DINAMICA DEL PUNTO

QUALE È LA CAUSA DEL MOTO ?

FORZA

STORICAMENTE

- ARISTOTELE : FORZA LEGATO AL CAMBIAMENTO DI POSIZIONE (MOVIMENTO)

⇨ PROBLEMI
- FORZE DI ATTRITO
- MOTO RELATIVO

GALILEO

RIFLESSIONE SU MOTI RELATIVI E ATTRITO

⇓

PRINCIPIO DI INERZIA

1° LEGGE

UN CORPO NON SOGGETTO A FORZE O STA IN QUIETE O SI MUOVE DI MOTO RETTILINEO UNIFORME

⇓

UNA FORZA $\vec{F}$ CAUSA UN CAMBIAMENTO DI VELOCITÀ (ACCELERAZIONE)

ATTENZIONE : VALE SOLO PER UNA CLASSE DI S.R. (INERZIALI)

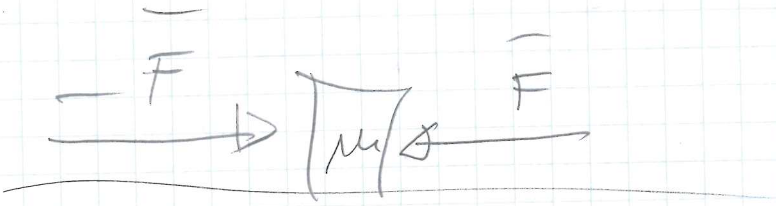
NB: VALE ANCHE PER CAMBIAMENTI DI DIREZIONE DI $\overline{F}$ (FORZA CENTRIPETA)

- LA FORZA CARATTERIZZA L'INTERAZIO[NE] TRA SISTEMI FISICI E IN MECCANICA CAUSA UN CAMBIAMENTO DI v

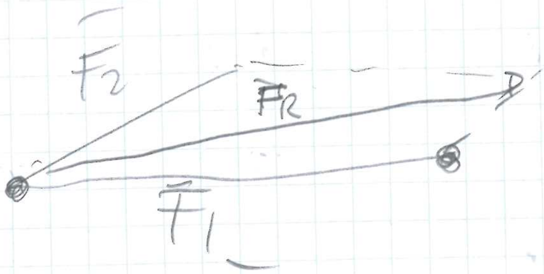
- $\overline{F}$ È UNA GRANDEZZA VETTORIALE

$\Downarrow$

- QUELLO CHE CONTA È LA SUA RISULTANTE. (EQUILIBRIO DELLE FORZE)



$\overline{F}_R = \overline{F} - \overline{F} = 0$



$\overline{F}_R = \overline{F}_1 + \overline{F}_2$

OTTENUTO TRAMITE REAZIONE VINCOLARI

$$\frac{\cancel{m\ldots} + \bar{F} = m\bar{a}}{\bar{a} - \bar{F}} \qquad \bar{F}_e = 0$$

MISURA DI UNA FORZA:
(DEFORMAZIONE ELASTICA DI UN MEZZ.
ES. MOLLA)

- COME SONO LEGATI FORZA E ACCELERAZIONE?

LEGGE DI NEWTON
(2° LEGGE DELLA DINAMICA)

$$\bar{F} = m\,\bar{a}$$

m ⇒ MASSA INERZIALE

UNITÀ DI MISURA DI m
$[m] = kg$
FOND.

FATTORE DI PROPORZIONALITÀ TRA FORZA E ACCELERAZIONE

COME DEFINIAMO E MISURIAMO m ??

ASSUMIAMO CHE m SIA DEFINI[TA] INDIPEND.

• SE APPLICHIAMO LA STESSA FORZA A DUE CORPI m_1 m_2

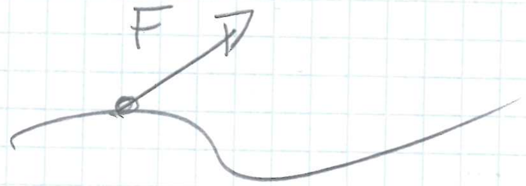
$$F = m_1 a_1 \qquad F = m_2 a_2 \implies \frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

• SE $a = 0$ $\quad F = 0$ $\quad \bar{v} = cost$

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$\boxed{\bar{F} = m \frac{d\bar{v}}{dt} = m \frac{d^2 \bar{r}}{dt^2}} \quad (2)$$

• DATA LA LEGGE ORARIA $\bar{r}(t)$ POSSO SEMPRE TROVARE LA FORZA $\bar{F}(t)$ IN OGNI PUNTO DELLA TRAIETTORIA



• La (2) VIENE USATA COME EDO

$\forall$ NOTA $\bar{F} \implies \bar{r}(t)$

UNITÀ DI MISURA $[F] = [M, L, T^{-2}]$

$1N = Kg\ m\ s^{-2}$

DERIVATA

- LEGGE VETTORIALE (3 COMPONENTI)

$$F_x = m a_x = m \frac{dv_x}{dt} = m \frac{d^2 x}{dt^2}$$

$$F_y = m a_y = m \frac{dv_y}{dt} = m \frac{d^2 y}{dt^2}$$

$$F_z = m a_z = m \frac{dv_z}{dt} = m \frac{d^2 z}{dt^2}$$

POSSIAMO ANCHE VEDERE LA (2) COME UNA DEFINIZIONE DI FORZA SE NON DEFINIAMO F INDIP. (PER ESEMPIO FORZA ELASTICA)

- POSSIAMO ANCHE USARE LA (2) PER DEFINIRE LA MASSA INER. (SE DEFINIAMO UNA F)

$$m = \frac{F}{a}$$

- ATT.NE: COME LA PRIMA LEGGE (2) VALE IN UNA CLASSE DI S.R.: INERZIALI

TERZA LEGGE DI NEWTON

SE UN CORPO A ESERCITA SU B UNA FORZA $\bar{F}_{AB}$ ALLORA IL CORPO B ESERCITÀ SU B

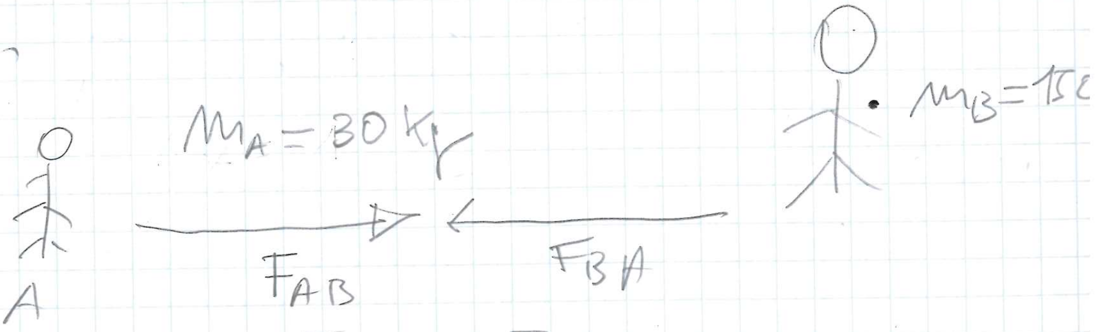
$$\bar{F}_{BA} = -\bar{F}_{AB}$$

AZIONE E REAZIONE

$$\Downarrow$$

L'INTERAZIONE TRA DUE CORPI È SEMPRE MUTUA

ESEMPIO:



$$\bar{F}_{AB} = -\bar{F}_{BA}$$

$$m_A a_A = m_B a_B$$

$$\frac{a_A}{a_B} = \frac{m_B}{m_A} = 5$$

$$a_A = 5\, a_B$$

CLASSIFICAZIONE FORZE
CHE ESISTONO IN NATURA

- GRAVITAZIONALE
- ELETTRO-MAGNETICHE
- FORZA DEBOLE
- FORZA FORTE

QUANTITÀ DI MOTO

DEFINIZIONE $\bar{p} = m\bar{v}$ VETTORE

$$\bar{F} = \frac{dp}{dt}$$

L' massa può variare (nel caso di sistemi estesi) variando la massa

IMPULSO

$$F\,dt = dp$$

DEFINIAMO L' IMPULSO

$$J = \int_{t_0}^{t} F\,dt = \int_{p_0}^{p} dp = p - p_0$$

SE m non varia

$$J = m(v - v_0) = m\Delta v$$

... impulso provoca la
variazione della Q di M

DELLA PARTICELLA

CONSERVAZIONE DELLA
Q. DI M

SE LA RISULTANTE DELLE
FORZE APPLICATE $F_R = 0$
LA QUANTITÀ DI MOTO
RIMANE COSTANTE SI CONSERVA

$$F = \frac{dp}{dt} \qquad F = 0 \Rightarrow \frac{dp}{dt} = 0$$

$$\boxed{P = \text{cost}}$$

UNITÀ DI MISURA

$$[J] = [P] = [M L T^{-1}]$$

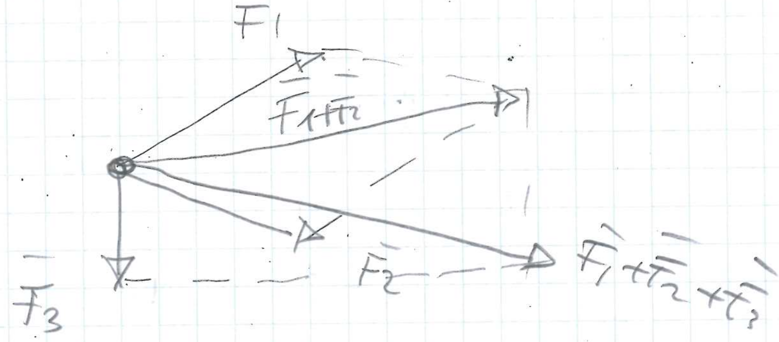
$$Kg\, m\, s^{-1} = N s$$

EQUILIBRIO STATICO

- RISULTANTE DI UNA FORZA

$$\overline{F}_R = \overline{F} = \overline{F}_1 + \overline{F}_2 + \dots \overline{F}_N = \sum_{i=1}^{N} F_i$$

SOMMA VETTORIALE



- LEGGE DI NEWTON VALE PER LA RISULTANTE

$$\overline{F}_R = m\,a = m \sum_i a_i = \sum_i F_i$$

EQUILIBRIO STATICO

SE $\overline{F}_R = 0 \Rightarrow \sum_i \overline{F}_i = 0$

$\overline{a} = 0$ CONDIZIONI DI EQUILIBRIO STATICO

SE IL CORPO HA INIZ. $\overline{v} = 0$

$\Rightarrow$ RIMARRÀ IN QUIETE

- CONSERVAZIONE MOMENTO TOTALE

$\dot{\overline{F}}_R = 0 \qquad \overline{p} = \text{cost}$

QUINDI POSSIAMO SCRIVERLA IN COMPONENTI

$$F_x = \sum_i F_{xi}$$

$$F_y = \sum_i F_{yi}$$

$$F_z = \sum_i F_{zi}$$

- Può succedere che sia zero solo una componente della risultante

Es $F_x = 0 \Rightarrow \sum_i F_{xi} = 0$

da $F_x = \dfrac{dP_x}{dt} \Rightarrow$

SOLO COMPONENTE DELLA Q. d. M lungo x È CONSERVATA

- NEL MOTO CURVILINEO ABBIAMO COMPONENTE TANGENZIALE E NORMALE DELLA ACCELERAZIONE

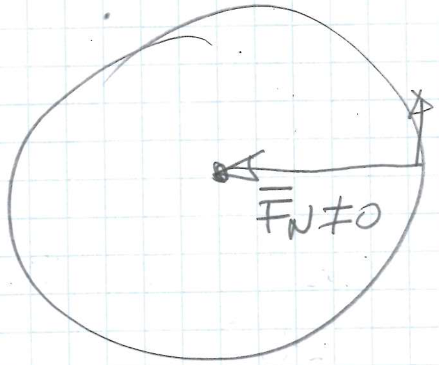
$$\bar{a} = \bar{a}_T + \bar{a}_N = \frac{dv}{dt}\bar{u}_T + \frac{v^2}{R}\bar{u}_N$$

CORRISPONDENTEMENTE QUINDI POSSIAMO INTRODURRE COMPONENTE TANGENZIALE E CENTRIPETA DELLA FORZA

$$\begin{cases} F_T = m\,a_T = m\dfrac{dv}{dt} \\ F_N = m\,a_N = \dfrac{mv^2}{R} \end{cases}$$

SE $v = \text{cost}$ $\begin{cases} F_T = 0 \\ F_N = \dfrac{m v^2}{R} \end{cases}$

ESEMPIO MOTO CIRCOLARE UNIFORME



$F_T = 0$

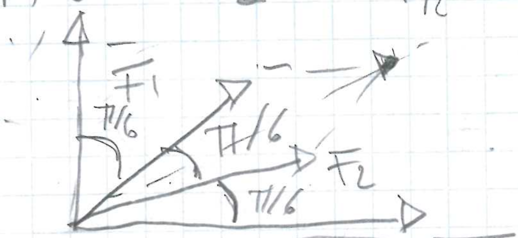
$v = \omega r = \text{cost}$

IL RAGGIO DELL'ORBITA NON VARIA

(PIANETI SATELLITI)

EQUILIBRIO DINAMICO (NECESSITÀ FORZA CENTRIPETA)

ESEMPIO 1 $\overline{F_R}$



$|F_1| = 4\ N$

$|F_2| = 6\ N$

$(F_R)_x = (F_1)_x + (F_2)_x = (4 \cos\frac{\pi}{3} + 6 \cos\frac{\pi}{6}) N = (2+3\sqrt{3}$

$(F_R)_y = (F_1)_y + F_2(y) = 4 \sin\frac{\pi}{3} + 6 \sin\frac{\pi}{6} = (2\sqrt{3}+$

$|F_R| = \sqrt{(2+3\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3}+3)} =$

ESEMPIO 2 CORPO DI MASSA $m = 0{,}8\ kg$

SI MUOVE LUNGO ASSE X $F_1 = 16\ N$ AGISCE PER $3\ s$

POI FRENA CON $a = \text{cost}$ E SI FERMA DOPO $9\ s$ DETERMINARE LA FORZA FRENANTE

$V(t) = V_0 + a_1(t - t_0) \qquad t_0 = 0 \qquad V_0 = 0$

(VELOCITÀ FINALE) $V = at = \frac{F}{m} t = \frac{16 N}{0{,}8 \, Kg} 3 s = 60 \frac{m}{s}$

$$x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \frac{F}{m} t^2 = 80 \, m$$

DOPO LA FRENATA

$V = V_0 - a_2 (t_2 - t_1) \qquad V = 0$

$$a_2 = -\frac{V - V_0}{t_2 - t_1} = \frac{V_0}{t_2 - t_1} = \frac{60 \frac{m}{s}}{6 s} = 10 \frac{m}{s^2}$$

$$F = 8 N = 0{,}8 \, Kg \cdot 10 \frac{m}{s^2}$$

ESEMPIO 3

$m = 2 Kg$ PARTE DALL'ORIGINE
CON $V_0 = 5 m/s$
LUNGO ASSE Y

F LUNGO ASSE X
$F = 4N$

DETERMINARE TRAIETTORIA

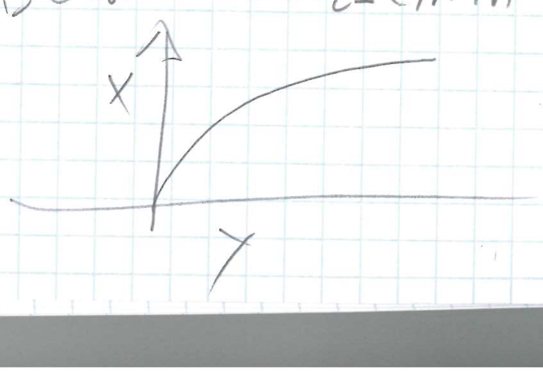
MOTO LUNGO Y (RETT UNIF)

$y = V_0 t \qquad t = \frac{y}{V_0}$

LUNGO X

$$x = \frac{1}{2} a t^2 = \frac{1}{2} \frac{F}{m} t^2 = \frac{1}{2} \frac{F}{m} \frac{y^2}{V_0^2}$$

PARABOLA ROVESCIATA



SULLA SUPERFICIE TERRESTRE OGNI CORPO INDIPENDENTEMENTE DALLA SUA MASSA È SOGGETTO AD UNA ACCELERAZIONE COSTANTE IN ASSENZA DI ATTRITO $\bar{F} = \bar{g}$

$$g = 9.8 \ m/s^2$$

DOVUTA ALLA FORZA DI GRAVITÀ

ABBIAMO QUINDI UNA FORZA CHIAMATA FORZA PES

$$\bar{F} = \bar{P} = m \bar{g}$$

POSSIAMO USARE QUESTA PROPRIETÀ PER MISURARE LA MASSA TRAMITE UNA BILANCIA CHE MISURA LA FORZA PESO

$$m = \frac{P}{g}$$

ATT.NE: le masse misurate dalle bilance strettamente parlando NON È LA MASSA INERZIALE MA LA MASSA GRAVITAZIONALE

COME VEDREMO PIÙ AVANTI PE

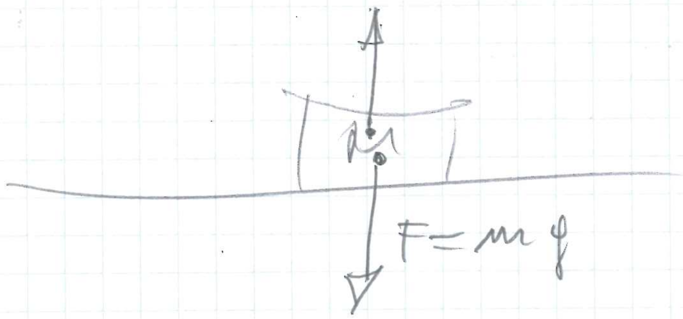
$$\boxed{m_I = m_g}$$

EQUAGLIANZA NON BANALE: FONDAMENTO DELLA TEORIA DELLA REL DI EINSTEIN

SE UN CORPO SOGGETTO AD UNA
RISULTANTE $\overline{F}_R \neq 0$ RIMANE FERMO

$\Rightarrow$ L'AMBIENTE CIRCOSTANTE
APPLICA SUL CORPO UNA
FORZA OPPOSTA CHE
ANNULA F_R (TERZA LEGGE)

QUESTA FORZA SI CHIAMA
REAZIONE VINCOLARE $\overline{N}$



AZIONE - REAZIONE

FORZA DI ATTRITO RADENTE

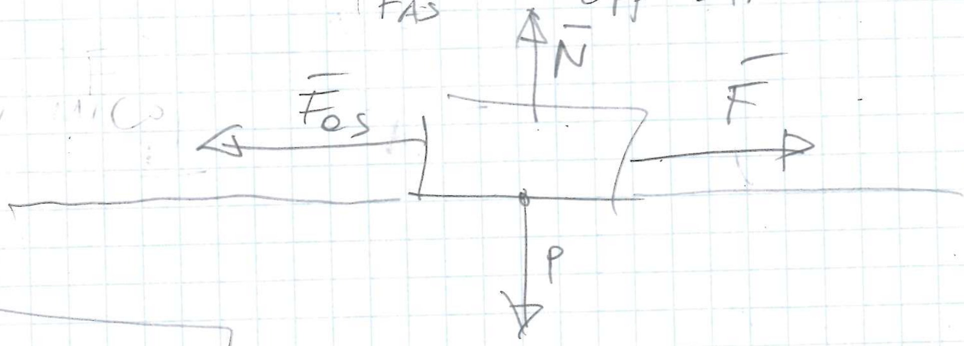
- CORPI A CONTATTO DANNO ORIGINE A DELLE FORZE DI COESIONE (DI ORIGINE ELETTROMAGNETICO)

CHIAMATE FORZE DI ATTRITO RADENTE STATICO O DINAMICO

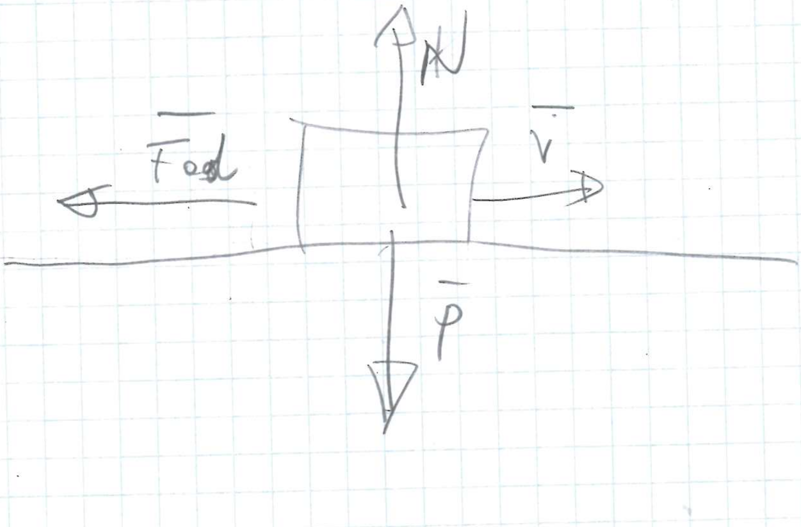
STATICO $\bar{F}_{AS} = \mu_S N$ → MODULO REAZIONE VINCOL

↳ coefficiente d'attrito statico

$\bar{F}_{AS}$ opposta a $\bar{F}$



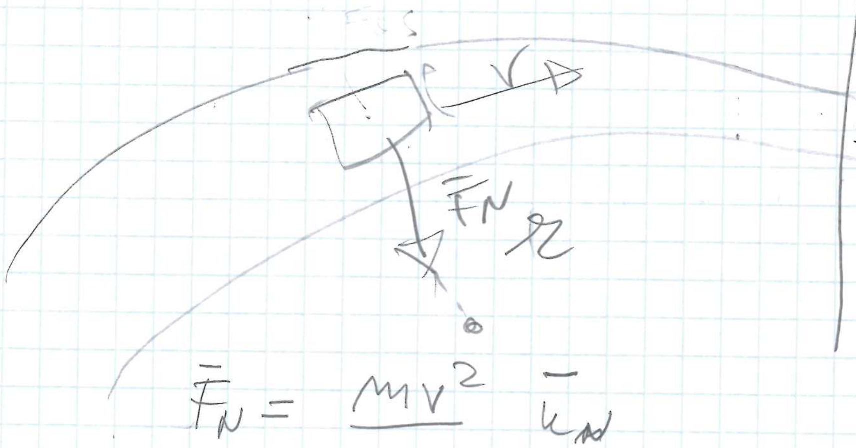
DINAMICA $\bar{F}_{ad} = -\mu_d N \bar{u}_v$



$\mu_d < \mu_s$

ORIGINE FISICA: FORZE DI COESIONE (ELETTROMAGNETICH

ESEMPIO: VELOCITÀ MASSIMA DI AUTO SU CURVA



QUANDO UN AUTO PERCORRE UNA CURVA LA FORZA CENTRIPETA $\bar{F}_N$ È FORNITA DALLA $\bar{F}_{AS}$

$$\bar{F}_N = \frac{mv^2}{R}\,\bar{u}_N$$

$$N = mg$$

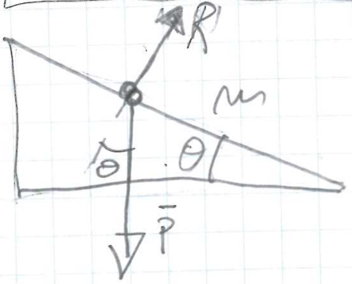
$$\bar{F}_{es} = -\mu_s N\,\bar{u}_N = -\mu_s mg$$

$$F_{es} = F_N \Rightarrow \frac{mv^2}{R} = \mu_s mg$$

$$v = \sqrt{\mu_s g R}$$ NON DIPENDE DALLA MASSA

PIANO INCLINATO

SITUAZIONI REALI



$P = mg$

$\bar{P} \rightarrow$ FORZA PESO

$\bar{R} \rightarrow$ REAZIONE VINCOLARE

ASSENZA ATTRITO

2° LEGGE

$$\bar{P} + \bar{R} = m\,a$$

Scomponiamo lungo LA NORMALE A PIANO E PARALLELA

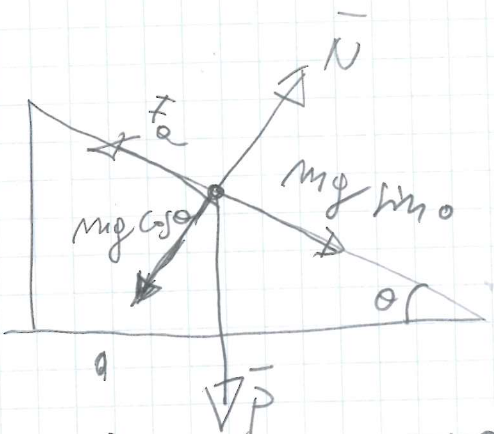
$R = P\cos\theta$ (NORM) $a_N = 0$

$P\sin\theta = ma = F_p$

(PAR) $F_p = mg\sin\theta = a\,m \Rightarrow a = g\sin\theta$

corpo cade di moto uniformemente accelerato

PRESENZA DI ATTRITO



$\theta \rightarrow$ PICCOLO $\Rightarrow F_p$ PICCOLO (Se volete equilibrare la forza

NORM: $N = mg\cos\theta$

PAR $F_{as} + mg\sin\theta$

$-\cancel{mg}\,\mu_s\cos\theta + \cancel{mg}\sin\theta = 0$

$g(\sin\theta - \mu_s\cos\theta) = 0$

CONDIZIONE EQ. STATICO

$\mu_s\cos\theta \geq \sin\theta$

$$\boxed{tg\theta \leq \mu_s}$$

ATTRITO DINAMICO

$N = mg\cos\theta$

$F_{ad} + mg\sin\theta = ma$

$-\cancel{m}g\,\mu_d\cos\theta + \cancel{m}g\sin\theta = \cancel{m}a$

$a = g(\sin\theta - \mu_d\cos\theta)$

MOTO UNIF. ACCELERATO

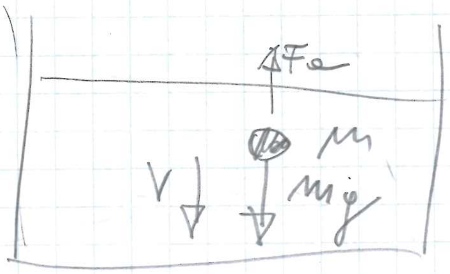
- SE PARTE CON VELOCITÀ INIZIALE V_0 se $\mu_d = tg\,\theta$

MOTO UNIFORME

CARRUCOLE

$\boxed{\text{FORZE ATTRITO VISCOSO}}$

NEL CASO DI FLUIDI ABBIAMO FORZE DI $\boxed{\text{ATTRITO VISCOSO}}$



$\bar{F_a} = -b\,\bar{v}$ DIPENDE DALLA VELOC (SPIEGAZIONE FISICA)

$[b] = Kg\,s^{-1}$ COEFFICIENTE ATTRITO VISCOSO DIPENDE DAL MEZZO

ASSENZA DI FORZE ESTERNE:

$$\bar{F_a} = m\bar{a} \Rightarrow -bv = ma$$

$$m\frac{dv}{dt} = -bv \Rightarrow \frac{dv}{v} = -\frac{b}{m}dt$$

$$\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v} = -\frac{b}{m}\int_{t_0}^{t}dt$$

$t_0 = 0$

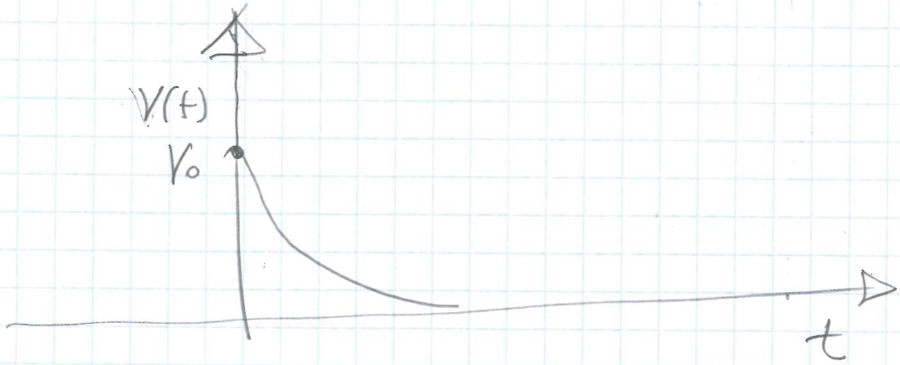
$$\ln\left(\frac{v}{v_0}\right) = -\frac{b}{m}(t - t_0)$$

$$v(t) = v_0\, e^{-\frac{b}{m}t} = v_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Cos... di...

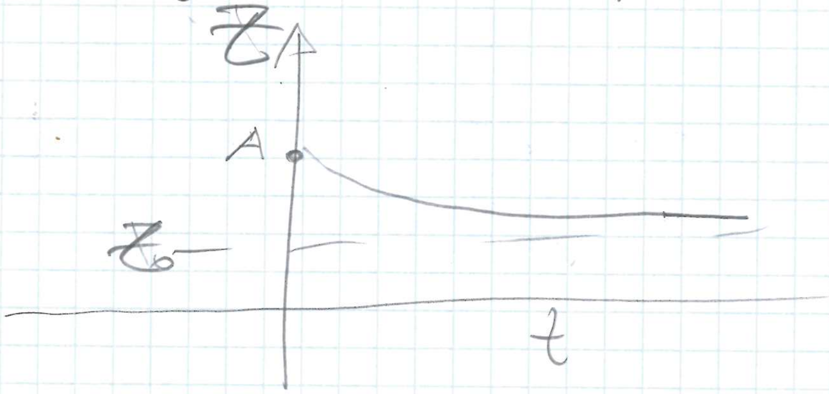
$\tau = \ldots$

Le velocità diminuisce espon.



$$V = \frac{dx}{dt} = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow x = \int_{t_0}^{t} V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} dt$$

$$= -\frac{V_0}{\tau}\left(e^{-\frac{t}{\tau}} - e^{-\frac{t_0}{\tau}}\right) \quad \Rightarrow \cancel{z} = \cancel{z_0} - \frac{V_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$$



PRESENZA DI FORZA DI GRAVITÀ

$$\bar{P} + \bar{F} = m\bar{g} - b\bar{v} = m\bar{a} = m\frac{d\bar{v}}{dt}$$

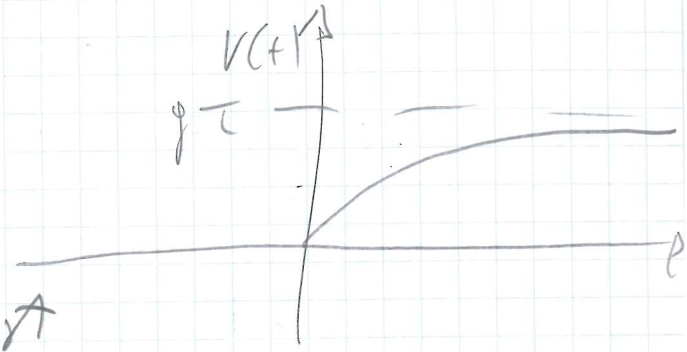
COMPONENTE z

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{bv}{m} = g - \frac{v}{\tau}$$

$$\frac{dv}{g-\frac{v}{\tau}} = dt \qquad \int_{v_0} \frac{dv}{g-\frac{v}{\tau}} = \int_{t_0} dt \qquad \begin{cases} t_0 = 0 \\ v_0 = 0 \end{cases}$$

$$-\tau \ln\left(\frac{g-\frac{v}{\tau}}{g}\right) = t$$

$$v(t) = g\tau\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$



$t \to \infty \qquad v = \text{cost}$

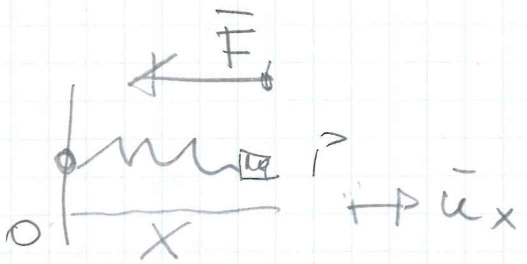
MOTO R. UNIF

FORZA ELASTICA

UNA FORZA ELASTICA È UNA FORZA DI RICHIAMO VERSO UN CENTRO O LINEARE CON LO SPOSTAMENTO X DAL CENTRO.

UNIDIMENSIONALE

$$\bar{F} = -K\, x\, \bar{u}_x$$



$K \Rightarrow$ costante elastica

SEGUE $-kx\,\bar{u}_x = m\,\bar{a}_x$

$$a = \frac{F}{m} = -\frac{k}{m}\,x = -\omega^2 x$$

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

e proporzionale ad x

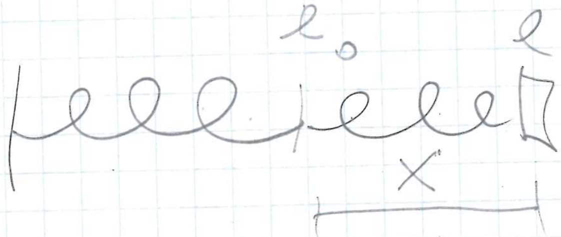
$\Rightarrow$ MOTO ARMONICO SEMPLICE 1D

FREQUENZA $\omega = \sqrt{\frac{K}{M}}$

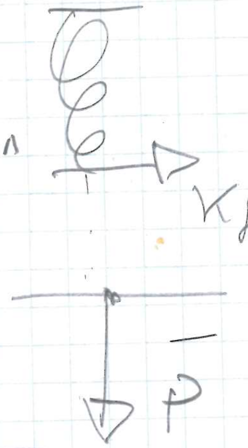
$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{K}{m}}$$

MOLLA

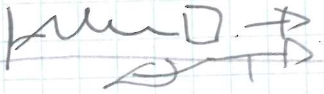
$$\bar{F} = -k(l - l_0)\,\bar{u}_x = -kx\,\bar{u}_x$$



N.B. PER DEFORMARE LA MOLLA DOBBIAMO APPLICARE UNA FORZA UGUALE E CONTRARIA (BILANCIA)



PERTURBANDO UN SISTEMA ELASTICO INTORNO AL SUO PUNTO DI EQUILIBRIO ABBIAMO UN OSCILLATORE ARMONICO

DESCRIZIONE INTUITIVA 

EDO OSCILLATORE ARMONICO (1D)

$$m\bar{a} = -kx\,\bar{u}_x$$

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

$$\boxed{x'' + \frac{k}{m}x = 0}$$

EDO LINEARE OMOGENEA 2 ORD. COEFFICIENTI COSTANTI

VEDI ANALISI

PROPRIETÀ

(1) PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE

SE X_1, X_2 sono soluzioni

$X = C_1 X_1 + C_2 X_2$ ANCHE soluzione

(2) $\exists$ 2 SOLUZIONI L. IND

X_1, X_2

SOLUZIONE GENERALE

PUÒ ESSERE SCRITTA

$X = A X_1 + B X_2$

$A, B \Rightarrow$ CONDIZIONI INIZIALI

$X(0)$, $X'(0)$

NEL CASO NOSTRO

$X_1 = \sin \omega t$

$X_2 = \cos \omega t$

$$X = A \sin \omega t + B \cos \omega t$$
$$= C \sin(\omega t \pm \phi)$$

C, ϕ DIPENDONO DALLE CONDIZIONI INIZIALI $\begin{cases} X(0) \\ V(0) \end{cases}$

UNIVERSALITÀ MOTO ARMONICO

• SISTEMI ELASTICI
- STRUMENTI MUSICALI
- MOLLE
- EDIFICI PONTI
- CIRCUITI ELETTRICI

IN GENERALE OGNI SISTEMA CARATTERIZZATO DA UNA FORZA DI RICHIAMO (FEED-BACK) CHE VIENE PERTURBATO VICINO ALL'EQUILIBRIO SI COMPORTA COME O A

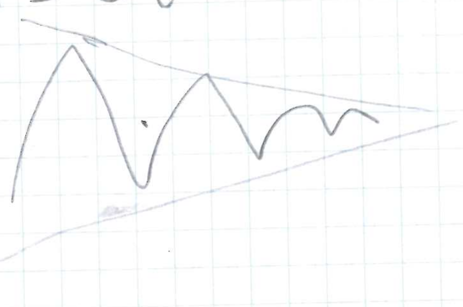
ESEMPI ANCHE IN BIOLOGIA
FINANZA
SCIENZE SOCIALI

OSCILLATO SMORZATO

NEL MONDO REALE OGNI OSCILLATORE ARMONICO VIENE SMORZATO DALLE FORZE DI ATTRITO

• ATTRITO DINAMICO: OSCILLATORE HA LO STESSO PERIODO MA AMPIEZZA DIMINUISCE LIN. CON t

$A = ct$



ATTRITO VISCOSO

$$ma = -kx - bv$$

$$\Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0$$

EDO LIN OM COEFF. COST

$\gamma = \frac{b}{2m}$ coefficiente di smorzamento

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

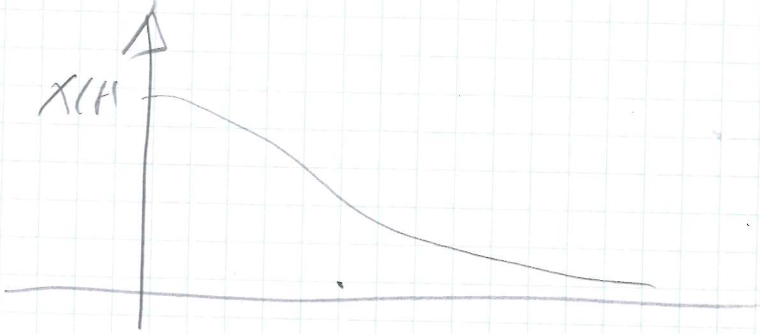
$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma\frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0}$$

SI DIMOSTRA CHE CI SONO TRE CLASSI DI SOLUZIONI

1. SMORZAMENTO FORTE

$$\boxed{b^2 > 4mk}$$

$$x(t) = e^{-\gamma t}\left(A e^{t\sqrt{\gamma^2-\omega_0^2}} - B e^{-t\sqrt{\gamma^2-\omega_0^2}}\right)$$



ESP. DECRESC.

SMORZAMENTO CRITICO

$$\boxed{\gamma^2 = \omega_0^2}$$

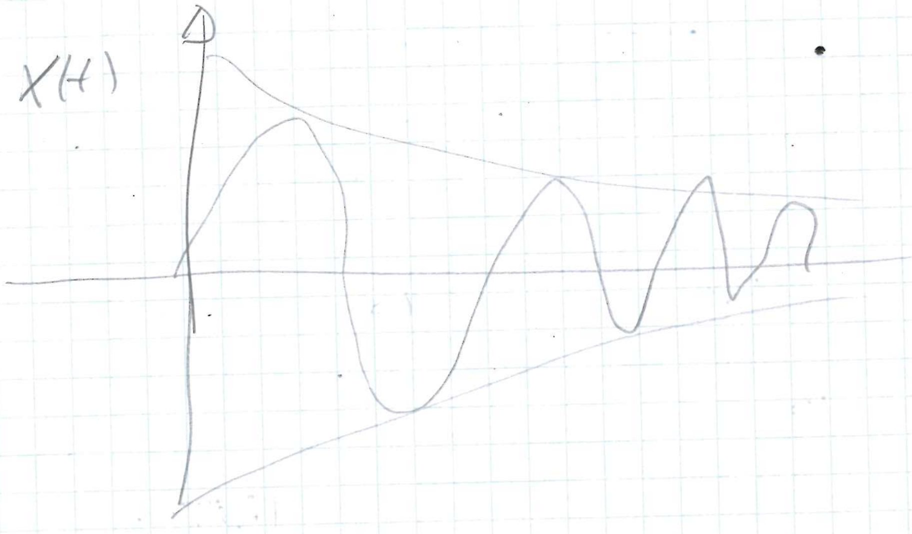
$$x(t) = e^{-\gamma t}\left[At + B\right]$$

DECRESCE SEMPRE EXP

SMORZAMENTO DEBOLE

$$x(t) = A_0 e^{-\gamma t}\left[\sin(\omega t + \phi)\right]$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} < \omega_0$$



MOTO ARMONICO CON AMPIEZZA CHE DECRESCE ESP.

$$A(t) = e^{-\gamma t}$$

OSCILLATORE FORZATO

FINORA ABBIAMO CONSIDERATO OSCILLAZIONI LIBERE (SMORZATE E NON)

COSA SUCCEDE SE FORZIAMO L'OSCILLATORE CON UNA FORZA ESTERNA?

(ESEMPI)

OSCILLATORE CON FREQUENZA PROPRIA $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ E FORZANTE PERIODICA ESTERNA $F(t) = F_0 \sin \omega t$

EQUAZIONI DEL MOTO

$$ma = -kx - bv + F_0 \sin \omega t$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\gamma \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = \frac{F_0}{m} \sin \omega$$

EDO LIN. NON OMOGENEA

IN GENERE $\omega \neq \omega_0$

Cerchiamo una soluzione della stessa frequenza della forzante

$$x = A \sin(\omega t + \phi)$$

DET. A, ϕ IN MODO CHE SIA SOLUZIONE

Sostituendo

$$-\omega^2 A \sin(\omega t + \phi) + 2\gamma \omega A \cos(\omega t + \phi)$$

$$+ \omega_0^2 A \sin(\omega t + \phi) = \frac{F_0}{m} \sin \omega t$$

SVILUPPANDO $\sin$ $\cos$ E RACCOGLIENDO

$$\left[(\omega_0^2 - \omega^2) A \cos\phi - 2\gamma \omega A \sin\phi\right] \sin\omega t$$

$$+ \left[(\omega_0^2 - \omega^2) A \sin\phi + 2\gamma \omega A \cos\phi\right] \cos\omega t$$

$$= \frac{F_0}{m} \sin \omega t$$

PER L'IND. LIN DI $\sin\omega t$, $\cos\omega t$

ABBIAMO

- $(\omega_0^2 - \omega^2) A \cos\phi - 2\gamma \omega A \sin\phi = \frac{F_0}{m}$
- $(\omega_0^2 - \omega^2) A \sin\phi + 2\gamma \omega A \cos\phi = 0$

RICAVANDO A, ϕ

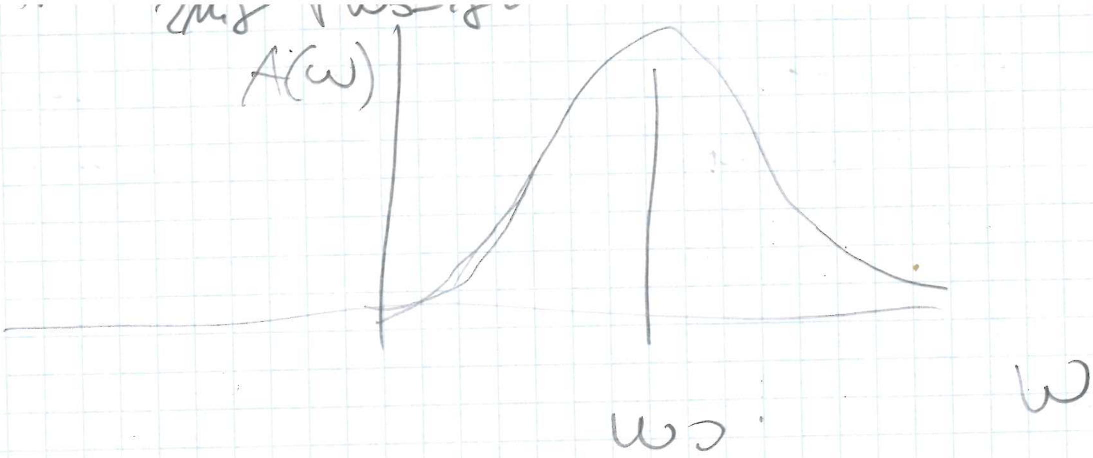
$$A = \frac{F_0}{m} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + 4\gamma^2\omega^2}} \qquad tg\,\phi = -\frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega}$$

- L'OSCILLATORE RISPONDE ALLA FORZANTE CON FREQUENZA UGUALE AI QUELLA DELLA FORZANTE
- È SFASATO RISPETTO ALLA FORZA
- ESISTERÀ UNA FASE TRANSITORIA CON SMORZAMENTO
- AMPIEZZA DELLA RISPOSTA E FASE DIPENDONO DA ω

RISONANZA : A MASSIMA

$$\omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{K}{m}}$$

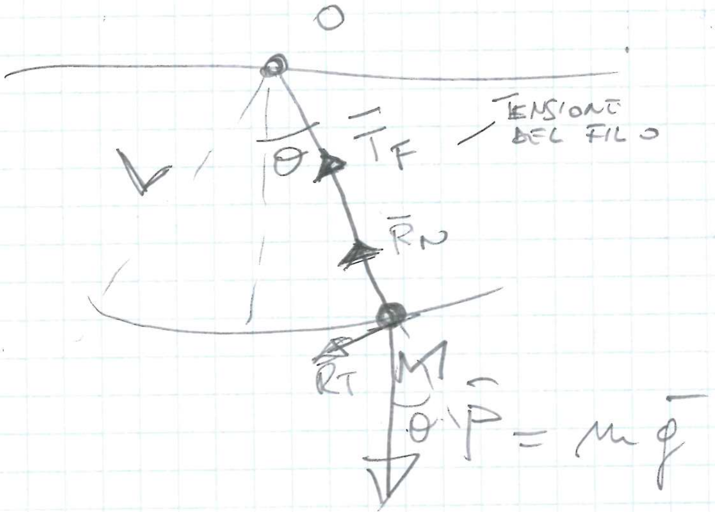
L'OSCILLATORE VA IN RISONANZA QUANDO VIENE FORZATO DA UNA FORZA CON FREQUENZA UGUALE A QUELLA PROPRIA



RISONANZA VIENE USATA PER AMPLIFICARE SEGNALI DEBOLI

NB. IN ALCUNI CASI RISONANZA VA EVITATA ⇒ SISTEMA NON DEVE ESSERE FORZATO CON LA SUA FREQUENZA PROPRIA

È L'OSCILLATORE ARMONICO PIÙ SEMPLICE DA REALIZZARE $\Longrightarrow$ FORZA DI RICHIAMO LA FORZA GRAVITAZIONALE



Spostiamo la massa m di un angolo θ rispetto alla verticale

SCOMPONIAMO MOTO SU DIREZIONE RADIALE E NORMALE

$$\bar{T}_F + m\bar{g} = m\bar{a}$$

① $R_N = T_F - mg\cos\theta = m a_N$

② $R_T = -mg\sin\theta = m a_T$

Ma $a_N = \omega^2 L = \frac{V^2}{L}$

$a_T = L\alpha = L\frac{d^2\theta}{dt^2}$

① $T_F = m\frac{V^2}{L} + mg\cos\theta$ TENSIONE FILO

② $$\boxed{\frac{d^2\theta^2}{dt^2} = -\frac{g}{l}\sin\theta}$$

EQUAZIONE DEL MOTO DEL PENDOLO

EQUAZIONE NON LINEARE

SE PERÒ θ PICCOLO (PICCOLE OSCILLAZ

$$\sin\theta = \theta + o(3)$$

$\theta \lesssim 0,12$

12 RAD

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{l}\theta = 0$$

OSCILLATORE ARMONICO

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$$

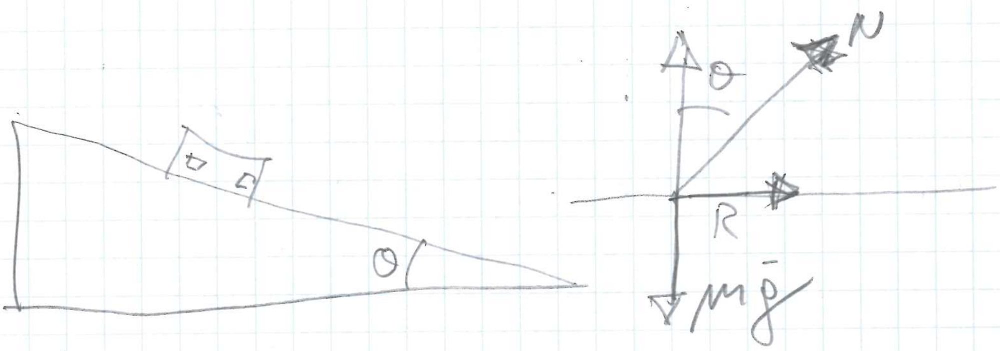
$$\theta = \theta_0 \sin(\omega t + \phi)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{g}{l}}$$

NON DIPENDE DALLA MASSA

ESEMPIO : CURVE SOPRAELEVATE

PER PEMETTERE AD UN AUTO DI PERCORR UNA CURVA SI USA UNA ~~~~ SORTA DI PIANO INCLINATO

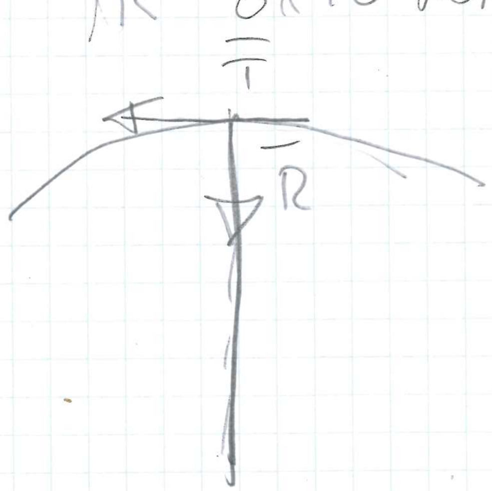


$$\bar{R} = \bar{N} + \bar{g}m$$

SE VOGLIAMO FARE LA CURVA ABBIAMO PERCORRERE UN ARCO DI CIRCONFER

$\bar{R}$ ORTOGONALE ALLA TANGENTE

(EQUILIBRIO DINAMICO



LUNGO LA NORMALE

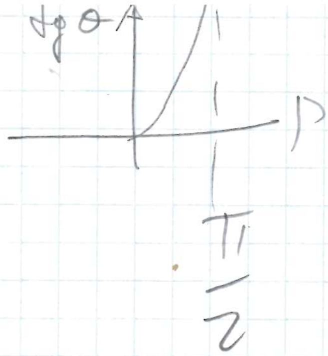
$$N\cos\theta = mg \Rightarrow N = \frac{mg}{\cos\theta}$$

TANGENTE

$$N\sin\theta = \text{FORZA CENTRI} = \frac{mv^2}{r}$$

$$mg\,tg\theta = \frac{mv^2}{r}$$

$$\boxed{tg\,\theta = \frac{v}{g r}}$$



$$g r \, tg\,\theta = v^2$$

SE VOLETE ANDARE VELOCE SU UNA CURVA SENZA USCIRE FUORI STRADA

$\uparrow \theta$ oppure $\uparrow r$

ESEMPI: