

Corso di Laurea Magistrale in Matematica

Docente: Claudia Anedda

**Analisi Superiore 1 - 24/02/2025**

(Analisi complessa e trasformate)

**Esercizio 1.**

- i) Calcolare l'integrale  $\int_{\gamma} \frac{e^{iz}}{(z-1)^8} dz$ , dove  $\gamma$  è una qualunque curva di Jordan regolare a tratti che contiene al suo interno il punto  $z_0 = 1$  (**3 punti**).
- ii) calcolare l'integrale precedente utilizzando la formula integrale di Cauchy per le derivate (**3 punti**);
- iii) calcolare il residuo a infinito della funzione integranda (**2 punti**).

**Esercizio 2.**

- i) Calcolare l'antitrasformata di Laplace della funzione  $F(s) = \frac{1}{s^2(s-3)}$  utilizzando la proprietà della trasformata di Laplace del prodotto di convoluzione (inoltre, enunciare tale proprietà) (**3 punti**);
- ii) calcolare l'antitrasformata di Laplace della funzione  $F(s)$  in un altro modo (**2 punti**).

**Domanda 1.**

- i) Classificare le tipologie di singolarità isolata di una funzione complessa di variabile complessa (**3 punti**);
- ii) enunciare e dimostrare il Teorema di Casorati (**3 punti**);
- iii) enunciare il Teorema di Picard (**2 punti**);
- iv) fare un esempio di singolarità essenziale, spiegando perché è una singolarità di tale tipologia (**2 punti**).

**Domanda 2.**

- i) Cosa sono le funzioni rapidamente decrescenti? (**2 punti**);
- ii) Che legame c'è tra le funzioni a decrescenza rapida e la trasformazione di Fourier? (**2 punti**);
- iii) Enunciare il Teorema di Plancherel e dimostrare il Lemma che si utilizza per dimostrare l'indentedità di Plancherel (**3 punti**).