Studiare il carattere della serie
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{4n^2+n^3}{2n^3+10}.$$

2. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3^n}{(n+1)^3} x^n.$$

3. Dire se esiste, ed eventualmente, calcolare il seguente limite
$$\lim_{|(x,y)|\to\infty} \frac{1-\cos(\frac{3}{x^2+y^2})}{e^{\frac{4}{x^2+y^2}}-1}.$$

4. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,0)$, derivabile parzialmente in $(0,0)$, differenziabile in $(0,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & \text{se } (x,y) \neq (0,0), \\ 0 & \text{se } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

5. Determinare gli estremi relativi della seguente funzione
$$f(x,y) = 2x^4 + 3y^3 - 4x^2 - y^2.$$

6. Determinare gli estremi globali della funzione
$$f(x,y) = xy \quad \text{nell'insieme } A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 3y^2 \leq 1\}.$$

4) Non è continua in $(0,0)$, non è derivabile parz. in $(0,0)$ e non è diff. in $(0,0)$.

5) $(0,0)$ max, $(0, 2/9)$, $(1,0)$, $(-1,0)$ sella
$(1, 2/9)$, $(-1, 2/9)$ min

6) $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$; $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$ MIN ASS, $\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{6}}\right)$, $\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{6}}\right)$
MAX ASS

1) 250π 2) $63/2$ 3) 2π

4) $U(x,y) = y^2 \ln x + x \cos y + c$

5) $\frac{47}{6}$ 6) $10/9\,\pi$

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

Versione A

1. Calcolare il seguente integrale triplo

$$\iiint_A \sqrt{x^2+y^2}\,dxdydz$$

con A limitata dal cilindro $x^2+y^2=25$ e dai piani $z=-1$ e $z=2$.

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo

$$\int_\gamma \frac{x^2(1+8y)}{\sqrt{1+y+4x^2y}}\,ds,$$

dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t)=(t,t^2,\ln t),\ t\in[1,2]$.

3. Calcolare il seguente integrale superficiale

$$\iint_\Sigma \frac{y+1}{\sqrt{1+\frac{x^2}{4}+4y^2}}\,dS,$$

dove Σ è la porzione del paraboloide ellittico $z=-\frac{x^2}{4}-y^2$ situata al di sopra del piano $z=-1$.

4. Dire se la seguente forma

$$\omega=\left(\frac{y^2}{x}+\cos y\right)dx+(2y\ln x-x\sin y)dy$$

è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A=(1,\pi)$ e come secondo estremo il punto $B=(2,\frac{\pi}{2})$.

5. Utilizzando il teorema di Gauss-Green, calcolare

$$\int_{\partial^+D} xydx+x^4ydy,$$

dove ∂^+D è la curva chiusa, orientata positivamente, unione di γ_1, γ_2, γ_3, γ_4 espresse in coordinate cartesiane rispettivamente da $x=y^2$, $y=1$, $x^2+y^2=5$, $y=0$ $(x,y\geq 0)$.

6. Utilizzando il teorema di Stokes, calcolare la circuitazione

$$\int_{\partial^+\Sigma} xdx+ydy+xydz$$

lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2=4$ e del paraboloide $z=\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

1) 0 2) $3/4 + 2\ln 2$ 3) $\frac{\pi}{16}(\sqrt{5}-1)$

4) $U(x,y) = (x^2+1)\ln y + y\cos x + c$

5) $\frac{202}{105} - \frac{\pi}{2}$ 6) $3\sqrt{2}\pi$

Nome e cognome:..

Matricola: ....

CFU:..

Seconda prova parziale di Analisi Matematica 2
Versione B

1. Calcolare il seguente integrale triplo
$$\iiint_A x\, dxdydz$$
con A compresa tra i cilindri $x^2+z^2=1$ e $x^2+z^2=4$ e tra i piani $y=0$ e $y=z+2$.

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo
$$\int_\gamma \frac{x^2(1+z)}{\sqrt{1+y+4x^2y}}\, ds,$$
dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t)=(t,t^2,\ln t),\ t\in[1,2]$.

3. Calcolare il seguente integrale superficiale
$$\iint_\Sigma \frac{1}{1+4x^2+4y^2}\, dS,$$
dove Σ è il grafico di $z=2xy$ con $(x,y)\in D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : -x\le y\le 0,\ x^2+y^2\le 1\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = (2x\ln y - y\sin x)dx + \left(\frac{x^2+1}{y}+\cos x\right)dy$$
è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A=(\pi,1)$ e come secondo estremo il punto $B=(\frac{\pi}{2},2)$.

5. Utilizzando il teorema di Gauss-Green, calcolare
$$\int_{\partial^+ D} x^2y^2dx + 2xdy,$$
dove ∂^+D è la curva chiusa, orientata positivamente, unione di γ_1, γ_2, γ_3 espresse in coordinate cartesiane rispettivamente da $x^2+y^2=1$, $x=1$, $y=x^2+1$ $(x,y\ge 0)$.

6. Utilizzando il teorema di Stokes, calcolare il flusso del rotore di
$$\mathbf{F}(x,y,z) = (y+z, 2(x+z), 3(x+y))$$
uscente dalla porzione della superficie Σ di equazione $x^2+y^2+z^2=2$ che sta sopra il piano $z=y$.

1) Conv p. $(-6,0]$, conv. unif. $[a,0]$ con $a>-6$.

2) Continua in $(-1,2)$, non derivabile in $(-1,2)$, non diff. in $(-1,2)$.

Nome e cognome:..

Matricola:..

CFU:..

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Versione A

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+3)^n}{n3^n}.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(-1,2)$, derivabile in $(-1,2)$, differenziabile in $(-1,2)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \sqrt{(x+1)^2 + (y-2)^2}.$$

3. Data la funzione $f(x,y) = x^2(y+1) - 2y$ trovare i punti stazionari di f e discuterne il tipo. Calcolare massimo e minimo assoluto di f sull'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \sqrt{1+x^2} \leq y \leq 2\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \left(\frac{y^2}{x} + \cos y\right) dx + (2y \ln x - x \sin y) dy$$
è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (1, \pi)$ e come secondo estremo il punto $B = (2, \frac{\pi}{2})$.

5. Utilizzando il teorema di Gauss-Green, calcolare
$$\int_{\partial^+ D} xy dx + x^4 y dy,$$
dove $\partial^+ D$ è la curva chiusa, orientata positivamente, unione di γ_1, γ_2, γ_3, γ_4 espresse in coordinate cartesiane rispettivamente da $x = y^2$, $y = 1$, $x^2 + y^2 = 5$, $y = 0$ $(x, y \geq 0)$.

6. Utilizzando il teorema di Stokes, calcolare la circuitazione
$$\int_{\partial^+ \Sigma} x dx + y dy + xy dz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 4$ e del paraboloide $z = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

3) $(-\sqrt{2},-1)$, $(\sqrt{2},-1)$ sella, $(0,2)$ MIN ASS
$(-\sqrt{3},2)$, $(\sqrt{3},2)$ max ASS.

4) $U(x,y) = y^2 \ln x + x \cos y + c$ 5) $\frac{47}{6}$ 6) $10/9\,\pi$

1) Conv. p. $(-3,3]$, conv. unif. $[a,3]$ con $a>-3$.

2) Continua in $(2,-1)$, non derivabile in $(2,-1)$, non diff. in $(2,-1)$.

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:...

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Versione B

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{3^n \ln n}.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(2,-1)$, derivabile in $(2,-1)$, differenziabile in $(2,-1)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y)=\sqrt{(x-2)^2+(y+1)^2}.$$

3. Data la funzione $f(x,y)=y^2(x+1)-2x$ trovare i punti stazionari di f e discuterne il tipo. Calcolare massimo e minimo assoluto di f sull'insieme $A=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : \sqrt{1+x^2}\le y\le 2\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega=(2x\ln y-y\sin x)dx+\left(\frac{x^2+1}{y}+\cos x\right)dy$$
è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A=(\pi,1)$ e come secondo estremo il punto $B=(\frac{\pi}{2},2)$.

5. Utilizzando il teorema di Gauss-Green, calcolare
$$\int_{\partial^+D} x^2y^2dx+2xdy,$$
dove ∂^+D è la curva chiusa, orientata positivamente, unione di γ_1, γ_2, γ_3 espresse in coordinate cartesiane rispettivamente da $x^2+y^2=1$, $x=1$, $y=x^2+1$ $(x,y\ge 0)$.

6. Utilizzando il teorema di Stokes, calcolare il flusso del rotore di
$$\mathbf{F}(x,y,z)=(y+z,2(x+z),3(x+y))$$
uscente dalla porzione della superficie Σ di equazione $x^2+y^2+z^2=2$ che sta sopra il piano $z=y$.

3) $(-1,-\sqrt{2})$, $(-1,\sqrt{2})$ selle, $(\sqrt{3},2)$ MAX ASS $(-\sqrt{3},2)$ MIN ASS

4) $U(x,y)=(x^2+1)\ln y+y\cos x+c$

5) $\frac{202}{105}-\frac{\pi}{2}$ 6) $3\sqrt{2}\pi$

1) 0   2) $2\ln(2)+\frac{1}{4}$ 3) $\pi/4$

4) $U(x,y,z)=\frac{x^3}{3}+5xy+3xyz-2z^2-2y+c$

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Recupero seconda prova parziale di Analisi Matematica 2

1. Calcolare il seguente integrale triplo
$$\iiint_A x\,dxdydz$$
con A compresa tra i cilindri $x^2+y^2=1$ e $x^2+y^2=4$ e tra i piani $z=0$ e $z=y+2$.

2. Calcolare il seguente integrale curvilineo
$$\int_\gamma \frac{x(1+xz)}{\sqrt{1+y+4x^2y}}\,ds,$$
dove γ è la curva di parametrizzazione $\mathbf{r}(t)=(t,t^2,\ln t),\ t\in[1,2]$.

3. Calcolare il seguente integrale superficiale
$$\iint_\Sigma \frac{1}{1+2x^2+2y^2}\,dS,$$
dove Σ è il grafico di $z=\sqrt{2}xy$ con $(x,y)\in D=\{(x,y)\in\mathbb{R}^2 : -x\le y\le 0,\ x^2+y^2\le 4\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega=(x^2+5y+3yz)dx+(5x+3xz-2)dy+(3xy-4z)dz$$
è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A=(-1,0,1)$ e come secondo estremo il punto $B=(-2,0,2)$.

5. Utilizzando il **teorema di Gauss-Green**, calcolare
$$\int_{\partial^+D} 2x^2y^2dx+4xdy,$$
dove ∂^+D è la curva chiusa, orientata positivamente, unione di γ_1, γ_2, γ_3 espresse in coordinate cartesiane rispettivamente da $x^2+y^2=1$, $x=1$, $y=x^2+1$ $(x,y\ge 0)$.

6. Utilizzando il **teorema di Stokes**, calcolare il flusso del rotore di
$$\mathbf{F}(x,y,z)=(x+y,2(x+z),3(y+z))$$
uscente dalla porzione della superficie Σ di equazione $x^2+y^2+z^2=2$ che sta sopra il piano $z=y$.

5) $\frac{404}{105}-\pi$ 6) $\sqrt{2}\,\pi$

1) Conv. p. $(-4,0]$, conv. uniforme $[a,0]$ con $a>-4$

2) Continua in $(-1,-3)$, non derivabile in $(-1,-3)$, non diff. in $(-1,-3)$.

Nome e cognome: ....

Matricola: ....

CFU: ....

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Versione A

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{(x+2)^n}{n2^n}.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(-1,-3)$, derivabile in $(-1,-3)$, differenziabile in $(-1,-3)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \sqrt{(x+1)^2 + (y+3)^2}.$$

3. Data la funzione $f(x,y) = x^2(y+1) - 2y$ trovare i punti stazionari di f e discuterne il tipo. Calcolare massimo e minimo assoluto di f sull'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = (3y + \cos(x+z^2))dx + (3x + y + z - 1)dy + (y + 2z\cos(x+z^2))dz$$
è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = \left(0,-1,\sqrt{\frac{\pi}{2}}\right)$ e come secondo estremo il punto $B = \left(0,2,\sqrt{\frac{3\pi}{2}}\right)$.

5. Utilizzando il **teorema di Gauss-Green**, calcolare
$$\int_{\partial^+ D} 2xydx + \frac{x^4 y}{4}dy,$$
dove $\partial^+ D$ è la curva chiusa, orientata positivamente, unione di γ_1, γ_2, γ_3, γ_4 espresse in coordinate cartesiane rispettivamente da $x = y^2$, $y = 1$, $x^2 + y^2 = 5$, $y = 0$ $(x, y \geq 0)$.

6. Utilizzando il **teorema di Stokes**, calcolare la circuitazione
$$\int_{\partial^+ \Sigma} 2xdx + xydy + yzdz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2 = 4$ e del paraboloide $z = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4}$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

3) $(-\sqrt{2},-1)$, $(\sqrt{2},-1)$ sella, $(0,1)$ MIN ASS
$(-1,0)$, $(1,0)$ max ASS.

4) $U(x,y,z) = 3xy + \sin(x+z^2) + \frac{y^2}{2} + zy - y + c$ 5) $-\frac{39}{20}$

6) 0

1) Conv. p. $(-2,2]$, conv. uniforme $[a,2]$ con $a>-2$

2) Continua in $(1,3)$, non derivabile in $(1,3)$, non diff. in $(1,3)$.

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:...

Prova scritta di Analisi Matematica 2

Versione B

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=2}^{\infty}(-1)^n \frac{x^n}{2^n \ln n}.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(1,3)$, derivabile in $(1,3)$, differenziabile in $(1,3)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \sqrt{(x-1)^2 + (y-3)^2}.$$

3. Data la funzione $f(x,y) = y^2(x+1) - 2x$ trovare i punti stazionari di f e discuterne il tipo. Calcolare massimo e minimo assoluto di f sull'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le y \le \sqrt{1-x^2}\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = (x^2 + 5y + 3yz)dx + (5x + 3xz - 2)dy + (3xy - 4z)dz$$
è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (-1,0,1)$ e come secondo estremo il punto $B = (-2,0,2)$.

5. Utilizzando il **teorema di Gauss-Green**, calcolare
$$\int_{\partial^+ D} 2x^2y^2dx + 4xdy,$$
dove $\partial^+ D$ è la curva chiusa, orientata positivamente, unione di γ_1, γ_2, γ_3 espresse in coordinate cartesiane rispettivamente da $x^2 + y^2 = 1$, $x = 1$, $y = x^2 + 1$ $(x, y \ge 0)$.

6. Utilizzando il **teorema di Stokes**, calcolare il flusso del rotore di
$$\mathbf{F}(x,y,z) = (x+y, 2(x+z), 3(y+z))$$
uscente dalla porzione della superficie Σ di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ che sta sopra il piano $z = y$.

3) $(-1,-\sqrt{2})$, $(-1,\sqrt{2})$ sella, $(-1,0)$ MAX ASS, $(1,0)$ MIN ASS

4) $U(x,y,z) = \frac{x^3}{3} + 5xy + 3xyz - 2z^2 - 2y + c$

5) $\frac{404}{105} - \pi$

6) $\sqrt{2}\pi$

1) Conv. p. $[-6,0)$, Conv. uniforme $[-6,b]$ con $b<0$
2) Continua in $(-1,0)$, non derivabile in $(-1,0)$, non diff. in $(-1,0)$.

Nome e cognome:..
Matricola: ....
CFU:..

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Versione A

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{n3^n}.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(-1,0)$, derivabile in $(-1,0)$, differenziabile in $(-1,0)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \sqrt{(x+1)^2 + y^2}.$$

3. Data la funzione $f(x,y) = x^2(y+1) - 2y$ trovare i punti stazionari di f e discuterne il tipo. Calcolare massimo e minimo assoluto di f sull'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \le y \le \sqrt{1-x^2}\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = \frac{2xy}{(1+x^2)^2}dx - \frac{1}{1+x^2}dy$$
è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (0,0)$ e come secondo estremo il punto $B = (1,1)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < y < 1, y^2 < x < \sqrt{5-y^2}, x,y \ge 0\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Utilizzando il **teorema di Stokes**, calcolare la circuitazione
$$\int_{\partial^+\Sigma} xy\,dx + yz\,dy + xz\,dz$$
lungo il bordo della superficie Σ, intersezione del cilindro $x^2+y^2=1$ e del paraboloide $z = x^2+y^2$, orientata in modo che il versore normale punti verso l'asse z.

3) $(-\sqrt{2},-1)$, $(\sqrt{2},-1)$ sella, $(0,1)$ MIN ASS
$(-1,0)$, $(1,0)$ max ASS.

4) $U(x,y) = \frac{-y}{(1+x^2)} + c$ 5) $\frac{5}{2}\arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) + \frac{2}{3}$ 6) 0

1) Conv p. $[-3,3)$, conv. unif. $[-3,b]$ con $b<3$

2) Continua in $(0,3)$, non derivabile in $(0,3)$, non diff. in $(0,3)$.

Nome e cognome:...

Matricola: ....

CFU:...

Prova scritta di Analisi Matematica 2
Versione B

1. Stabilire per quali $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie converge puntualmente e/o uniformemente
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n}{3^n \ln n}.$$

2. Dire se la seguente funzione è continua in $(0,3)$, derivabile in $(0,3)$, differenziabile in $(0,3)$ e calcolare eventualmente il piano tangente
$$f(x,y) = \sqrt{x^2 + (y-3)^2}.$$

3. Data la funzione $f(x,y) = y^2(x+1) - 2x$ trovare i punti stazionari di f e discuterne il tipo. Calcolare massimo e minimo assoluto di f sull'insieme $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2}\}$.

4. Dire se la seguente forma
$$\omega = (x^3y^2 + xy + 2)dx + \left(\frac{1}{2}x^4y + \frac{1}{2}x^2 + e^y\right) dy$$
è esatta nel suo dominio, qualora lo fosse determinare una funzione potenziale per ω. Infine, calcolare l'integrale curvilineo $\int_\gamma \omega$, dove γ è una curva avente come primo estremo il punto $A = (0,2)$ e come secondo estremo il punto $B = (1,1)$.

5. Sia definito il dominio
$$D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : 0 < x < 1, \sqrt{1-x^2} < y < x^2 + 1, x, y \geq 0\}.$$
Dopo aver rappresentato graficamente D e l'orientazione positiva ∂D, calcolare l'area del dominio utilizzando una delle formule di Gauss-Green.

6. Utilizzando il **teorema di Stokes**, calcolare il flusso del rotore di
$$\mathbf{F}(x,y,z) = (x+y, 2(x+z), 4(y+z))$$
uscente dalla porzione della superficie Σ di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ che sta sopra il piano $z = y$.

3) $(-1,-\sqrt{2})$, $(-1,\sqrt{2})$ selle, $(-1,0)$ MAX ASS, $(1,0)$ MIN ASS

4) $U(x,y) = \frac{x^4}{4}y^2 + \frac{x^2}{2}y + 2x + e^y + c$

5) $-\frac{\pi}{4} + \frac{4}{3}$ 6) $2\sqrt{2}\,\pi$