LE LEGGI DELLA FISICA NON CAMBIANO FORMA SE TRASFORMIAMO IL SISTEMA DI RIFERIMENTO $\boxed{\text{SPAZIALE}}$ tramite trasformazioni RIGIDE

TRASLAZIONI + ROTAZIONI (AZIONE DEL GRUPPO DELLE TRASLAZIONI E DELLE ROTAZIONI)

COVARIANZA DELLE LEGGI FISICHE

$\Rightarrow$ QUESTO È GARANTITO SE SCRIVIAMO LE LEGGI FISICHE USANDO VETTORI (TENSORI)

ESEMPIO

$$\bar{F} = m\bar{a} \Rightarrow F_i = m a_i$$

SE RUOTATE LE TRE COMPONENTI DI $\bar{F}$ e $\bar{a}$ USANDO IL GRUPPO SO(3) DESCRITTO DA UNA MATRICE ORTOGONALE R,

$$\sum_k R_{ik} \tilde{R}_{kj} = \delta_{ij} \qquad \tilde{R} = R^{-1}$$

abbiamo

$$F_i = \sum_k R_{ik} F'_k$$

$$a_i = \sum_l R_{il} a'_l$$

$$\sum_k R_{lk} F'_k = \sum_l R_{ll} e'_l$$

IN FORMA MATRICIALE

$$R F' = R e'$$

$$R^{-1} R F' = R^{-1} R e'$$

$$F' = e'$$

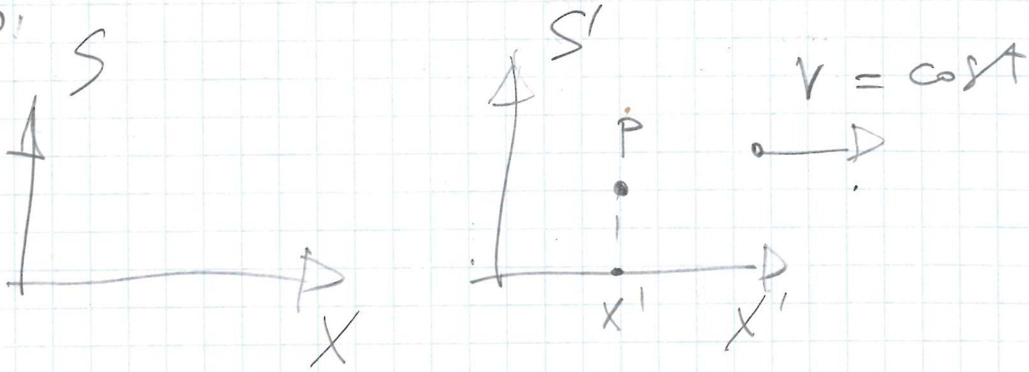
$\Rightarrow$ COVARIANZA PER TRASFORMAZIONI RIGIDE È UNA CONS. DELLA OMOGENEITÀ ED ISOTROPIA DELLO SPAZIO $\mathbb{R}^3$ CON METRICA EUCLIDEA

- LE COSE STANNO DIVERSAMENTE SE CONSIDERIAMO TRASFORMAZIONI TRA SR IN $\boxed{\text{MOTO TRA LORO}}$

- MATEMATICAMENTE: ABBIAMO GRUPPI DI TRASFORMAZIONI CHE COINVOLGONO NON SOLO CORDINATE SPAZIALI x, y, z

MA ANCHE LA COORDINATA TEMPORALE

ESEMPIO:



$$X = X' + Vt \qquad X'(t=0) = 0$$

SE R' SI MUOVE DI MUA

$$X = X' + \frac{1}{2} g t^2 \qquad X'(0) = V'(0) = 0$$

COVARIANZA RISPETTO A QUESTI GRUPPI DI TRASFORMAZIONI NON È GARANTITA DA OMOGENEITÀ E ISOTROPIA

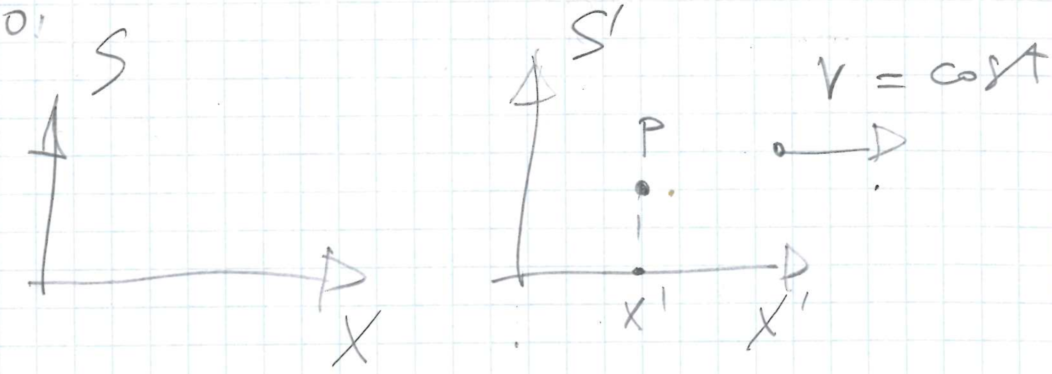
MA ESSERE ASSICURATA DA

ALTRE PROPRIETÀ FISICHE

$\Downarrow$

PRINCIPI DI RELATIVITÀ $\begin{cases} \text{GALILEIANA} \\ \text{RISTRETTA} \\ \text{GENERALE} \end{cases}$

ESEMPIO:



$$X = X' + Vt \qquad X'(t=0)=0$$

SE R' SI MUOVE DI MUA

$$X = X' + \frac{1}{2} g t^2 \qquad X'(0) = V'(0) = 0$$

COVARIANZA RISPETTO A QUESTI GRUPPI DI TRASFORMAZIONI NON È GARANTITA DA OMOGENEITÀ E ISOTROPIA

MA ESSERE ASSICURATA DA

ALTRE PROPRIETÀ FISICHE

$\Downarrow$

PRINCIPI DI RELATIVITÀ $\begin{cases} \text{GALILEIANA} \\ \text{RISTRETTA} \\ \text{GENERALE} \end{cases}$

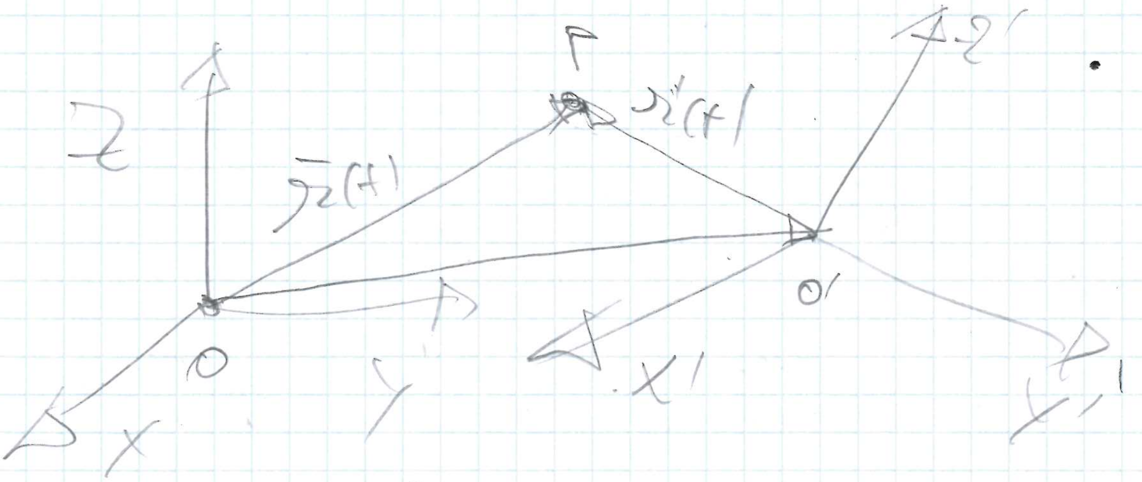
ED UN SISTEMA MOBILE $S'(x', y', z')$

LA CUI ORIGINE O' SI MUOVE CON VELOCITÀ $\bar{V}$ RISPETTO A O E RUOTA RISPETTO A O' CON VELOCITÀ ANGOLARE $\bar{\omega}$

VOGLIAMO TROVARE LA RELAZIONE TRA LE COORDINATE DI P IN S $P(x, y, z)$ E IN S' $P(x', y', z')$

NB: IL TEMPO È ASSOLUTO

$t = t'$ (REL. RISTRETTA)



$OO' = r_{O'}$

$\bar{r} = \bar{r}_{O'} + \bar{r}'$ derivando

$$\bar{V} = V_{O'} + \frac{d\bar{r}'}{dt}$$

CALCOLIAMO $\overline{dt}$

$$r = x\bar{u}_x + y\bar{u}_y + z\bar{u}_z$$
$$r' = x'\bar{u}_{x'} + y'u_{y'} + z'u_{z'}$$

$$\frac{dr'}{dt} = \frac{dx'}{dt}\bar{u}_{x'} + \frac{dy'}{dt}\bar{u}_{y'} + \frac{dz'}{dt}\bar{u}_{z'} + x'\frac{d\bar{u}_{x'}}{dt} + y'\frac{d\bar{u}_{y'}}{dt} + z'\frac{d\bar{u}_{z'}}{dt}$$

Ma $\frac{d\bar{u}}{dt} = \frac{d\theta}{dt}\bar{u}_n$ $\qquad \frac{d\theta}{dt} = \omega$

$$\bar{u}_n = \bar{\omega} \times \bar{u}$$

$$\frac{dr'}{dt} = \overbrace{v'_{x'}\bar{u}_{x'} + v'_y\bar{u}_{y'} + v'_z\bar{u}_{z'}}^{V'} + \left(x'\bar{\omega} \times \bar{u}_{x'} + y'\bar{\omega} \times \bar{u}_{y'} + z'\bar{\omega} \times u_{z'}\right) = V' + \bar{\omega} \times \bar{r}'$$

$$\boxed{\bar{V} = V_{0'} + V' + \bar{\omega} \times \bar{r}'}$$

$$\bar{V} = V' + \bar{V}_t$$

$\bar{V}_t = \bar{V}_{0'} + \bar{\omega} \times \bar{r}' \rightarrow$ VELOCITÀ TRASCINAMENTO

MOTO RELATIVO TRASLATORIO

$\overline{\omega} = 0$

$$\overline{V} = \overline{V}' + \overline{V}_{O'}$$

$\boxed{\text{MOTO RELATIVO ROTATORIO}}$ / $\overline{V}_{O'} = 0$

$$\overline{V} = \overline{V}' + \overline{\omega} \times \overline{r}'$$

TRASINAMENTO ROTATORIO

CASO GENERALE: somma di moto relativo traslatorio e moto relativo rotatorio

ACCELERAZIONI RELATIVE

Derivando la ∞

$$a = \frac{d\overline{V}'}{dt} + a_{O'} + \overline{\omega} \times \frac{d\overline{r}'}{dt} + \frac{d\overline{\omega}}{dt} \times$$

V' può variare sia perché P accelera $\overline{V}' = V'_x \overline{u}_{x'} + V'_y \overline{u}_{y'} + V'_z \overline{u}_{z'}$

$$\frac{d\overline{V}'}{dt} = \frac{dV'_x}{dt} \overline{u}_{x'} + \frac{dV'_y}{dt} \overline{u}_{y'} + \frac{dV'_z}{dt} \overline{u}_{z'} +$$

$$+ v'_x \frac{d\bar{i}_x}{dt} + v'_y \frac{d\bar{i}_y}{dt} + v'_z \frac{d\bar{i}_z}{dt} \Big)$$

$$= \bar{a}' + \bar{\omega} \times \bar{v}'$$

usando la $\frac{d\bar{r}'}{dt} = \bar{v}' + \bar{\omega} \times \bar{r}'$

$$\bar{\omega} \times \frac{d\bar{r}'}{dt} = \bar{\omega} \times (\bar{v}' + \bar{\omega} \times \bar{r}')$$
$$= \bar{\omega} \times \bar{v}' + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}')$$

FINALMENTE

$$\bar{a} = \bar{a}' + \bar{a}_{0'} + \bar{\omega} \times \bar{v}'$$
$$+ \bar{\omega} \times v' + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}') + \frac{d\bar{\omega}}{dt} \times \bar{r}'$$

$$\boxed{\bar{a} = \bar{a}' + \bar{a}_{0'} + 2\bar{\omega} \times \bar{v}' + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}') + \frac{d\bar{\omega}}{dt} \times r'}$$

due termini

accelerazione di trascinamento

$$\bar{a}_t = \bar{a}_{0'} \; \underbrace{\bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}')}_{\text{acc. centripeta}} + \underbrace{\frac{d\bar{\omega}}{dt} \times r'}_{\text{acc. tang.}}$$

$a_c = 2\omega \times v'$

ACCELERAZIONE DI CORIOLIS
DIPENDE DA v'

$$\boxed{\bar{a} = \bar{a}' + \bar{a}_t + \bar{a}_c}$$

MOTO TRASCINAMENTO TRASLATOR.

$$\bar{a} = \bar{a}' + \bar{a}_{O'}$$

MOTO " ROTATORIO

$$\bar{a} = \bar{a}' + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}') + \frac{d\bar{\omega}}{dt} \times \bar{r}' + 2\bar{\omega} \times \bar{v}'$$

- Possiamo ora considerare il MOTO RELATIVO DI DUE PUNTI P_1, P_2

$P_1 = O'$ $\qquad$ $\omega = 0$

MOTO DI P_2 rispetto a P_1

$\Rightarrow$ Moto DI P_2 NEL SISTEMA MOBILE

INERZIALE

⇒ sistema in cui vale la legge di inerzia

⇒ un corpo non soggetto a forze si muove di M.R.U.

sia S' $\boxed{\text{inerziale}}$

prendiamo S' che si muove di M.R.U. rispetto a S

$a_{O'} = 0$ $\quad \bar{\omega} = 0$

segue che se $\bar{a}' = 0$ ⇒ $a = 0$

⇓ tutti i sistemi di RIF CHE SI MUOVONO di MRU rispetto a S

sono anche INERZIALI

⇒ PROBLEMI CONCETTUALI

NON INERZIALI
(Forze apparenti)

⇒ sistema di RIF. S' per cui

$\bar{a}'_0 \neq 0$ oppure $\bar{\omega} \neq 0$

rispetto a S

- Se m è $F = ma$

m S'

$$\bar{F} = m\bar{a}' + m\bar{a}_t + m\bar{a}_c$$

scrivendo

$$\bar{F} - m\bar{a}_t - m\bar{a}_c = m\bar{a}'$$

Forze apparenti,

⇒ dovute alla scelta del sistema di riferimento

viene ricondotto a

$$\bar{F}' = m\bar{a}'$$

$$\bar{F}' = \bar{F} + \bar{F}_{app}$$

$$\bar{F}_{app} = -m\bar{a}_t - m\bar{a}_c$$

$$F_{app} = -m\bar{a}_0 - m\frac{d\bar{\omega}}{dt}\times\bar{r}' - m\,\bar{\omega}\times(\bar{\omega}\times\bar{r}') - 2\bar{\omega}\times\bar{v}'$$

Le forze apparenti non derivano dalle 4 INTERAZ FONDAMENTALI sono forze FITTIZIE (INERZIALI)

NON ESISTONO IN S

⇓

PROBLEMA RISOLTO DALLA RELATIVITÀ GENERALE

FORZE FITTIZIE

- FORZE DI TRASC $-m\bar{a}_t$
- FORZ DI CORIOLIS $-m\bar{a}_c$

Forz di Trascin

$-m\frac{d\bar{\omega}}{dt}\times\bar{r}'$ TANG.

$-m\,\bar{\omega}\times(\bar{\omega}\times\bar{r}') \Rightarrow$ FORZA CENTRIFUGA

Moto di trascinamento traslatorio UNIFORME

$\bar{\omega} = 0 \qquad \bar{a}_0 = 0$

$$\begin{cases} \bar{v} = v' + \bar{v}_0 \\ \bar{a} = \bar{a}' \\ r = r' + v_0 t \end{cases} \qquad t = t'$$

N.B. SE S È INERZIALE anche S' lo È

IN S E S' VALE LA LEGGE DI NEWTON (NO FORZE FITTIZIE) $F = m\bar{a}$ $F = m\bar{a}$

PRINCIPIO DI RELATIVITÀ GALILEIANA

- le leggi della dinamica hanno la stessa forma passando da un sistema $S \to S'$ che si muove in rispetto all'altro di MRU

TRASFORMAZIONI
GALILEIANE

⟹ Relatività ristretta
$t \neq t'$

⟹ Relatività generale
Estensione a qualsiasi
sistema di riferimento
in moto $\forall$
uno rispetto all'altro

MOTO TRASLATORIO RETTILINEO ACCELERATO

$$\bar{a}_{0'} \neq 0 \qquad \bar{\omega} = 0$$

$$\bar{r}' = \bar{r} - \bar{r} \rightarrow \bar{r}' = \bar{r} - \bar{V}_{0'} t - \frac{1}{2} \bar{a}_t t^2$$

$$\bar{V}' = \bar{V} - \bar{V}_{0'} = \bar{V} - \bar{V}_{0'} - \bar{a} t$$

$$\bar{a}' = \bar{a} - \bar{a}_{0'}$$

MOTO DI TRASCINAMENTO ROTATORIO UNIFORME

$$\bar{r} = \bar{r}' \qquad \bar{V}_{0'} = 0 \qquad \bar{a}_{0'} = 0 \qquad \bar{\omega} = cost.$$

$$\bar{V} = v' + \bar{\omega} \times \bar{r}$$

$$\bar{a} = \bar{a}' + \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}) + 2\bar{\omega} \times \bar{V}'$$

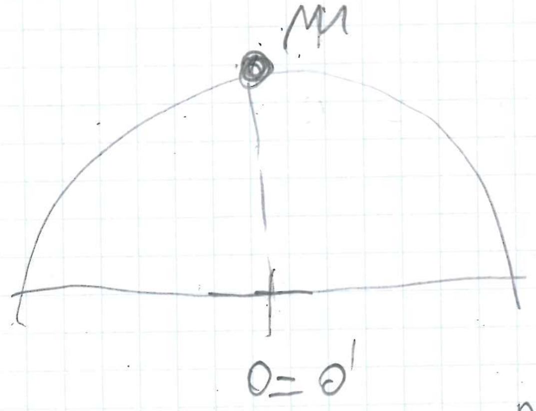
Forze apparenti

Forza CENTRIFUGA

$$\bar{F}_c = -m\bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r}') = -m\,\bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{r})$$

CORIOLIS

$$\bar{F}_C = -m2\bar{\omega} \times \bar{V}'$$



$v = \omega r = \text{cost}$

S OSSERV. ESTER...

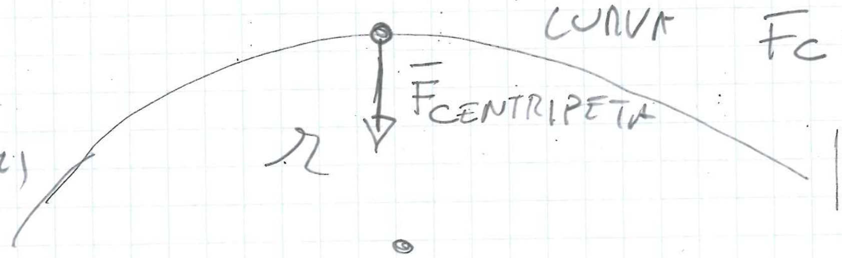
S' // NELL'AU...

RUOTA ω

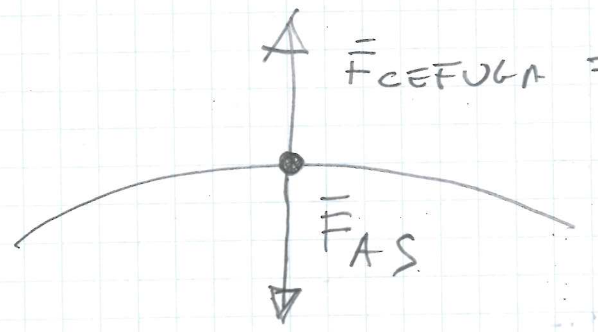
AUTO PERCORRE CURVA

$\bar{F}_C = \bar{F}_{AS} = $ ...

S: (INERZIALE)



$|F_C| = m\omega^2$ ...



S' = (NON INERZIALE)

AUTO FERMA

N.B. FORZA CENTRIFUGA
FORZA CENTRIPETA

NON SONO COPPIA AZIONE - REAZIONE

FORZA CENTRIPETA REALE

" CENTRIFUGA FITTIZIA

... RISPETTO ALLA TERRA

ESSENDO IN ROTAZIONE LA TERRA NON È S R INERZIALE

Ruota intorno al sole ed intorno a sé stesso

⇒ Localmente intorno ad un punto RAGGIO GRANDE ⇒ MOTO RETT. UNIFORME ⇒ SISTEMA INERZIALE

FORZE APPARENTI

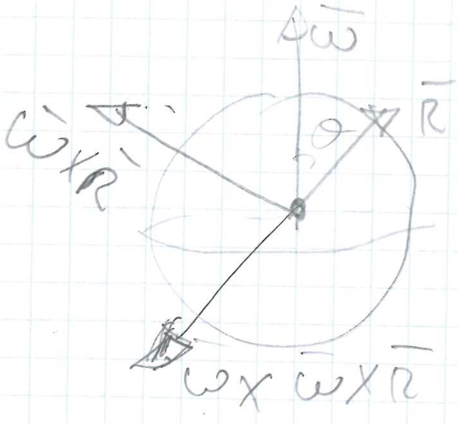
S' solidale con la terra

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 7.9 \text{ rd/s } 10^{-5}$$

accelerazione di gravità non si

$$g = g_0 - \bar{\omega} \times (\bar{\omega} \times \bar{R}) - 2\bar{\omega} \times v'$$

$R = 6.37 \; 10^{6}$ m

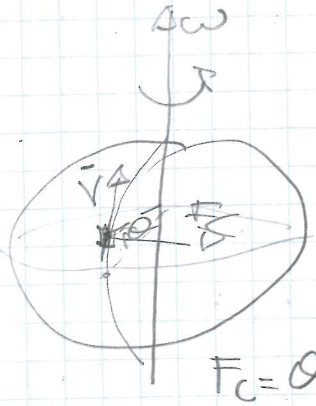


$$|\bar{\omega} \times \bar{R}| = \omega R \sin$$

$$\bar{\omega} \times \bar{\omega} \times \bar{R}$$

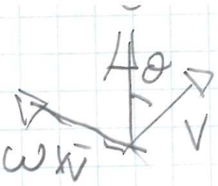
$$\omega^2 R$$

DIMINUZIONE DI g



AEREO

$\bar{\omega} \times \bar{V} = \omega \times \bar{V}$



$F_C = a_C m = -2\bar{\omega} \times \bar{V} = 2m\omega V \sin\theta$

DIRETTA VERSO EST

$t = 10$

$s = \frac{1}{2} a_C t^2 = 3,24$ km

- Finora abbiamo considerato solo funzioni del tempo
- In generale le forze dipendono dalla posizione ⇒ CAMPI DI FOR
QUANTITÀ CHE DIPENDONO DAL PUN

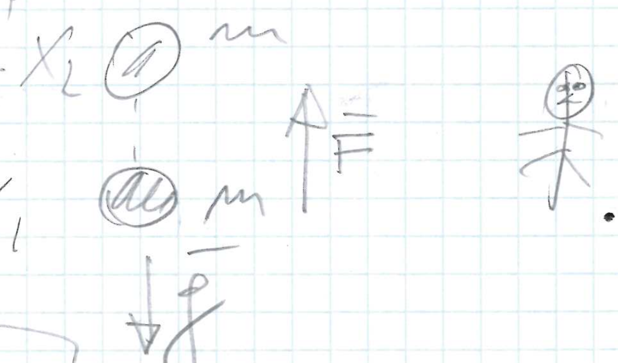
ES: MOLLA

$$F = -kX$$

- Come possiamo caratterizzare fisicamente questa dipendenza ??

NOZIONE INTUITIVA DI

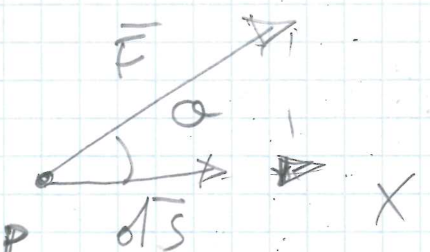
LAVORO



ENERGIA

- LAVORO INFINITESIMO DI UNA FORZA

$$dW = \bar{F} \cdot d\bar{s}$$

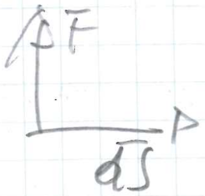


$$dW = F\, ds \cos\theta = F_x\, ds$$

2 $\qquad d\bar{S} \quad \bar{F}_x$

LAVORO MOTORI

$\theta = \frac{\pi}{2}$ $\qquad W = 0$



LAVORO NULLO

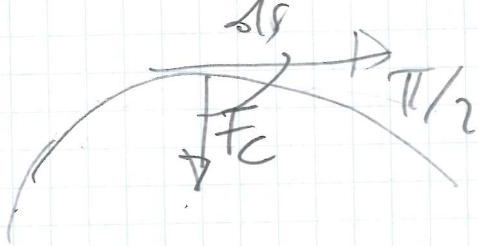
$\theta > \frac{\pi}{2}$ $\qquad W < 0$

LAVORO RESISTENTE

ES. LAVORO NULLO : MOTO CIRCOLARE UNIFORME

LAVORO FORZA CENTRIPETA

$W = 0$

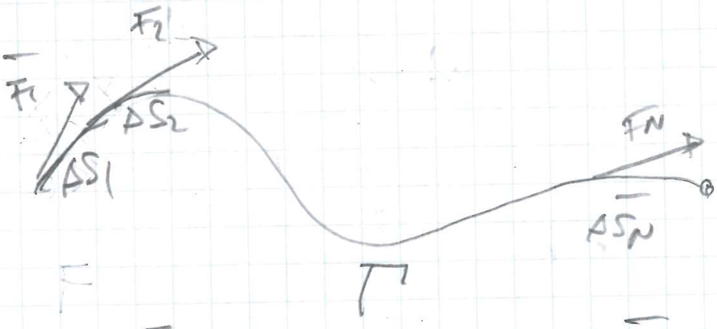


REAZIONI VINCOLARI

ATTRITO STA

$W = 0$

LAVORO SU UNA CURVA



$W = \bar{F}_1 \cdot \Delta \bar{S}_1 + \dots \bar{F}_N \cdot \Delta \bar{S}_N$

$$= \sum_{i=1}^{N} \bar{F}_i \cdot \bar{\Delta S}_i$$

$$\lim_{\Delta S_i \to 0} \sum_{i=1}^{N} \bar{F}_i \cdot \Delta S_i = \int_A^B \bar{F} \cdot d\bar{s} = \int_\Gamma \bar{F} \cdot d\bar{s}$$

Integrale di linea lungo la traiettoria

- PER I CALCOLI ESPLICITI CONSIDEREREMO SOLO IL CASO IN CUI LA CURVA Γ È UNA RETTA

$$\int_\Gamma \bar{F} \cdot d\bar{s} = \int_a^b F(x)\, dx$$

- LAVORO FATTO DALLA RISULTANTE

$$\bar{F}_R = \bar{F}_1 + \dots \bar{F}_N$$

$$\int_\Gamma \bar{F}_R \cdot d\bar{s} = \sum_i \int \bar{F}_i \cdot d\bar{s} = W_1 + \dots W_N$$

somma dei lavori fatti dalle singole forze

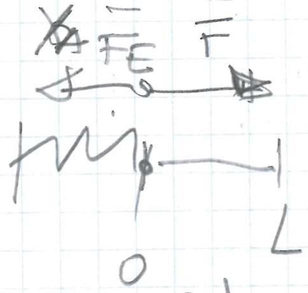
$$\bar{F}_E = -k\bar{x}$$

RETTA $\quad ds = dx$

$$W_E = \int_\Gamma \bar{F}_E \cdot d\bar{s} = -\int_{x_A}^{x_B} k\,x\,dx = -\frac{k}{2}x^2\Big|_{x_A}^{x_B} = -\frac{k}{2}$$

NEGATIVO

$x = 0$ po



$$W_E = -\frac{1}{2}k\left(x_B^2 - x_A^2\right)$$

LAVORO FATTO DALLA $\bar{F}$ POSITIVO
E DIPENDE SOLO DALLE
COORDINATE DEI DUE PUNTI

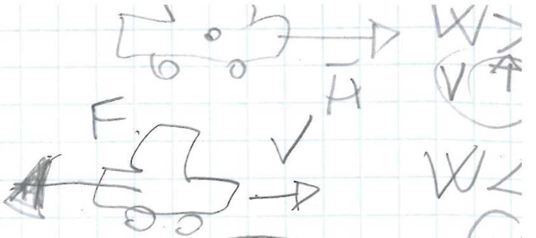
$\boxed{\text{POTENZA}}$ LAVORO FATTO
UNITÀ DI TEMPO

$$P = \frac{dW}{dt} = \bar{F} \cdot \frac{d\bar{r}}{dt} = \bar{F} \cdot \bar{v} = F_T V$$

POTENZA ISTANTANEA

QUANTIFICA IN QUANTO TEMPO
SI ESEGUE UN CERTO LAVORO

POTENZA MEDIA



$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

ENERGIA CINETICA

ESEMPIO: AUTO CHE ~~PRE~~ FRENA o AC

INTUITIVAMENTE: LAVORO È LEGATO ALLA VARIAZIONE DELLA VELOCITÀ

VEDIAMO COME

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} = F_T \, ds = m a \, ds = m \frac{dv}{dt} ds$$

$$= m \frac{dv(s)}{dt} ds = m \, dv \frac{ds}{dt} = m$$

$$= m v \, dv$$

$$W = \int_A^B dW = \int_{V_A}^{V_B} m v \, dv = \frac{1}{2} m V_A^2 - \frac{1}{2} m V_B^2$$

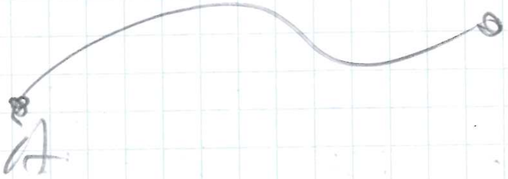
DEFINIAMO L'ENERGIA CINETICA DI UNA PARTICELLA DI MASSA m

$$\boxed{E_K = \frac{1}{2} m v^2}$$

NB: QUANTITÀ DEFINITA POSITIVA!

$$\int_A^B \bar{F}\cdot d\bar{s} = W_{AB} = E_{KB} - E_{KA} = \Delta E_K$$

IL LAVORO FATTO DA UNA FORZA ANDARE DA A → B È UGUALE ALLA VAR. DI ENERGIA CINETICA



SE $W_{AB} > 0$ $\quad E_B > E_A \quad$ VEL. $\uparrow$

$W_{AB} < 0$ $\quad E_B < E_A \quad$ VEL $\downarrow$

MOTO CIRCOLARE UNIF.

$|V| = \text{cost} \qquad \Delta E_K = 0 \Rightarrow W = 0$

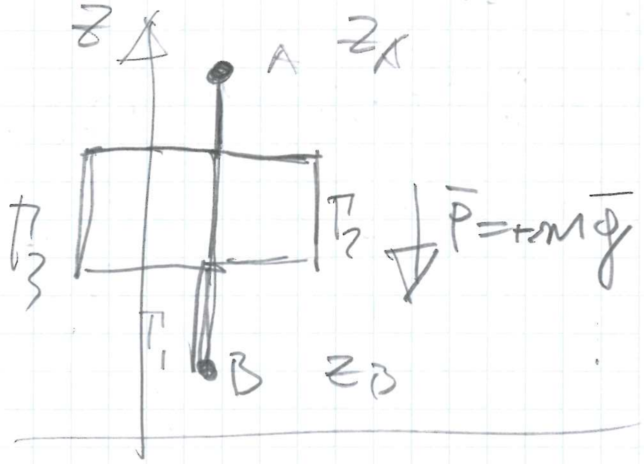
RELAZIONE CON IL MOMENTO

$\bar{p} = m\bar{v} \qquad \bar{p}\cdot\bar{p} = p^2 = m^2 v^2$

$$\boxed{E_K = \frac{p^2}{2m}} \qquad p = \sqrt{2mE_K}$$

NB: IL LAVORO È CONSEGUENZA DELL' AZIONE DI FORZE ESTERNE ⇒ LAVORO SCAMBIATO

L'ENERGIA CINETICA È POSSEDUTA DA CORPO ⇒ CODIF. NELLA SUA VELOCITÀ

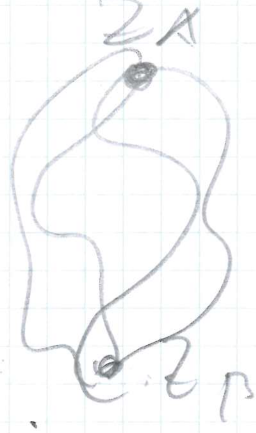


$\bar{g} = (0, 0, -g)$

$$\int_{\Gamma_1} \bar{F}\cdot d\bar{s} = \int_{\Gamma_2} \bar{F}\cdot d\bar{s} = \int_{\Gamma_3} \bar{F}\cdot d\bar{s} =$$

$$= -\int_{z_A}^{z_B} mg\, dz = -mg(z_B - z_A)$$

$\Longrightarrow$ IL LAVORO FATTO DALLA FORZA PESO NON DIPENDE DAL CAMMINO PERCORSO MA SOLO DAI PUNTI ESTREMI (DIFF. DI QUO



$F(\vec{r}) \Rightarrow$ DIFFERENZIALE ESATTO

FORME DIFFERENZIALI : FORMA ESATTA

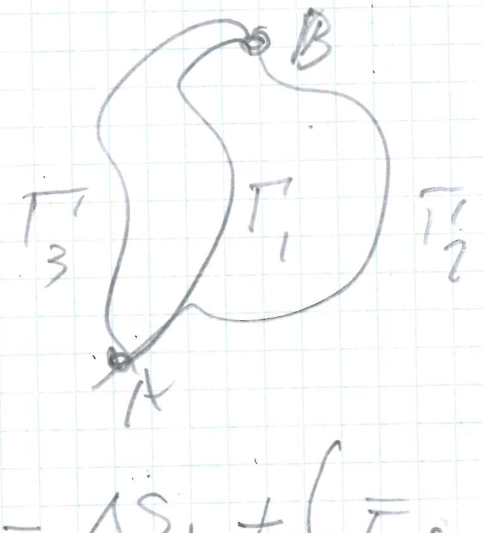
LAVORO FATTO DALLA FORZA DI ATTRITO

$$W = \int_A^B \bar{F}_{ad} \cdot d\bar{s} = -\mu_d N \int_A^B \bar{u}_v \cdot d\bar{s}$$

$\bar{u}_v$ È SEMPRE DIRETTO LUNGO LA TANGENTE ALLA CURVA

$$= -\mu_d N \int_A^B ds = S_B - S_A = S_{BA}$$

LUNGHEZZA DELLA CUR



$$\int_{\Gamma_1} \bar{F} \cdot d\bar{s} = \Delta S_1 \neq \int_{\Gamma_2} \bar{F} \cdot d\bar{s} \neq \int_{\Gamma_3} \bar{F} \cdot d\bar{s}$$

IL LAVORO DIPENDE DALLA PARTE

CURVA SCELTA

FORZE CONSERVATIVE

DEFINIZIONE

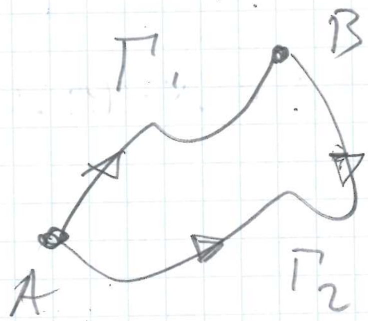
Una forza è detta CONSERVATIVA SE IL LAVORO FATTO PER ANDARE $A \to B$ DIPENDE SOLO DAI PUNTI A, B E NON DAL PARTICOLARE CAMMINO PERCORSO

$$\int_{\Gamma_1} \bar{F} \cdot d\bar{s} = \int_{\Gamma_2} \bar{F} \cdot d\bar{s} = \int_{\Gamma_3} \bar{F} \cdot d\bar{s}$$

CIOÈ SE $\bar{F}$ È UN DIFFERENZIALE ESATTO (FORMA ESATTA)

SONO CONSERVATIVE
FORZA ATTRITO NON LO SONO

DEFINIZIONE EQUIVALENTE



γ

$$\int_{\Gamma_1} \bar{F}\cdot d\bar{s} = \int_{\Gamma_2} \bar{F}\cdot d\bar{s}$$

SE PERCORRIAMO Γ_2 IN SENSO INVERSO

ABBIAMO

$$\int_{\Gamma_1} \bar{F}\cdot d\bar{s} - \int_{\Gamma_2} \bar{F}\cdot d\bar{s} = 0 .$$

$$\int_{\Gamma_1} \bar{F}\cdot d\bar{s} + \int_{\hat{\Gamma}_2} \bar{F}\, d\bar{s} = 0$$

$$\boxed{\oint_{\gamma} \bar{F}\cdot d\bar{s} = 0}$$

UNA FORZA È CONS. SE

IL LAVORO fatto dalla forza

LUNGO UN $\forall$ PERCORSO CHIUSO

È ZERO

ENERGIA POTENZIALE

PER UNA FORZA CONSERVATIVA

$$W_{(P)} = \int_O^P \bar{F} \cdot d\bar{s} \Rightarrow$$ FUNZIONE DEL

PUNTO

POSSIAMO QUINDI DEFINIRE UNA FUNZIONE ENERGIA POTENZIALE

$$E_P(X, Y, Z) = -\int_O^P \bar{F} \cdot d\bar{s}$$

$P(X, Y, Z)$ $O \Rightarrow$ POSIZIONE DI RIF.

L'ENERGIA POTENZIALE

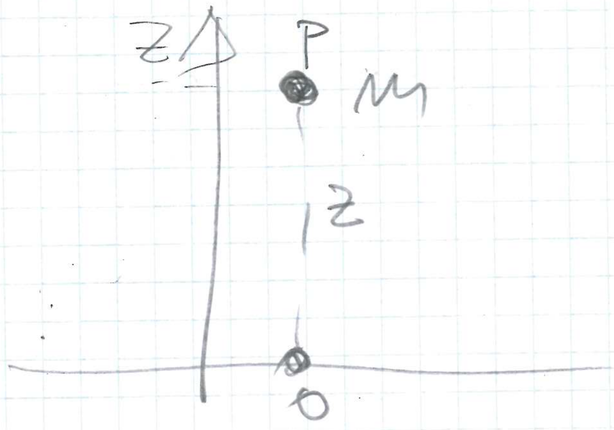
$$E_P = -W_{OP} =$$

INTUITIVAMENTE

LAVORO FATTO CONTRO LA FOR

L'ENERGIA POTENZIALE DI UN MASSA IN P È L'ATTITUDINE A COMPIERE LAVORO

ESEMPIO:



$$E = -\int_0^z mg\, ds = mg$$

UN MASSA POSTA IN Z=0 PUÒ PRODURRE PORTANDOSI IN Z=0 UN LAVORO

$$W = mgz$$

NEL CASO DI UNA LINEA

$$E_p(x) = -\int_0^x F(x)\,dx$$

derivando rispetto a x

$$\frac{dE_p(x)}{dx} = -F$$

PER UNA FORZA CONS. ESISTE SEMPRE UNA FUNZIONE $E_p(x)$ TALE CHE

$$F = -\frac{d E_p(x)}{d x}$$

GEN. A 3D DIFFERENZIALE ESATTO
(FORMA)

DATI DUE GENERICI PUNTI
A, B

$$W = \int_A^B \bar{F} \cdot d\bar{s} = \int_A^O \bar{F} \cdot d\bar{s} + \int_O^B \bar{F} \cdot d\bar{s}$$

$$= -\int_O^A \bar{F} \cdot d\bar{s} + \int_O^B \bar{F} \, d\bar{s}$$

$$= E_p(A) - E_p(B) = \Delta E_p.$$

$$W_{AB} = -(E_B - E_A) = -\Delta E_p$$

SEGUE

SE $E_p \downarrow$ $W_{AB} > 0$ LAVORO ESEG. DAL SISTEMA

SE $E_p \uparrow$ $W_{AB} < 0$ // // SUL SISTEMA

SE $\Delta E_p = 0$ $W = 0$

- PER LE FORZE NON CONSERVATIVE NON SI PUÒ DEFINIRE EN POT

ESEMPIO ATTRITO $\Rightarrow$ FORZE DISSIPATIVE

ENERGIA POTENZIALE È DEFINITA A MENO DI UNA COSTANTE

$$E(P) = -\int_0^P \bar{F} \cdot d\bar{s}$$

SCELTA POSIZIONE DI RIFERIMENTO

ANCHE $F(x) = -\dfrac{dE_p}{dx}$

$$E_p(x) \to E_p(x) + C$$

$F(x)$ NON CAMBIA

ENERGIA POTENZIALE FORZA ELASTICA

$$E_p(x) = -\int_0^x F(x)\,dx = \int_0^x kx\,dx$$

$$= \frac{1}{2} k x^2$$

SOMMARIO

- E_p può essere definita solo per F.C
- IL LAVORO È L' OPPOSTO DI ΔE_p
- NON ESISTE UNA FORMULA UNIV. DI E_p

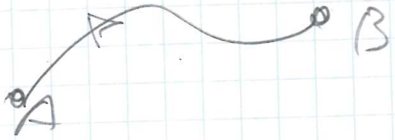
CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA

SE AGISCONO SOLO FORZE CONSERVATIVE

ABBIAMO

$$W_{AB} = E_{KB} - E_{KA}$$

$$W_{AB} = -(E_{PB} - E_{PA})$$



$\Downarrow$

$$E_{KB} - E_{KA} = -E_{PB} + E_{PA}$$

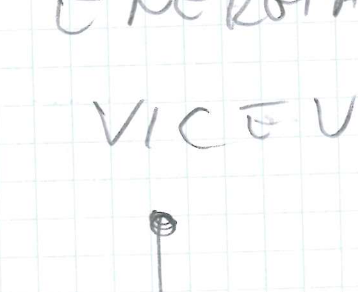
$$E_{KB} + E_{PB} = E_{KA} + E_{PA}$$

$$\boxed{E_M = E_K + E_P = cost}$$

$E_M \Rightarrow$ ENERGIA MECCANICA SI CONSERVA

$\Rightarrow$ L'ENERGIA CINETICA SI PUÒ TRASFORMARE IN ENERGIA POTENZIALE E VICEVERSA

PENDOLO



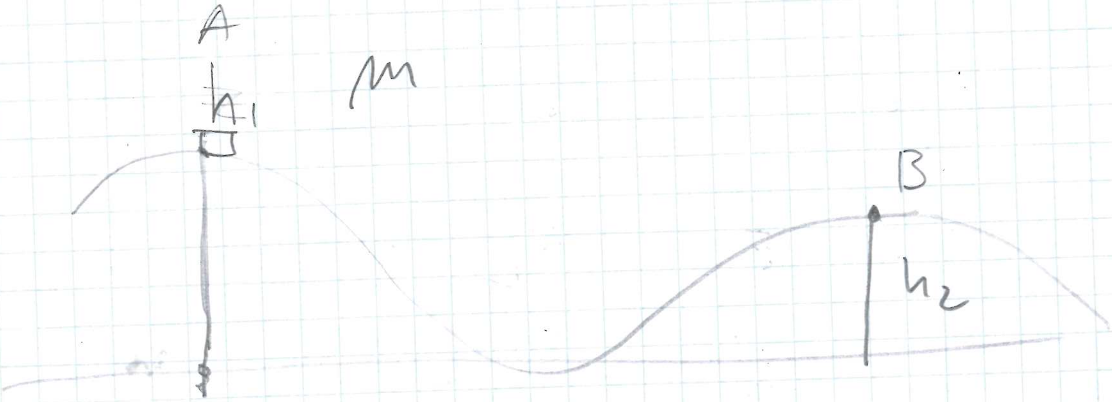
SE [illegible]

CONSERVATIVE E_m NON SI

CONSERVA MA

$\Delta E_m = E_{mB} - E_{mA} = W_{NC}$ $\Rightarrow$ Lavoro fatto forze non cons.

ESEMPIO: OTTO VOLANTE



A: $\begin{cases} z = h_1 \\ v_A = 0 \end{cases}$ B $\begin{cases} z = h_2 \\ v_B = ? \end{cases}$

$$E_{kA} + E_{pA} = E_{kB} + E_{pB}$$

$$\cancel{m} g h_1 = \cancel{m} g h_2 + \frac{1}{2} \cancel{m} v_B^2$$

$$g(h_1 - h_2) = \frac{1}{2} v_B^2$$

$$v_B = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}$$

SE $h_1 = h_2 \Rightarrow v_B = 0$

ESEMPIO (2) OSCILLATORE ARMONICO

$X(t) = A \sin \omega t$ $\quad \phi = 0$

$V = \frac{dx}{dt} = +A\omega \cos \omega t$ $\quad \omega^2 = \frac{K}{m}$

$K = $

$E_p = \frac{1}{2} K X^2 = \frac{1}{2} K A^2 \sin^2 \omega t$

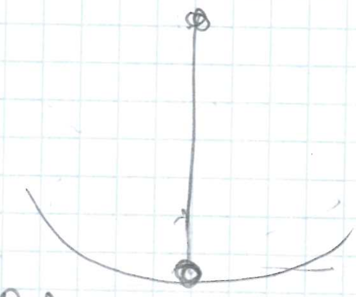
$E_K = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \cos^2 \omega t$

$E_p + E_K = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 [\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega$

$= \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 = \text{cost}$

GRAFICI

PENDOLO



UNITÀ DI MISURA

$[E] = [LAV] = [m V^2] = M L^2 T^{-2}$ $\sim m^2 kg s^{-2}$

$=$ JOULE

$[P] = \left[\frac{E}{t}\right] = M L^2 T^{-3}$ $\sim kg\, m^2 s^{-3} = W$

$[E] = P \cdot T$ ES $E \sim kWh$

- Considerazioni generali sulle leggi di conservazione: importanza, legame con le simmetrie, teorema di Noether

- CONSERVAZIONE DEL MOMENTO QUANTITÀ DI MOTO: caso di una componente della forza nulla

$$\bar{F} = \frac{d\bar{p}}{dt} \qquad \text{se } F_x = 0 \quad F_y, F_z \neq 0$$

ABBIAMO $\dfrac{dP_x}{dt} = 0 \Rightarrow$ si conserva solo momento lungo asse x

$$\frac{dP_z}{dt}, \frac{dP_y}{dt} \neq 0$$

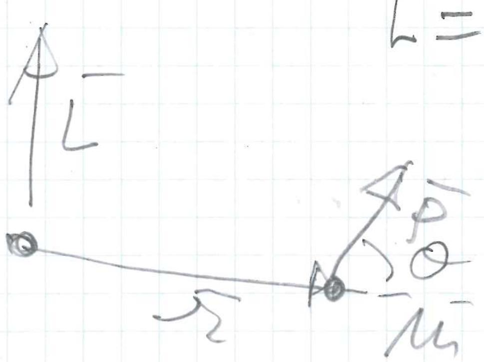
simmetria per traslazione lungo x ma non lungo y, z

- COSA succede se abbiamo simmetria per rotazione?

DEFINIZIONE MOMENTO ANGOLARE di una particella rispetto ad un'origine O

$$\bar{L} = \bar{r} \times \bar{p} = m\,\bar{r} \times \bar{v}$$

$$L = m r v \sin\theta$$

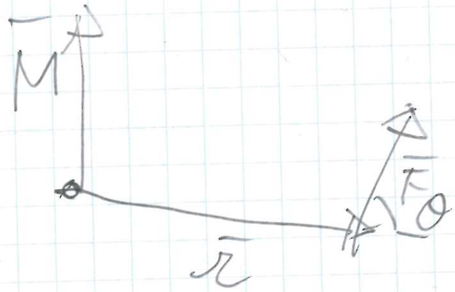


ANALOGAMENTE

MOMENTO DI UNA FORZA rispetto al un polo O

$$\bar{M} = \bar{r} \times \bar{F}$$

$$M = r F \sin\theta$$



MOMENTO ANG RISULT DI UNA FORZA

$$\bar{F} = \sum_i \bar{F}_i$$

$$\bar{M} = \bar{r} \times \sum_i \bar{F}_i = \sum_i \bar{r} \times F_i$$

$$= \sum_i \bar{M}_i$$

ESEMPI: LEVE

TEOREMA MOMENTO ANGOLARE

DA $\bar{L} = \bar{r} \times \bar{p}$

DERIVIAMO RISPETTO AL TEMP.

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \frac{d\bar{r}}{dt} \times \bar{p} + \bar{r} \times \frac{d\bar{p}}{dt}$$

$$= \bar{v} \times \bar{p} + \bar{r} \times F$$

$\underbrace{\bar{v} \times \bar{p}}_{= 0}$ PARALLELI

$$\frac{dL}{dt} = M$$

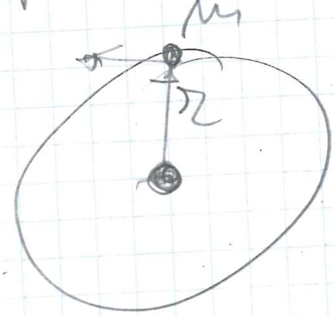
SEGUE: CONS. MOM ANGOLARE

SE IL RISULTANTE DEI MOMENTI DELLA FORZA È ZERO

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = 0 \Rightarrow \bar{L} = \text{cost}$$

Il momento angolare è conservato

ESEMPI: SEDIA E studente



$L = m r v$

$r \to \frac{r}{2}, \quad v \to 2v$

IN MODO CHE $L = \text{cost}$

$$\bar{M} dt = d\bar{L}$$

$$\int_{t_0}^{t} \bar{M} dt = \bar{L} - \bar{L}_0 = \Delta L$$

MOMENTO DELL'IMPULSO

UNITÀ DI MISURA

$[M] = [r\,F] = [M L^2 T^{-2}] = N \cdot m$

$[L] = [r \times p] = [M L^2 T^{-1}] = kg\,m$